Определение максимально достижимого КПД ветротурбины

Д. В. Самохвалов
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
dmitry.samokhvalov@gmail.com

Джабер Ахмед
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
jabersatt@gmail.com

***Аннотация*. Производится определение максимально достижимого значения КПД ветротурбины. Показано, что достижимое значение максимума КПД для идеализированной турбины, не имеющей потерь мощности в редукторе и инверторе, не может превышать 59 %. На основании полученной математической модели, описывающей, вычислен диаметр ветряной турбины при максимальном значении КПД. Получено выражение оптимальной (по КПД) скорости на выходе турбины как функции скорости ветра. Рассмотрены математические модели, описывающие механическое преобразование энергии и преобразование электрической энергии, которые образуют математическую модель ветротурбины, представленная в виде схемы Simulink.**

Ключевые слова: кинетическая энергия; быстроходность; выходная мощность турбины; оптимальная скорость лопастей; механическая мощность; максимум КПД

I. Введение

В последние годы растёт спрос на разработку возобновляемых источников электроэнергии, использование которых позволяет минимизировать экологические проблемы. Среди альтернативных источников энергии, одним из самых распространенных являются ветрогенераторы. [1].

Скорость ветра, дующего на лопасти ротора V_u (скорость ветра на входе турбины) и скорость ветра на выходе турбины V_d используются для оценки коэффициента быстроходности λ, который характеризует работу винта или быстроходность турбины.

Если значение скорости V_d близко к значению V_u , то турбина практически не будет извлекает кинетическую энергию. Если же значение V_d сильно меньше V_u, то через турбину проходит слишком малый поток воздуха и доставляемая на вал генератора механическая энергия опят же будет мала.

Учитывая эти рассуждения можно сделать предположение о том, что существует оптимальное значение скорость ветра V_d на выходе турбины, при которой количество производимой механической энергии максимально.

Целью данной работы является определение оптимальной скорости на выходе в зависимости от скорости ветра и соответствующего максимально достижимого КПД и механическая характеристики ветротурбины .

II. Определение мощности ветротурбины для заданной скорости ветра

На рис. (1) представлена схема прохождения воздушного потока через ветротурбину. На рис. 1 V_u – скорость ветра, дующего на лопасти ротора (скорость ветра на входе турбины), V_d – скорость ветра на выходе турбины, V_t – среднее значение скорости воздуха, проходящего через турбину.

$$v_t = (v_u + v_d)/2 \tag{1}$$

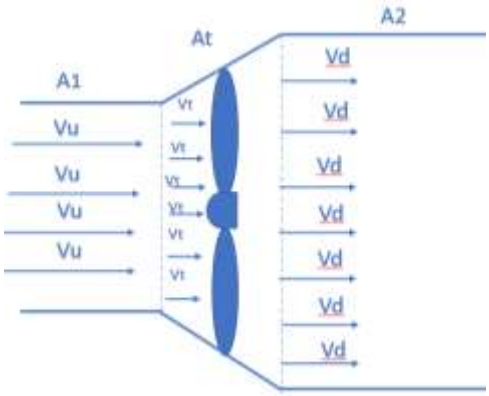

Рис. 1. Прохождение воздушного потока через ветротурбин

Кинетическая энергия ветра определяется как: $E = \frac{1}{2} m \cdot v_t^{\,2}$.

Мощность ветра можно рассчитать, как скорость изменения его кинетической энергии:

$$P = \frac{dE}{dt} \tag{2}$$

Приняв допущение о том, что воздух является несжимаемым, массовый расход воздуха (кг/с) можно определить как:

$$\dot{m} = \rho A_u \nu_u = \rho A_t \nu_t = \rho A_d \nu_d \qquad (3)$$

где ρ – плотность воздуха (kг/m^3), A_u – площадь, через которую дует ветер, A_d – площадь поперечного сечения воздушного потока после турбины, A_t – площадь турбины, v_u – скорость ветра выше по потоку, где V_u – скорость ветра на входе лопастей ротора в м/с, а V_d – скорость ветра на выходе лопастей ротора в м/с. Площадь поперечного сечения указана в м^2.

Мощность P ветра определяется как изменение кинетической энергии ветра при его движении от входа турбины до её выхода. Преобразуя разность квадратов скоростей к произведению их суммы и разности получаем:

$$P = \frac{\dot{m}}{2}\left(\nu^2{}_u - \nu^2{}_d\right) = \dot{m}\nu_t(\nu_u - \nu_d)\,. \qquad (4)$$

Для идеальной ветряной турбины, при учёте только лишь потерь из-за наличия выдуваемого на выходе турбины потока воздуха и на основании закона сохранения энергии можем считать, что мощность турбины равна мощности ветра. Использование уравнения баланса масс для турбины (3) и подстановка его в уравнение (4) даёт выражение для мощности турбины:

$$P = P_T = \frac{\rho A_t \nu_t}{2}\left(\nu^2{}_u - \nu^2{}_d\right) \qquad (5)$$

Подставив выражение для скорости турбины V_t в (3) получаем:

$$P_T = \frac{1}{4}\rho \cdot A_t \cdot \nu^3{}_u \left(1 - \left(\frac{\nu_d}{\nu_u}\right)^2 + \left(\frac{\nu_d}{\nu_u}\right) - \left(\frac{\nu_d}{\nu_u}\right)^3\right) \qquad (6)$$

Обозначим отношение скоростей потока воздуха на выходе и на входе турбины как λ:

$$\lambda = \frac{\nu_d}{\nu_u} \qquad (7)$$

Используя соотношение (7) в уравнении (6) получим:

$$P_T = \frac{1}{4}\cdot\rho\cdot A_t \cdot \nu^3{}_u \cdot\left(1 - \lambda^2 + \lambda - \lambda^3\right) \qquad (8)$$

Применяя правило дифференцирования произведения для уравнения (2) получаем:

$$P = \frac{1}{2}\left(2\cdot m\cdot\nu + \nu^2\frac{dm}{dt}\right). \qquad (9)$$

При постоянной скорости ветра составляющая $\frac{dv}{dt}$ в уравнении (7) обращается в ноль. Считая, что площади поперечного сечения A_1, At, A_2 равны, получаем из (7) полную мощность ветра:

$$P_{total} = \frac{1}{2}\cdot\nu_u{}^2\frac{dm}{dt} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\nu_u{}^2 = \frac{1}{2}\rho A_t\,\nu_u{}^3 \qquad (10)$$

III. КПД ВЕТРОТУРБИНЫ

Теперь, когда у нас есть выражения для механической мощности P_T, на выходе турбины и полной мощности ветра P_{total}, мы можем записать выражение для КПД идеальной ветряной турбины

η = PT/Ptotal. Используя уравнения (8) и (10) получаем выражение для КПД турбины:

$$\eta = \frac{P_T}{P_{total}} = \frac{1}{2}\left(1 - \lambda^2 + \lambda - \lambda^3\right) \qquad (11)$$

Чтобы определить максимальное значение КПД, продифференцируем уравнение (11) по λ и приравняем производную к нулю:

$$\frac{d\eta}{d\lambda} = \frac{1}{2}\frac{d}{d\lambda}\left(1 - \lambda^2 + \lambda - \lambda^3\right) = \frac{1}{2}\left(-2\lambda + 1 - 3\lambda^2\right) = \frac{1}{2}(1+\lambda)\cdot(1-3\lambda) = 0 \qquad (12)$$

Вставляя соотношение для λ из (7), мы можем сформулировать это в терминах скоростей восходящего и нисходящего потоков как:

$$0 = \frac{1}{2}(1+\lambda)\cdot(1-3\lambda) = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\nu_d}{\nu_u}\right)\cdot\left(1 + 3\cdot\frac{\nu_d}{\nu_u}\right) \qquad (13)$$

Это уравнение приводит к двум решениям. Первое решение,

$$0 = \left(1 + \frac{\nu_d}{\nu_u}\right), \nu_u = -\nu_d$$

Что, недостижимо в реальности, так как скорость потока воздуха на выходе турбины не может быть направлена противоположно скорости ветра на входе турбины. Второе решение даёт следующий результат:

$$0 = \left(1 - 3\cdot\frac{\nu_d}{\nu_u}\right), \quad 3\cdot\nu_d = \nu_u, \quad \nu_d = \frac{1}{3}\cdot\nu_u\,. \qquad (14)$$

Для того чтобы определить максимальное значение КПД численно, мы должны взять результаты (14) и подставить их в уравнение (11), в итоге получаем значение $\lambda = \nu_d / \nu_u = 1/3$.

Подстановка значения λ=1/3 в уравнение (11) дает искомое значение достижимого максимума КПД идеализированной ветротурбины:

$$\eta = 59.26\% \qquad (15)$$

Это говорит о том, что ни одна ветряная турбина не может преобразовать более 59.3% кинетической энергии ветра в механическую энергию:

$$C_{pmax} = 0.59$$

C_{pmax}- часто называют максимальным значением коэффициента мощности ротора.

IV. Зависимость КПД турбины от быстроходности

На рис. 2 рассматривается зависимость максимальный коэффициент КПД от быстроходности, когда скорость на выходе равна одной трети скорости ветра и КПД 59,26 %.

Для того, чтобы определить мощность турбины с максимальным КПД необходимо подставить уравнение (14) в уравнение (10) для мощности, извлекаемой турбиной:

$$P_T = \frac{1}{2}\rho \dot{A}_t \, v_u^{\,3} \eta \qquad (16)$$

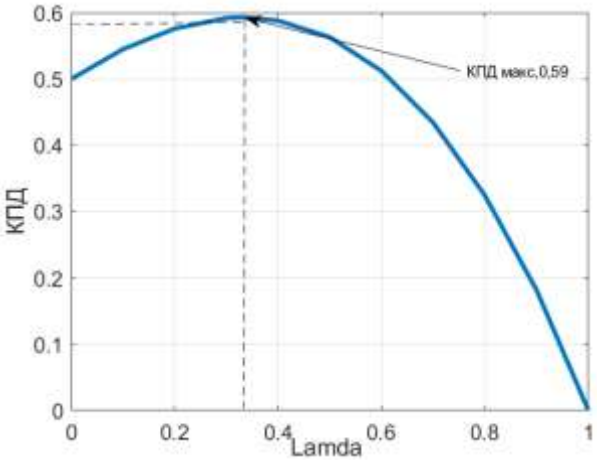

Рис. 2. Зависимость максимально достижимого КПД от быстроходности

Будем считать, что площадь поверхности поперечного сечения турбины имеет форму круга с диаметром D. Тогда, площади сечения турбины можно рассчитать как: $A_t = \pi D^2 / 4$.

Уравнение (18) при этом приобретает вид:

$$P_T = \frac{1}{2}\rho A_t \, v_u^{\,3} \eta = \frac{1}{8}\rho D^2 \, v_u^{\,3} \eta \pi \,, \qquad (17)$$

Откуда мы можем получить выражение для диаметра турбины, обеспечивающего работу с заданными КПД и мощностью:

$$D = \sqrt{\frac{8P_T}{\rho v_u^{\,3} \eta \pi}} \,. \qquad (18)$$

На уравнения (18) получим значения диаметра турбины.

V. Математическая модели турбины 1 кВт

Выходная мощность турбины задается следующим уравнением:

$$P_T = \frac{\rho . \dot{A}_t . v_u^{\,3} . C_p}{2} \,, \qquad (19)$$

где коэффициент мощности C_p является наиболее важным параметром в случае регулирования мощности [4]. Модель C_p как функция от отношения скорости концевой части лопасти и угла наклона лопасти θ в градусах определяется как

$$C_p(\lambda, \theta) = C_1 (C_2 \frac{1}{\beta} - C_3 \beta\theta - C_4 \theta^X - C_5) e^{-C_6 \frac{1}{\beta}} \qquad (20)$$

где значения коэффициентов C_1 –C_6, θ определяется как угол между плоскостью вращения и хордой поперечного сечения лопасти. Для конкретной турбины типа C_1 = 0,5, C_2 = 116, C_3 = 0,4, C_4 = 0, C_5 = 5, C_6 = 21 и β определяется

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\lambda + 0.08\theta} - \frac{0.035}{1+\theta^3} \,, \qquad (21)$$

где $\lambda = \dfrac{v_u(mph)}{\omega_b(\text{радс}^{-1})}$, ω_b – Это угловой скорости турбины.

Математическая модель представлена на рис. 3 на основанное механических характеристиках стационарного состояния турбины.

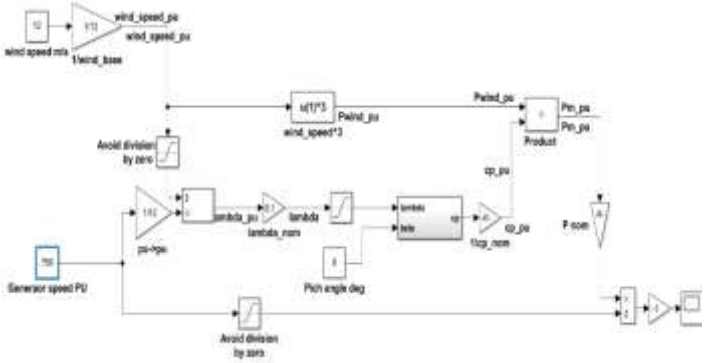

Рис. 3. Схема моделирования турбины в MatLab Simulink

VI. Результаты моделирования

На рис. 4 приведен график характеристик кривой механическая характеристики мощности ветротурбины, когда значения скорости ветра равно 12 м/с и угол атаки равен нулю.

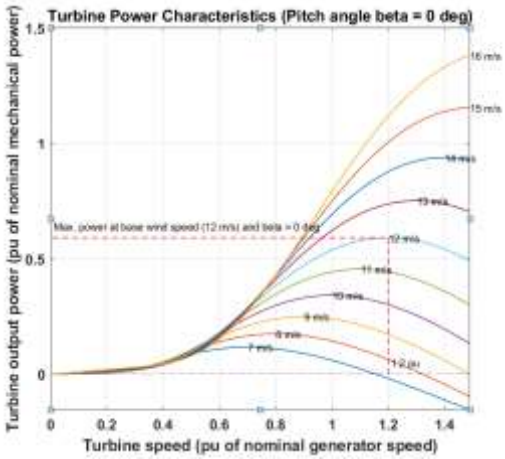

Рис. 4. Механическая характеристики ветротурбины

VII. Заключение

Получена оптимальная максимальная эффективность КПД ветровой турбины, а также оптимальное соотношение между скоростью на выходе и скоростью ветра. После расчета этих результатов мы должны теперь взглянуть на более практические применения ветряных турбин. Эта статья решила несколько основных вопросов:

- найдена оптимальная скорость на выходе турбины в зависимости от скорости ветра. Показано, что оптимальное количество кинетической энергии, извлекается из ветра при равенстве скорости на выходе турбины одной трети скорости ветра.
- определили полное значение кинетической энергии ветра, проходящего через эквивалентный объем турбины без учёта объема, занимаемого лопастями турбины.

Список литературы

[1] A.W. Manyonge, R.M. Ochieng, F.N. Onyango and J.M. Shichikha. Mathematical Modelling of Wind Turbine in a Wind Energy Conversion System // Applied Mathematical Sciences, Vol. 6, 2012, no. 91, pp 4527–4536

[2] R.M. Ochieng, F.N. Onyango and A.O. Oduor, Physical Formulation of the Expression of Wind Power //Internaltion Journal of Energy Environment and Economics, 18(2010), 1-7.

[3] Magdi Ragheb and Adam M. RaghebWind Turbines Theory - The Betz Equation and Optimal Rotor Tip Speed Ratio May 2nd 2011 Published: July 5th 2011

[4] Marisa Blackwood .Arcadii Grinshpan Maximum Efficiency of a Wind Turbine// Undergraduate Journal of Mathematical Modeling: One + Two, Vol. 6, Iss. 2 [2016], Art. 2