

Применение аппроксимационно-комбинаторного метода декомпозиции и композиции систем

Е. В. Кириллова

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации (Финуниверситет), Financial University
jeny.1999@mail.ru

Аннотация. Достичь оптимальных и более точных решений только по единственному критерию дают распространённые методы оптимизации. Но, если исследовать реальный проект, то чаще всего появляется необходимость проанализировать также по остальным критериям, но, к сожалению, они редко подчиняются формализации. Решить такую задачу помогает лишь присутствие множества «близких» решений. Анализируя их, можно выбрать более подходящий проект, с помощью комплекса оценочных критериев.

Ключевые слова: системы; аппроксимация; комбинаторика; декомпозиция систем; аналитические методы

I. ВВЕДЕНИЕ

Традиционно выполняемые проектирование и разработка обычно включают в свой состав значительную «балластную» часть – это затраты на проверку, изменение, согласование и перепроектирование многочисленных промежуточных вариантов создаваемой системы. И чем сложнее разработка, тем выше доля балластной части, а, следовательно, дороже и длительнее процесс создания. С усложнением техники и технологии происходит лавинообразное нарастание числа промежуточных вариантов, которые бракуются на разных стадиях проектных работ и не попадают в границы окончательных решений. Каждый промежуточный вариант до отбраковки проходит определенные этапы проектной разработки и требует соответствующих затрат ресурсов на преодоление неопределенности по отношению к выявляемым в процессе создания проектным параметрам и характеристикам данного варианта. Учитывая, что ресурсы, отводимые на проектирование, всегда ограничены, быстрый рост числа вариантов и связанных с ними балластных затрат резко снижает качество и производительность проектных работ.

Казалось бы, принципиальное решение этой проблемы определяется необходимым уменьшением числа рассматриваемых в проектировании вариантов по мере повышения сложности проекта. Однако с уменьшением общего числа рассматриваемых вариантов снижается вероятность получения так называемых оптимальных решений, то есть решений, максимально удовлетворяющих поставленным целям.

Существующие подходы к решению такой противоречивой проблемы базируются на предположении,

что чем быстрее и больше будет просмотрено вариантов в процессе проектирования, тем выше качество проектирования и меньше сроки разработки. Отсюда главное внимание уделяется автоматизации проектных работ с применением компьютерной техники, что действительно в значительной степени ускоряет процесс проектирования и позволяет рассматривать гораздо большее число вариантов проекта.

В течение многих лет в отделе Методов проектирования развивающихся систем ВЦ РАН под руководством д.ф.-м.н. В.Р. Хачатурова ведется работа по решению задач комплексного освоения территорий, и, в первую очередь, нефтегазодобывающих регионов.

К появлению территориально распределенных промышленных комплексов, которые действуют в обстоятельствах с ограниченными ресурсами и с внутренней конкуренции повлияла именно Индустриальная эпоха. Так появилась потребность оптимизировать региональное распределение индустриальных объектов, но, к сожалению, полностью решить ее удалось с помощью развития компьютерной техники, так как именно она создала возможность мгновенно и оперативно обрабатывать существенные массивы экспериментальных данных.

Немало важных проблем оптимальных и оптимально-компромиссных заключений имеют все шансы быть сформулированы в определениях математических моделей в всевозможных научных и практических сферах деятельности людей.

В мире существовало много проблем, таких как задача оптимальной загрузки транспортных средств, проблема оптимального использования сырья, так же планирование выпуска производственных продуктов и так далее, решить все эти проблемы помог именно математический подход.

Для того, чтобы окончательно покончить с этими проблемами, были разработаны целые комплексы математических методов, с помощью которых получилось превратить экономику в науку, причем максимально точную.

II. ПОСТАНОВКА АППРОКСИМАЦИОННО-КОМБИНАТОРНОГО МЕТОДА ДЕКОМПОЗИЦИИ И КОМПОЗИЦИИ СИСТЕМ

В 1974 году Хачатуров В.Р. представил метод, который в настоящее время известен многим, как метод декомпозиции и композиции систем. В данной методике

он открыл задачу определения экстремума функций. Такие методы как методы линейного и динамического программирования и методика последовательных расчетов были применены в задачах дискретной оптимизации, так как именно они устраняли данную проблему.

Также Хачатуров предлагал метод аппроксимации, который в свою очередь предполагает преобразование всех вышеперечисленных методик. В методе, который мы рассматриваем употребляется аппроксимирующая функция. Построив большое количество решений, «близких» по содержанию к наиболее идеальному функционалу, затем если мы посчитаем исходный, то можем смело утверждать, что ответом исходной задачи будет являться лучшее из вычисленных больших количеств решений.

Чаше всего мы не можем решить данную нам задачу в обычном, общем виде, так как у нее большие размеры, еще одной причиной может послужить то, что на нее наложены особые условия и ряды ограничений. С другой стороны, если мы изучим задачу проектирования, то поймем, что в данном примере исходная задача будет разделена на группы. Каждая из этих групп предназначена для проектирования лишь единственной из всего количества существующих технологических систем. Этот процесс можно назвать декомпозицией задачи проектирования.

Бывают такие ситуации, что задача проектирования каждой из изучаемых систем в действительности является нерешаемой. На примере можно рассмотреть любой строительный проект, где одной из главных причин нерешаемости, может стать сложный вид стоимостных функций, также индивидуальные особенности и их ограничения. Таким образом, стоит решить задачу устройства набора аппроксимирующих функций. Для них на данном этапе уже есть исследованные и разработанные методы развития как оптимального, также и «близких» решений, они могут быть рассмотрены в определенном диапазоне. Шанс выбора множества более допустимых вариантов дает нам пересчет первоначального функционала задач на «близких» решениях.

III. ОБОСНОВАНИЕ АППРОКСИМАЦИОННО-КОМБИНАТОРНОГО МЕТОДА ДЕКОМПОЗИЦИИ И КОМПОЗИЦИИ СИСТЕМ

Ниже представлена формулировка одной из математических задач для совершенствования системы, в состав которой входит большое количество схожих элементов. А именно, их схожесть подразумевает то, что любой элемент возможно описать одинаковым набором переменных, также неважна и их размерность.

Предлагается взять некую систему «D» как объект исследования. Задача направлена на то, чтобы определить многомерный элемент $X^0 \in D$, именно он является наилучшим, но это не значит, что он обязательно должен быть формализованным в данной системе.

Зафиксируем данное свойство X^0 таким образом:

$$E(X^0) = \max_{X \in D} E(X),$$

так, $\text{extr}E(X)$ – это оператор сравнения разных элементов $X \in D$, при помощи которого есть возможность найти самый лучший элемент $X^0 \in D$. Иначе можно сказать, что нам необходимо определить, что X^0 выходит самым лучшим элементом для оператора $E(X)$.

Будем считать, что $\text{extr} \equiv \min$ (или $\max$), а $E(X)$ — некое формализованное правило оценивания, только тогда мы сможем заполнить задачу математического программирования.

Нам стоит утверждать, что система «D»

- Будет изучена, если мы сможем найти X^0 ;
- Считается частично изучена, если найдено множество D_0 такие, что $X^0 \in D_0$, $D_0 \subset D$, $D_0 \neq D$;
- Будет не изучена, если $D_0 = D$.

Именно аппроксимационно-комбинаторный метод декомпозиции и композиции систем был создан для того, чтобы изучить сложные системы типа «D».

Включим в рассмотрение n систем $D_j(\omega_j)$, где $j \in J = \{1, 2, \dots, n\}$, $\omega_j \subset I$, $C/\omega_j \neq \emptyset$, $D_j(\omega_j) \subset A(\omega_j) = \prod A_i, i \in \omega_j$.

Системными элементами $D_j(\omega_j)$ соответственно будут $X_j = X_j(\omega_j)$, где $X_j(\omega_j) = (x_{i_1}, \dots, x_{i_{|\omega_j|}})$, $i_k \in \omega_j, k = 1, 2, \dots, |\omega_j|$ ($i_1 < \dots < i_{|\omega_j|}$).

Для каждой системы $D_j(\omega_j)$ укажем формализованное условие выбора самого идеального элемента $X_j^0(\omega_j) \in D_j(\omega_j)$, т.е. установим критерий оптимизации $E_j(X_j(\omega_j))$.

В роли подобного критерия $E_j(X_j(\omega_j))$ можем принять значение одного из данных $x_{ik(j)}$, где $i_{k(j)} \in \omega_j$, т.е. $E_j(X_j(\omega_j)) = x_{ik(j)}, i_{k(j)} \in \omega_j$.

Предположим для определенности $\text{extr} = \min$. Тогда

$$E_j(X_j^0(\omega_j)) = \min E_j(X_j(\omega_j)), \quad X_j(\omega_j) \in D_j(\omega_j).$$

При условии, что мы вычислим n задач оптимизации, то сможем узнать $X_j^0(\omega_j)$ и его значения $E_j(X_j^0(\omega_j))$. Как только мы получим эти все значения, мы сможем использовать их для того, чтобы определить некоторое $\tilde{X}(I) = \tilde{X} \in D$, это будет считаться приближенным решением задачи.

Способы получения $\tilde{X}$ могут быть совершенно разными, они будут зависеть от особенности задачи и разных свойств вспомогательных систем $D_j(\omega_j)$.

Далее композиция, которая заключается в определении $D_0 \subset D$ и анализе его для определения X^0 .

Для каждого $j \in J$ установим величины $R_j \geq 0$ и определим множества

$$\Omega_j(R_j, \omega_j) = \{X_j(\omega_j) \in D_j(\omega_j) | E_j(X_j(\omega_j)) \leq E_j(X_j^0(\omega_j)) + R_j\}$$

Множество $\Omega_j(R_j, \omega_j)$ назовем тем большим количеством подходящих решений, которые близки к нему, то есть их отличие между собой по значению функционала не больше чем на величину $R_j \geq 0$. Таким образом, множество $\Omega_j(R_j, \omega_j)$ назовем областью R_j -устойчивости оптимального значения до этого известному как функционал $E_j(X_j(\omega_j))$.

Для каждого подмножества $v \subset J$ поставим согласно некое количество $q(v) \subset D$ конечно же соответствуя всем правилам:

$$q(v) = \{X \in D | X \in \Omega_j \forall j \in v \text{ и } X \notin \Omega_j \forall j \in J \setminus v\}.$$

Для определенности предположим что $q(\phi) = \{X \in D | X \notin \Omega_j \forall j = 1, 2, \dots, n\}$.

Так мы выяснили, что исходное множество D разбито на 2^n непересекающихся подмножеств $q(v)$.

Данные множества $q(v)$ можем назвать *композиционными элементами*. Если $X \in q(v)$, то можно утверждать, что X полностью обладает свойством v .

Обозначим через V множества всех подмножеств множества J , также подключив к этому и пустое множество. Согласно этому каждому элементу $v \in V$ подходит только один композиционный элемент, а общее число композиционных элементов равны $|V| = 2^n$.

Из построения, которое мы изучили $q(v)$

$$a) q(v_1) \cap q(v_2) = \phi, \text{ если } v_1 \neq v_2$$

б) $D = \bigcup_{v \in V} q(v)$, так как пустое подмножество также, как и остальные является элементом V .

Давайте же сделаем вывод, что X^0 принадлежит одному единственному композиционному элементу $q(v)$.

Если нам уже предварительно известно свойство v_0 , которым обладает X^0 , то тогда $X^0 \in q(v_0)$ и $D_0 = q(v_0)$.

В случае если же четкое свойство X^0 предварительно нам не известно, а известно некое подмножество свойств $\delta_0 \subset V$, одному из которых наверняка удовлетворяет X^0 , то

$$X^0 \in \bigcup_{v \in \delta_0} q(v) \text{ и } D_0 = \bigcup_{v \in \delta_0} q(v).$$

Согласно для всех $\delta \subset V$ могут быть построены подмножества

$$Q(\delta) = \bigcup_{v \in \delta} q(v)$$

Одновременно с этим подчеркнем, что $Q(V) = D$ согласно рассмотренным до этих свойств

Множество $Q(\delta)$ можем назвать *композиционной подсистемой* $Q(\delta)$, или же композицией, которая была составлена из множества δ композиционных элементов $q(v), v \in \delta$.

Положим $Q(\phi) = \phi$ и назовем $Q(\phi)$ пустой композицией.

На основании свойств X определяется множество δ_0 и подходящую ему композиционную подсистему $Q(\delta_0)_f$ которая включает в себя и D_0 и, также, X^0 . Именно в этом заключается задача операции композиции.

Давайте предположим, что изначальный элемент X^0 должен обладать свойством $\delta = J$ ($\delta = v = J$). Тогда, структура $Q(J)$ будет схожа со своим композиционным элементом $q(J)$:

$$Q(J) = q(J) = \bigcap_{j \in J} \Omega_j$$

Такого рода композиция включает в себя все элементы $X \in D$, для которых все их проекции на множества $A(\omega_j)$ ($j \in J$) имеются в подходящих областях R_j -устойчивости $\Omega_j(R_j, \omega_j)$, т. е. если $X \in Q(J)$, то

$$E_j(X_j^0(\omega_j)) \leq E_j(X(\omega_j)) \leq E_j(X_j^0(\omega_j)) + R_j$$

а если $X \notin Q(J)$, то

$$E_j(X(\omega_j)) > E_j(X_j^0(\omega_j)) + R_j$$

Выходит, что $Q(J)$ состоит из элементов $X \in D$, для каждого из которых значение критерия $E_j(X)$ для всех $j \in I$ отличается от a_j не большее чем на прежде указанную величину $R_j \geq 0$.

IV. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ АППРОКСИМАЦИОННО-КОМБИНАТОРНОГО МЕТОДА ДЕКОМПОЗИЦИИ И КОМПОЗИЦИИ СИСТЕМ

В условиях командной экономики, которая присутствовала в СССР, в конце прошлого века развился подход к оптимизации иерархического территориально промышленного комплекса с применением методов математического моделирования. Немало важную роль в данном процессе сыграла возможность и способность советской власти регулировать территориальное распределение промышленных объектов.

Все те методы и модели, которые на тот момент были широко распространены не могли уже решать четко и эффективно новые задачи, вставшие перед командной экономикой. К таким методам можно отнести балансовый метод и метод линейного программирования. Сложностью решения этих появившихся задач являлись региональные проблемы территориального, комплексного и межотраслевого рода. Поэтому для эффективного решения данных задач с учетом особенности Советского государства, в плановой экономике необходимо было необходимо учесть, согласовать и соединить во единое все интересы и деятельность нескольких отраслей народного хозяйства. Так, в разработанной программе в комплексе необходимо было бы решить вопросы, которые относятся к более оптимальным развитиям инфраструктуры, к рациональному и бережному отношению и использованию материальных, природных и конечно же трудовых ресурсов, разные транспортные связи (перевозки) и так далее. Так как все задачи максимально усложнились, и факторы носили нелинейный и дискретный характер, то все те методы, которые мы рассмотрели чуть выше, такие как балансовый метод и линейное программирование, уже сами

по себе не могли решать эти все задачи, потому что, по сути, они характеризуют задачу комплексного освоения территорий. Электронно-вычислительные машины, которые существовали тогда, не могли выполнить это все, так как не хватало мощности и более усовершенствованных механизмов. Был разработан ряд оригинальных аппроксимационных решений, которые обеспечивали точность территориального планирования, которая была необходима на тот момент. Это было «воплощено в жизнь» для того, чтобы решать многокритериальные задачи, имевшие достаточно большие массивы первоначальных данных. Еще одной причиной могло послужить избавление от такой проблемы, как ограниченности вычислительных мощностей. Данные принятые решения способствовали избавлению от целого комплекса народнохозяйственных проблем страны. Были решены проблемы наиболее удобного размещения предприятий, учитывая связи, которые присутствуют между ними, решён вопрос учета многоэтапности в задачах оптимального размещения, постройка удобной сети транспорта и коммуникаций, а также учет агломерационного эффекта при размещении территориально-производственного комплекса.

Как уже было сказано ранее, аппроксимационно-комбинаторный метод декомпозиции и композиции систем создан для того, чтобы решать более широкие спектры народнохозяйственных задач страны. Такой проблемой является нахождение оптимальной структуры региональной экономики. Именно для таких масштабных задач, был разработан данный метод. В книге В.Р. Хачатурова «Математические методы регионального программирования» наиподробнее образом рассматривается решения народнохозяйственных задач с помощью аппроксимационно-комбинаторного метода. Например, то же самое размещение предприятий, задачу построения оптимальной структуры сетей и так далее, все эти примеры подробно рассмотрены в данном пособии. Также немало усилий было вложено для решения задач нефтегазового комплекса. Так, этот метод способен решить шаг за шагом несколько задач, например, при проектировании нефтяных месторождений.

Для определения оптимального размещения различных нефтепромысловых объектов производился выбор из всех возможных способов и вариантов размещения строительства этого типа, а исследователи останавливаются на таком выборе подмножества, на котором достигается минимум функции, и именно она определяет суммарную полную стоимость строительства объектов, сетей коммуникаций соединяющих данные объекты с источниками сырья.

Для такой задачи может быть использован модифицированный алгоритм последовательных расчетов, который определяет такие множества решений, которые очень близки к оптимальному. Данный метод также помогает решать задачи оптимальной структуры отдельных сетей с разными назначениями. Например, сети дорог, сбор и транспортировка нефти, сети электроснабжения и так далее. Также могут быть решены задача трассирования коммуникаций и задача определения параметров трубопроводных сетей.

Проведя анализ, можно точно утверждать, что приближенные и эвристические методы (если данные многомерны) помогают решать задачи, с которыми другие методы не справились бы, в частности классические точные методы.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение отметим основные результаты настоящей работы: было проанализировано большое количество различных математических моделей, методов, алгоритмов, позволяющих эффективно решать самый широкий спектр задач развития нефтегазодобывающих регионов – задач долгосрочного планирования, проектирования, анализа экологических рисков, стратегического управления и т.д.

Для начала стоит сказать, что развитие прикладной математики, и применение данных методов в экономической сфере способствовало успешному решению многих задач оптимизации народного хозяйства. Так же не стоит забывать, что именно с развитием технологий многое стало под силу людям, так как компьютерные технологии выполняют самую трудную работу и помогают людям в быстром и эффективном решении задач, поэтому заслуги технологий очень важны. Данные задачи отличны от всех других тем, что у них присутствуют большие массивы данных, которые нужно обрабатывать математическими методами. За прошедшее время данный метод подтвердил свою эффективность, найдя свое применение в решении задач оптимизации нефтегазовой промышленности. Таким образом, данный метод помог построить математические модели и решить задачу планирования для ряда практических задач нефтедобычи. Такими проблемами служили: проблема планирования и оптимизации систем сбора и транспорта нефти и газа, задача оптимизации дорожной сети и сетей электроснабжения и так далее. В условиях командного народного хозяйства СССР метод успешно применялся в проектировании с помощью компьютеров планов освоения территориально-промышленных регионов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Вероятность и математическая статистика: Энциклопедия / Гл. ред. акад. РАН Ю.В. Прохоров. М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. 910с.
- [2] Виноградов С.Ю. Применение байесовской сети в задаче классификации структурированной информации / С.Ю. Виноградов // Программные продукты и системы. 2013. №2. С. 155-158.
- [3] Гапеев П.В. Байесовские и вариационные задачи последовательного анализа. Автореферат дис. ... канд. физ.-мат. наук / П.В. Гапеев. Москва. 2001.
- [4] Звягин Л.С. Системный анализ в исследовании современного управления // Управленческие науки в современном мире. 2018. Т.1. № 1. С. 443-446.
- [5] Звягин Л.С. Исследование и моделирование глобальных экономических процессов с заданными свойствами в условиях инновационной экономики и предприятий // Экономика и управление: проблемы, решения. 2019. Т. 2. № 3. С. 21-30.
- [6] Звягин Л.С. Системы распределенного моделирования и методы управления модельным временем // Экономика и управление: проблемы, решения. 2018. Т. 1. № 10. С. 4-11.
- [7] Комарцова Л.Г., Максимов А.В. Нейрокомпьютеры: Учеб. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 400 с.