

# Применение ковариации и корреляции для анализа взаимосвязей в имитационных моделях

К. Г. Бароян

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации (Финуниверситет), Financial University  
baroyan-karen@mail.ru

**Аннотация.** В статье рассмотрены принципы имитационного моделирования, принципы построения моделей и их практическое использование в условиях современной экономики, которое является одним из наиболее эффективных методов анализа экономических систем. Результаты проведения подобных экспериментов могут помочь как выявить свойства и закономерности исследуемой системы, так и решить задачи на практике. В связи с развитием экономики сфера использования имитации в экономике увеличилась. Она действенна как для решения задач внутри предприятий, так и для моделирования макроэкономических процессов.

**Ключевые слова:** модель; имитация; имитационное моделирование; анализ; взаимосвязи в модели; моделирование

## I. ВВЕДЕНИЕ

Существует три основных подхода имитационного моделирования, отличающиеся друг от друга степенью абстрагирования при построении модели.

### *Агентное моделирование*

Данный вид моделирования является сравнительно новым направлением в имитационном моделировании. Он начал активно использоваться аналитиками лишь в 1990–2000 гг. Такой подход применяется для исследования децентрализованных систем, то есть таких систем, функционирование которых не задается определенными правилами или законами, напротив, правила и законы – это результат активности элементов системы. Цель применения агентного моделирования состоит в том, чтобы получить информацию о правилах и законах, о поведении системы, основываясь на предположении о частном поведении отдельных ее элементов и их взаимодействии. Агент в данном контексте представляет собой активную сущность с автономным поведением, которая способна принимать решения, руководствуясь набором правил, а также взаимодействовать с окружающей средой и изменяться.

### *Дискретно-событийный метод имитационного моделирования*

Данный вид моделирования строится на абстрагировании от непрерывности событий и подвергает анализу лишь главные события системы: ожидание, обработка, перемещение груза, разгрузка. Такое моделирование является на сегодняшний момент наиболее развитым и отличается широким кругом применения: от

логистики до систем массового обслуживания и производных систем. Его изобретение относят к 1960 годам.

### *Системная динамика*

Данный вид имитационного моделирования характеризуется построением графических диаграмм причинно-следственных связей с учетом времени и влияния параметров друг на друга с последующей имитации на компьютере, учитывающей данные диаграмм. Системная динамика позволяет понять сущность процессов происходящих в системе и выявить взаимосвязь между ее элементами, причины и последствия этих связей. Применение данной модели: имитация бизнес-процессов, развития района, города, страны, отдельного производства, будущего экологического состояния и состояния здоровья нации. Данный вид имитационного моделирования разработан был в 1950-х годах.

### *Необходимость использования имитационного моделирования для анализа экономических систем*

Имитационное моделирование включает в себе ряд численных экспериментов, осуществляемых для получения эмпирической оценки влияния входных величин на зависящие от них показатели. Реализацию такого имитационного эксперимента проводят в 5 этапов:

1. определение взаимосвязей между входными и результирующими данными в виде неравенства или уравнения;
2. определение правил распределения вероятностей для основных параметров исследуемой модели;
3. компьютерное имитирование основных параметров исследуемой модели;
4. расчет характеристик распределений входных и выходных данных;
5. анализ результатов и принятие решения поставленной задачи.

На практике полезным является дополнение полученных результатов статистическим анализом и построение на основании проведенного эксперимента прогнозных сценариев. Заметим, что при осуществлении анализа стохастических моделей важную роль играют взаимозависимости между случайными величинами. В приведённом примере было представлено установление

взаимосвязей или их отсутствия с помощью графиков. Для определения количественных характеристик применяют ковариацию и корреляцию.

## II. ПРИМЕНЕНИЕ КОВАРИАЦИИ И КОРРЕЛЯЦИИ ДЛЯ АНАЛИЗА ВЗАИМОСВЯЗЕЙ В ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЯХ

Ковариация применяется для того, чтобы выразить степень взаимосвязи между 2 множествами. Она вычисляется по формуле:

$$Cov(X, Y) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (X_i - M(X))(Y_i - M(Y)),$$

где  $X$  и  $Y$  – это множества значений случайных величин,  $m$  – размерность данных величин,  $M(X)$  и  $M(Y)$  – математическое ожидание величин  $X$  и  $Y$  соответственно.

Из данной формулы следует, что положительной ковариация будет в том случае, если большим значениям  $X$  будут соответствовать большие значения  $Y$ , тогда между ними наблюдается тесная взаимосвязь. Отрицательная ковариация соответственно получается, когда малым значениям  $X$  соответствуют большие значения  $Y$ . В таком случае зависимость между величинами выражена слабо, а значение ковариации близко к нулю.

Значения ковариации зависят от единиц измерения величин, подвергнутых исследованию, это значительно ограничивает применение данного метода на практике. Наиболее удобным для анализа полученных к имитационном эксперименте будет использование коэффициента корреляции, который получают по формуле:

$$R = \frac{Cov(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

Коэффициенту корреляции присущи все те же свойства, которые имеет ковариация, но он является величиной безразмерной, его значения находятся в диапазоне от минус единицы (при обратной линейной взаимосвязи) до +1 (при прямой линейной взаимосвязи). Если величины независимы, то значение коэффициента корреляции близко к нулю.

Для решения данной задачи – оценки результатов эксперимента имитации применяют Excel, позволяющий определять количественную характеристику тесноты взаимосвязи между полученными случайными величинами 2 способами:

- при помощи встроенных функций КОРРЕЛ и КОВАР;
- при помощи инструментов статистического анализа (инструмент описательная статистика), который удобно использовать при количестве исследуемых переменных больше 2).

Как известно, моделирование – это построение математической модели, требующее наличие четкого представления о целях функционирования исследуемой экономической системы и информации об ограничениях, определяющие область допустимых значений данных

переменных. Анализ такой модели может помочь найти способ наилучшего воздействия на объект управления при выполнении всех условий.

Сложность таких систем очень затрудняет определение целей и ограничений в аналитическом виде. Несмотря на то, что существует большое количество переменных и ограничений, на которые стоит обратить внимание при анализе ситуаций, только малая их часть требуется при описании исследуемых систем. Следовательно, для моделирования систем нужно определить приоритетные ограничения, переменные и параметры.

Имитационные модели воспроизводят поведение системы на протяжении определенного промежутка времени путем определения ряда событий, при распределении которых во времени могут дать важную информацию о поведении системы. После определения таких событий следует регистрировать нужные характеристики системы в моменты воспроизведения таких событий. Информация о характеристиках этой системы, накапливающаяся в форме статистических данных, будет каждый раз обновляться во время реализации каждого из требуемых событий. Имитационные модели позволяют симулировать поведение сложных систем, для которых невозможно получить решение и построить математическую модель. Причем, чтобы построить имитационные модели, наличие функций, которые будут связывать те или иные переменные, не обязательно.

Главный недостаток имитационного моделирования в том, что его выполнение соответствует поведению множества экспериментов, что неизбежно приведет к появлению экспериментальных ошибок. Также следует учитывать, что реализация процесса оптимизации вызывает множество трудностей.

Модели экономических процессов разрабатываются для того, чтобы оптимизировать заданную целевую функцию при некотором количестве ограничений. Понятие «оптимизация» обычно используется для определения процессов максимизации или минимизации целевой функции. Так что для одной и той же задачи можно возможны две различные модели с разными критериями оптимизации. Например, если предпочесть максимизацию прибыли или минимизацию затрат, то тогда использование оптимизационных моделей соответствующих данным критериям при одинаковых ограничениях не всегда может привести к получению одинаковых оптимальных решений, так как критерии не эквивалентны, а величина затрат может быть функцией переменных, находящихся под контролем данной фирмы и зависеть от внутренних факторов, тогда как величина прибыли зависит от внешних неконтролируемых воздействий, например от ситуации на рынке сбыта, которая зависит от действий конкурентов.

Учитывая все вышеперечисленное, можно прийти к выводу, что полученное оптимальное решение с помощью конкретной математической модели является самым выгодным только в рамках этой модели и учитывая все его условия. То есть такое решение – самое лучшее только когда выбранные критерии оптимизации полностью адекватные и соответствуют целям организации.

Метод имитационного моделирования является экспериментальным методом изучения реальной системы по ее модели, который включает в себя свойства экспериментального подхода и особенные ограничения по использованию ЭВМ.

В данном определении большое внимание уделяется тому факту, что имитационное моделирование является машинным методом моделирования и подразумевает обязательное наличие ЭВМ, появлению которого он обязан развитию информационных технологий, ранее не функционирующих. В этом определении также подчеркивается то, что данный метод моделирования носит экспериментальный, имитационный характер. Важную роль в его реализации играет как проведение, так и планирование эксперимента на модели. Но определение не поясняет саму имитационную модель.

### III. КОМПЛЕКСНЫЙ ПОДХОД К ТЕСТИРОВАНИЮ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

К настоящему времени в мировой практике имитационного моделирования сформировались определённые подходы и сложились вполне устоявшиеся концепции, которые могут дать толчок к решению проблем оценки достоверности имитационных моделей. Следует заметить, что оценка достоверности модели относится к числу «вечных» проблем имитационного моделирования.

Такое состояние обусловлено, в первую очередь, особенностями использования имитационного моделирования как метода исследования, который, в отличие от традиционных методов математического прогнозирования не может снабдить проектировщиков и исследователей сложных систем соответствующими формализованными средствами описания таких систем. Тем не менее, полезно отметить, что легкость выполнения некоторых процедур исследования в имитационном моделировании, например, анализа чувствительности, делают метод имитационного моделирования заманчивым и доступным.

На практике выделяют 3 основные категории оценки:

*Верификация модели* – это проверка на соответствие фактического поведения модели запланированному исследователями и проектировщиками. То есть, процедуры верификации проводятся для того, чтобы убедиться, что модель ведет себя так, как было задумано изначально. Для этого должны быть выполнены ряд формальных и неформальных исследований имитационной модели.

Верификация имитационной модели помогает доказать возможность использования создаваемой реальной модели в качестве машинного аналога концептуальной модели посредством обеспечения максимального соответствия с последней. Целью процедуры верификации является определение уровня, на котором сходство данных моделей может быть успешно достигнуто.

*Валидация модели* – это ничто иное, как подтверждение того, что модель при заданных условиях ведет себя с

высокой степенью идентичности в соответствии с целями моделирования. Соответственно, валидация предполагает проверку сходства параметров поведения имитационной модели и исследуемой реальной системы. Валидация и верификация имитационной модели относятся к объяснению внутренней структуры модели. В ходе реализации данных операций выполняются цикл работ, по испытанию и проверки внутренней структуры и достоверности принятых гипотез; изучается внутренняя состоятельность модели. Валидация информации ориентирована на подтверждение точности и непротиворечивости всех используемых модельных данных, том числе входных и подтверждения корректности и определенности значения параметров.

Такие прогоны относятся к проблемному анализу, а именно, к исследованию и интерпретации полученных в ходе эксперимента данных.

Проблемный анализ – это формулировка статистически важных выводов на основе данных, полученных в ходе эксперимента на имитационной модели. Проводится проверяется достоверность интерпретации полученных на модели данных, оценка степени справедливости статистических выводов, которые были получены в ходе исследования. Для этого изучаются свойства имитационной модели: проводится оценка чувствительности, устойчивости, точности результатов моделирования.

Таким образом, на этапе испытания и изучения полученной имитационной модели организуется комплексное испытание модели, используемое, в первую очередь, для поддержки процессов верификации и валидации имитационных моделей.

### IV. ТЕХНОЛОГИЯ ПОСТАНОВКИ И ПРОВЕДЕНИЯ НАПРАВЛЕННОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА НА ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ

Системное моделирование рассматривает вычислительный эксперимент как новый метод научного исследования. Под методом имитационного моделирования предполагается экспериментальный метод, подразумевающий имитацию посредством математической модели для принятия решений касательно реально действующей системе. Эксперимент же определяется как полноценное исследование, основанное на имитационной модели, которое позволяет получить информацию и сделать выводы, которые смогут повлиять на исход принятия решений.

Математические модели здесь пробного, а не выходного типа. Такие исследования состоят из цикла проверок, в ходе которых оценивается степень корректности функционируемой системы при данной совокупности условий, конкретном наборе данных и используемых параметров.

Главной целью имитационных исследований является снабжение данными при изменении условий.

Отличительной чертой имитационной модели является то, что каждый ее машинный прогон дает результаты,

которые функционируют только при определенных значениях параметров и иных данных, заложенных в имитационную программу. То есть параметры, переменные, операционные правила, структурные отношения могут варьироваться в зависимости от различных прогнозируемых вариантов, соответствующие определенному варианту.

Содержание целей имитационного эксперимента определяются:

- предварительно проведенным анализом данных, что является основной частью вычислительного эксперимента;
- его результаты достоверны и математически обоснованы вычислительным экспериментом;
- Вышеизложенное определяет основные задачи исследователя при проектировании и проведении вычислительного эксперимента на имитационной модели.

Эти задачи состоят из:

- Стратегическое прогнозирование вычислительного эксперимента.
- Выбор (аналитического) метода анализа (обработки) результатов вычислительного эксперимента.
- Разработка алгоритма проведения эксперимента на модели.

Цель данного планирования двойственна. С одной стороны, прогнозирование эксперимента позволяет выбрать определенный способ сбора нужной информации, служащей для получения обоснованных выводов. Таким образом, план эксперимента является структурной базой процесса исследования. С другой стороны, планирование может помочь достигнуть цели исследования наиболее действенным способом, а именно, посредством уменьшения числа испытательных проверок (прогнозов).

На самом деле, если в ходе исследования рассматривается большое число вариантов, то количество проверок растет, а, следовательно, растут и издержки машинного времени.

Статистические методы планирования эксперимента помогают решить проблему выбора ограниченного числа прогнозов.

Следующей задачей при организации и планировании эксперимента на имитационной модели является выбор способа анализа результатов. От целей и задач вычислительного эксперимента зависит то, какие математические методы исследователь выберет, чтобы обработать и формализовать результаты самого эксперимента.

Имитационная модель представляет собой черный ящик. Вторичная модель, отвечающая стратегическим требованиям, устанавливает взаимосвязь  $F$  между входом  $X$  и выходом  $Y$  имитационной модели. Регрессионная модель –

простейший случай. Функция  $F$  ищется в таких задачах, как интерполяция, а экстремум функции  $F$  – в задачах оптимизации. Цель и характер исследования определяет выбор метода анализа результатов исследования. На практике, выбор аналитического метода анализа результатов исследования (вторичной математической модели) зависит от цели исследования и метода статистического анализа его результатов, который является одним из важных аспектов для достижения этой цели.

Применение имитационного моделирования при анализе финансовой ситуации различных проектов в РФ обусловлена тем, что российский рынок характеризуется высокой степенью неопределенности и высокой степенью субъективизма, и зависимостью от неэкономических факторов. Результаты имитации, дополненные статистическим анализом, обеспечат аналитика и субъекта, принимающего решения наиболее полной информацией и степени взаимозависимостей между ключевыми факторами и возможными результатами при различных сценариях развития ситуации.

Рассмотренный подход имеет несколько недостатков (трудность восприятия менеджерами в силу математической сложности, сложность разработки, при которой возможно возникновение потребности в привлечении специалистов, относительная неточность полученных результатов). Однако, в настоящее время несмотря на все перечисленные недостатки имитационное моделирование остается основой при создании новых инновационных технологий в сфере управления и принятия бизнес-решений. Развитие техники и всеобщая компьютеризация, а также постоянное усовершенствование программного обеспечения делает данный метод доступным для все более широкого круга специалистов.

Научный руководитель публикации: к.э.н., доц. Звягин Леонид Сергеевич, Финансовый университет при Правительстве РФ.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Акопов А.С. Имитационное моделирование. Юрайт, 2015. 490 с.
- [2] Бережная Е.В. Математические методы моделирования экономических систем / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. Москва: Финансы и статистика, 2011. 368 с.
- [3] Бурда Г.П. Моделирование экономики / Г.П. Бурда, Ал.Г. Бурда, Ан.Г. Бурда. Краснодар: КГАУ, 2011 г. в 2-х частях. Часть II. Методы моделирования производства и рынка. 545 с.
- [4] Долганова О.И., Виноградова Е.В., Лобанова А.М. Моделирование бизнес-процессов. Юрайт, 2016.
- [5] Звягин Л.С. Вероятностные методы в обработке информации как основа развития информационной среды // Мягкие измерения и вычисления. 2018. № 3. С. 64-75.
- [6] Звягин Л.С. Системная модернизация: проблемы изучения динамики социально-экономических систем // В сборнике: Россия: тенденции и перспективы развития: Ежегодник. Институт научной информации по общественным наукам Российской академии наук / Отв. редактор В.И. Герасимов. 2018. С. 52-53.
- [7] Елиферов В.Г., Репин В.В. Бизнес-процессы. Регламентация и управление. Инфра-М, 2009. 320 с.
- [8] Хачатрян, С.Р. Методы и модели решения экономических задач / С.Р. Хачатрян, М.В. Пинегина, В.П. Буянов; под ред. С.Р. Хачатряна. Москва: Изд-во «Экзамен», 2011. 384 с.
- [9] Zvyagin L.S. Problems of implementing system analysis in the target management // Proceedings of 2017 IEEE 2nd International Conference on Control in Technical Systems, CTS 2017 2. 2017. С. 293-296.