

Метод определения параметров нелинейного интегрального критерия загрязнения атмосферы

И. В. Герасимов

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
IVGerasimov-45@yandex.ru

И. Г. Анкудинов

Санкт-Петербургский горный университет
ivgank@rambler.ru

Аннотация. Индекс загрязнения атмосферы, построенный по принятым в настоящее время методикам, имеет вид линейной минимизируемой свертки и, поэтому, допускает в широких пределах взаимную компенсацию ухудшения одних показателей за счет улучшения других. Это приводит к не приемлемым результатам при больших отклонениях отдельных показателей от пропорции, определяемой значениями предельно допустимой концентрации по отдельным видам веществ. Предложенная в настоящей работе методика определения параметров нелинейного интегрального критерия загрязнения атмосферы в форме взвешенного степенного среднего основана на экспертной оценке предельно допустимой уступки для каждого показателя.

Ключевые слова: взвешенное степенное среднее; предельно допустимая концентрация; предельно допустимая уступка; нормирование; эталонное значение показателя

Для оценки уровня загрязнения атмосферы используется интегральный показатель – индекс загрязнения атмосферы (ИЗА), учитывающий степень воздействия загрязнителей на здоровье человека и характеризующий длительную – «хроническую» – загрязненность воздуха:

$$I_A = \sum_{i=1}^n W_i \frac{Y_i}{\bar{C}_i}, \quad (1)$$

где Y_i – концентрация i -го вещества (мг/м^3), W_i – весовой коэффициент, показывающий степень опасности i -го вещества по сравнению с диоксидом серы, $\bar{C}_i$ (мг/м^3) – предельно допустимая среднесуточная концентрация (ПДК) химического вещества в воздухе (табл. 1).

Весовой коэффициент W_i определяется классом опасности K_i (табл. 2). Формула (1) – это линейная свертка частных показателей Y_i , нормированных

относительно $\bar{C}_i$. Для значений ИЗА, вычисленных по формуле (1), устанавливаются уровни загрязнения и соответствующие лингвистические оценки, представленные в табл. 3.

ТАБЛИЦА 1 Предельно допустимая концентрация

i	Вещество	K_i	$\bar{C}_i$
1	Оксид углерода	4	3
2	Диоксид азота	2	0,04
3	Оксид азота	3	0,06
4	Диоксид серы	3	0,05
5	Аммиак	4	0,04
6	Озон	1	0,03
7	Формальдегид	2	0,003
8	Фенол	2	0,003
9	Бензол	2	0,1
10	Стирол	2	0,002
11	Взвешенные вещества	3	0,15

В табл. 4 приведен пример расчет ИЗА по формуле (1) для нескольких значений Y_4 для случая, когда уровень остальных показателей составляет 0,1 от ИЗА. Из этой таблицы видно, что даже при тройном превышении установленной для показателя Y_4 предельно допустимой концентрации, формула (1) оценивает уровень загрязнения как «низкий». Только при шестикратном превышении формула (1) дает оценку «высокий» и при двенадцатикратном – «очень высокий». Как известно, в целях охраны здоровья ни один из стандартов не должен быть превышен. Пример, приведенный выше, показывает, что интегральный показатель загрязнения атмосферы ИЗА, имеющий вид линейной минимизируемой свертки, приводит к не приемлемым результатам при больших отклонениях показателей загрязнения по отдельным видам веществ от пропорции, определяемой значениями предельно допустимой концентрации (ПДК) по отдельным видам веществ.

ТАБЛИЦА II КЛАССЫ ОПАСНОСТИ И ВЕСОВЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

Класс опасности K_i	1	2	3	4
	«чрезвычайно опасные»	«высоко опасные»	«опасные»	«умеренно опасные»
W_i	1,5	1,3	1,0	0,85

ТАБЛИЦА III УРОВНИ ЗАГРЯЗНЕНИЯ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ЛИНГВИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

I_A	$I_A \leq 5$	$7 \geq I_A > 5$	$14 \geq I_A > 7$	$I_A > 14$
ИЗА	Н – «низкий»	П – «повышенный»	В – «высокий»	ОВ – «очень высокий»

ТАБЛИЦА IV ПРИМЕР РАСЧЕТА ИЗА ПО ФОРМУЛЕ (1)

$Y_i = 0,1 * \bar{C}_i \ (i \in 1, \dots, 3, 5, \dots, 11)$						
$Y_4 \text{ (мг/м}^3\text{)}$	$3 * \bar{C}_4$	$4 * \bar{C}_4$	$5 * \bar{C}_4$	$6 * \bar{C}_4$	$12 * \bar{C}_4$	$13 * \bar{C}_4$
I_A	4,170	5,170	6,170	7,170	13,170	14,170
	Н	П	П	В	В	ОВ

Это связано с тем, что любая линейная свертка частных показателей допускает в широких пределах взаимную компенсацию ухудшения одних показателей за счет улучшения других.

Формулу (1) можно заменить равносильной

$$I_A = \sigma \sum_{i=1}^n w_i y_i, \quad (2)$$

где $\sigma = \sum_{i=1}^n W_i$, $w_i \ (i \in 1:n)$ – нормированные весовые коэффициенты, которые вычисляются по формуле

$$w_i = W_i / \sum_{j=1}^n W_j; \quad (3)$$

$y_i \ (i \in 1:n)$ – нормированные показатели загрязнения, которые вычисляются по формуле $y_i = \text{norm}(Y_i; \bar{C}_i) = Y_i / \bar{C}_i$.

Для данных табл. 1 и 2 по формуле (3) получаем:

$$(w_1, w_2, \dots, w_{11}) = (0,067; 0,102; 0,079; 0,079; 0,067; 0,118; 0,102; 0,102; 0,102; 0,102; 0,079).$$

Оценка «класса опасности» показателей в рамках линейной модели интегрального критерия I_A определяет схему компромисса как в окрестности некоторой «эталонной» точки, роль которой в (1) и (2) играют значения ПДК, так и во всем диапазоне возможных значений показателей. Поскольку показатели загрязнения атмосферы измеряются в абсолютной шкале, истинную меру компромисса для каждой пары (Y_i, Y_j) , где $i \neq j$, выражают не «классы опасности», коэффициенты W_i или $w_i \ (i \in 1:n)$, а коэффициенты замещения показателя Y_j показателем Y_i в точке $C = (C_1, C_2, \dots, C_n)$ пространства критериев – производные $\alpha_{ij} = dY_i / dY_j|_{Y=C}$.

Таким образом, коэффициент замещения – это количество единиц, на которое необходимо и достаточно уменьшить показатель Y_i , чтобы скомпенсировать возрастание показателя Y_j на 1 мг/м³ в точке $Y = C$.

Поскольку все показатели минимизируются, $\alpha_{ij} < 0$ для всех i и j . Коэффициенты замещения для линейной схемы компромисса постоянны для любой точки пространства критериев.

Коэффициенты в формуле (1) подобраны таким образом, чтобы получить приемлемую схему компромисса между показателями $Y_i \ (i \in 1:n)$ в рамках линейной модели интегрального критерия. Однако пример расчета ИЗА, приведенный во введении к настоящей работе, показывает, что использование линейной свертки, приводит к не совсем приемлемым результатам при больших отклонениях показателей загрязнения от пропорции, определяемой значениями ПДК.

Для построения критерия загрязнения атмосферы $f_A(y)$, свободного от указанного недостатка линейной свертки (1), предлагается реализация интегрального принципа оптимальности в форме взвешенного степенного среднего (ВСС) $M_r(w, y)$ [2, 4]:

$$f_A(y) = M_r(w, y) = \left(\sum_{i=1}^n w_i y_i^r \right)^{1/r}, \quad (4)$$

где $y = (y_1, \dots, y_n)$ – нормированные показатели, r – степень среднего, $w = (w_1, \dots, w_n)$ – весовые коэффициенты, причем $\sum_i w_i = 1$. Свойства $M_r(w, y)$ достаточно хорошо исследованы [1-5]. Интегральный критерий $f_A(y)$ на основе ВСС отличается от линейной свертки (1) только одним дополнительным параметром, а именно степенью среднего r , причем $r \in (-\infty, +\infty)$.

Актуальным вопросом использования ВСС для скаляризации векторных критериев является выбор

методики оценки параметров r и $w=(w_1, \dots, w_n)$ свертки $M_r(w, y)$ для реализации нелинейной схемы компромисса в широком диапазоне изменения показателей. Обоснованность экспертной процедуры получения параметров r и $w=(w_1, \dots, w_n)$ определяется тем, насколько оценки, которые делают эксперты, отражают характерные особенности нелинейной схемы компромисса. Определение весовых коэффициентов линейных свертки осуществляется на практике, как правило, на основе непосредственной экспертной оценки «важности» показателей или на основе их попарного сравнения.

Методика определения параметров свертки w и r , используемая в данной работе основана на понятиях – эталонного $C_{i,\varepsilon}$ значения и предельно допустимой уступки (ПДУ) $\Delta C_{i,\varepsilon}$ ($i \in 1:n$) для эталонного значения каждого показателя [3,4]. Для задач управления и проектирования в качестве эталонного значения $C_{i,\varepsilon}$ ($i \in 1:n$) в работах [3,4] используется целевое значение показателя (плановое или допустимое значение, приведенное в техническом задании на проектируемый объект).

Предельно допустимая уступка $\Delta C_{i,\varepsilon}$ определяется как предельно допустимое отклонение каждого показателя от эталонного значения в сторону ухудшения, которое может быть компенсировано за счет «идеальных» значений остальных показателей.

Аргументом в пользу выбора ПДК в качестве эталонных значений может служить то обстоятельство, что эти значения используются как пороговые для разделения ситуаций на уровни загрязнения в соответствии с табл. 3. Использование ПДК в качестве эталонных значений позволяет задать ПДУ непосредственно для значений ПДК. Наиболее простой вариант заключается в том, что используются весовые коэффициенты, вычисленные по формуле (3), что позволяет сохранить коэффициенты замещения формы (1). Формулу для оценки загрязнения атмосферы с использованием ПДК в качестве эталонных значений запишем в виде

$$f_A = \left(\sum_{i=1}^n w_i \left(\frac{Y_i}{C_i} \right)^r \right)^{1/r}. \quad (5)$$

Степень ВСС выбирается из условия получения требуемого среднего значения ПДУ, либо из условия получения требуемого значения ПДУ для выбранного s -го показателя загрязнения в точке ПДК по формуле

$$r = - \frac{\ln w_s}{\ln(1 + \Delta \tilde{C}_{s,\varepsilon})}, \quad (6)$$

где $\Delta \tilde{C}_{s,\varepsilon}$ – нормированная ПДУ.

В точке ПДК примем $\Delta \tilde{C}_{4,\varepsilon} = 1,3 \bar{C}_4 = 0,065$. Тогда $\Delta \tilde{C}_{4,\varepsilon} = 1,3$ и по формуле (6) для веса $w_4 = 0,079$ получим значение степени $r = 3,048$.

Влияние степени r иллюстрирует рис. 1. На этом рисунке представлены графики зависимости пересчитанного индекса загрязнения $I(f_A)$ для трех значений степени, когда остальные показатели имеют уровень, равный одной десятой ПДК. Для сопоставления представлен также график зависимости индекса I_A от $Y_4 / \bar{Y}_4$, вычисленной по формуле (1).

В табл. 6 сопоставлены результаты расчета ИЗА по формуле (1) и (5). Пересчет значений f_A в значения I_A для построения графиков для табл. 5 выполнен по формуле $I_A = \sigma f_A$. Уже на уровне предельно допустимой концентрации, установленной для показателя Y_4 , формула (5) оценивает уровень загрязнения как «повышенный».

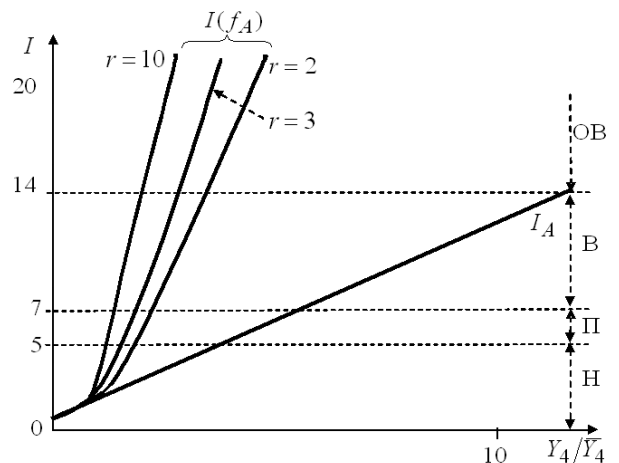


Рис. 1. Зависимость $I_A(f_A)$ и ИЗА I_A для $r=2, 3$ и 10 от $Y_4 / \bar{Y}_4$

Индекс загрязнения атмосферы (ИЗА), построенный в виде линейной минимизируемой свертки допускает в широких пределах взаимную компенсацию ухудшения одних показателей за счет улучшения других. Это приводит к не приемлемым результатам при больших отклонениях отдельных показателей от пропорции, определяемой значениями предельно допустимой концентрации (ПДК) по отдельным видам веществ. Предложенная в настоящей работе методика определения параметров w и r нелинейного интегрального критерия загрязнения атмосферы f_A в форме ВСС основана на экспертной оценке предельно допустимой уступки (ПДУ) для каждого показателя. Понятие ПДУ имеет ясное геометрическое представление и определяется как предельно допустимое отклонение каждого показателя от эталонного значения в сторону ухудшения, которое может быть компенсировано за счет «идеальных» значений остальных показателей.

ТАБЛИЦА V

СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА ИЗА ПО ФОРМУЛЕ (1) И (5)

$r=3,048; Y_i = 0,1 * \bar{C}_i \quad (i \in 1, \dots, 3, 5, \dots, 11)$							
$Y_4 \text{ (мг/м}^3\text{)}$	$0 * \bar{C}_4$	$1 * \bar{C}_4$	$2 * \bar{C}_4$	$3 * \bar{C}_4$	$5 * \bar{C}_4$	$6 * \bar{C}_4$	$13 * \bar{C}_4$
I_A	1,170	2,170	3,170	4,170	6,170	7,170	14,170
	Н	Н	Н	Н	П	В	ОВ
f_A	0,097	0,436	0,869	1,303	2,172	2,606	5,647
$I(f_A)$	1,236	5,536	11,038	16,551	27,583	33,099	71,715
	Н	П	В	ОВ	ОВ	ОВ	ОВ

В качестве эталонной точки используется точка ПДК. Приведенный пример показывает, что приближение хотя бы одного показателя к уровню ПДК на фоне остальных показателей, близких к нулевому уровню, изменяет интегральную оценку f_A с «низкой» до «повышенной».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Оценка параметров модели предпочтения нечеткий максимин / И.Г. Анкудинов, И.В. Герасимов // Т.2. №-Секции 4: Тез. докл. Международной конф. по мягким вычислениям и измерениям SCM-2016, СПб, 25-27 мая 2016 / Санкт-Петербургский электротехнический университет «ЛЭТИ». СПб, 2016. С. 43-46.
- [2] Харди Г.Г., Литтльвуд Д.Е., Поля Г. Неравенства. М.: Иностран. лит-ра, 1948. 456 с.
- [3] Гармонизация решений в управлении и проектировании / И.Г. Анкудинов, И.В. Герасимов // Т.2. №-Секции 4: Тез. докл. Международной конф. по мягким вычислениям и измерениям SCM-2018, СПб, 23-25 мая 2018 / Санкт-Петербургский электротехнический университет «ЛЭТИ». СПб, 2018. С. 15-17.
- [4] Ankoudinov G.I., Ankoudinov I.G., Strizhachenko A.I. Goal functions from minimax to maximin in multicriteria choice and optimization // Innovations and Advanced Techniques in Systems, Computing Sciences and Software Engineering. ed. Kh. Elleithy. Springer, 2008, pp. 192-197.
- [5] M. Ehrgott, Multicriteria Optimization. Springer, 2000. 323 p.