# Алгебраические байесовские сети: эмпирические оценки чувствительности второй задачи локального апостериорного вывода

А. Д. Завалишин<sup>1</sup>, А. Л. Тулупьев<sup>2</sup>, А. Г. Максимов<sup>3</sup> Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук; Санкт-Петербургский государственный университет Санкт-Петербург, Россия

1 adz@dscs.pro, 2 alt@dscs.pro, 3 agm@dscs.pro

Аннотация. Статья направлена на исследование эмпирических оценок чувствительности второй задачи апостериорного вывода во фрагменте знаний. В статье представлены результаты эксперимента по нахождению зависимости между искажением поступающей информации и результатами решения второй задачи апостериорного вывода во фрагменте знаний. Формально искажения информации достигались путем изменения фиксированного свидетельства и нахождения нормы разницы векторов исходного и получившихся свидетельств. Получение эмпирических оценок является первым примером изучения второй задачи апостериорного вывода фрагменте знаний. Актуальность исследования подчеркивается ростом популярности машинного обучения и главное подготовки данных, поскольку АБС — одна из немногих вероятностных графических моделей, способных работать с неточными данными.

Ключевые слова: алгебраические байесовские сети; фрагмент знаний; машинное обучение; логиковероятностные графические модели

# І. Введение

Одним из инструментов представления знаний и данных с неопределенностью в искусственном интеллекте и машинном обучении являются алгебраические байесовские сети (АБС), относящиеся к классу логиковероятностных графических моделей [3, 5, 12, 13]. Они представляют собой ненаправленный граф, в узлах которого находятся фрагменты знаний [12]. Последние появляются из предположения, что знания о предметной области можно разбить на наборы утверждений, эти наборы и называются фрагментами знаний [12]. Их математической моделью в теории АБС является идеал конъюнктов, где каждый конъюнкт отвечает за одно высказывание и каждому из них присваивается оценка вероятности его истинности.

При продолжительной работе с предметной областью информация о ней может изменяться путем поступления новых данных, исправления ошибок в уже имеющейся информации, переоценке вероятности событий/истинности высказываний и т.д.

Работа выполнена в рамках проекта по государственному заданию СПИИРАН № 0073-2019-0003, при финансовой поддержке РФФИ, проекты №18-01-00626 и №20-07-00839.

Вследствие таких изменений при работе с АБС задача обновления оценок вероятности истинности элементов фрагмента знаний на новой информации о предметной области. При появлении данных они записываются в виде свидетельства, которое представляет собой некоторые утверждения из набора утверждений, лежащих во фрагменте знаний, с новыми оценками вероятности их истинности. Формально свидетельство записывается как вектор конъюнктов с соответствующими им оценками [5]. При этом в рамках изучения данной модели естественным образом появляется вопрос: вариация оценок в поступающем свидетельстве повлияет на вариацию итогового результата решения второй задачи апостериорного вывода во фрагменте знаний? Ведь поступающие данные могут иметь погрешности, особенно, если данные связаны с человеком, например, при изучении социоинженерных атак [4, 7, 9, 10]. Этот вопрос является задачей об исследовании чувствительности апостериорного вывода во фрагменте знаний.

В настоящей работе рассматривается зависимость между нормой разницы поступивших векторов свидетельств и нормой разницы итоговых оценок вероятностей элементов фрагментов знаний после пропагации (распространения влияния) соответствующих свидетельств.

Целью данной работы является нахождение эмпирических оценок вариации результатов решения задачи решения второй задачи апостериорного вывода во фрагменте знаний в алгебраических байесовских сетях, в зависимости от вариации исходных данных, поступающих во фрагмент знаний. Получение эмпирических оценок позволит строить предположения о теоретических оценках и задавать направления их исследования, что в будущем позволит лучше определять допустимую погрешность при получении и обработке данных для формирования, анализа результатов апостериорного вывода или машинного обучения АБС.

# II. РЕЛЕВАНТНЫЕ РАБОТЫ

Алгебраические байесовские сети допускают применение машинного обучения и относятся к классу

вероятностных графических моделей [12], к которым также относятся байесовские сети доверия [1] и марковские сети [6]. Одним из преимуществ АБС является возможность работать с неточными, неполными и нечисловыми оценками, формально выражая их в виде интервальных оценок вероятности истинности элементов сети [12]. Этой модели посвящен ряд публикаций [2,3], а также учебник [12].

В результате изучения АБС как модели баз фрагментов знаний с неопределенностью была формализована и решена задача локального обучения и последующего решения второй задачи апостериорного вывода во фрагменте знаний для новых данных, в связи с чем возникает необходимость в изучении чувствительности решений этих задач этих задач к вариации исходных данных.

Насколько известно авторам, на данный момент не проводилось исследований, посвященных изучению зависимости изменений апостериорных оценок вероятностей элементов фрагмента знаний от вариации оценок вероятностей в поступающем стохастическом свидетельстве поступающих данных.

## III. ФРАГМЕНТ ЗНАНИЙ

В теории АБС фрагмент знаний с неопределенностью – это идеал конъюнктов каждому элементу которого соответствует некоторая оценка вероятности истинности этого конъюнкта [12].

Информация о предметной области поступает во фрагменты знаний в виде свидетельств. Свидетельства делятся на два класса: атомарные и составные. Атомарное строится над одной свидетельство пропозициональной формулой; составное свидетельство содержит в себе сведения об истинности небольшого числа формул, сформированных пропозициональных некоторым количеством атомарных. При поступлении свидетельства решается задача апостериорного вывода фрагмента знаний, то есть, изменение оценок вероятностей конъюнктов. После получения оценок данные из фрагмента знаний поступают как свидетельства фрагменты знаний, связанные с ним в сети ребром. Таким образом, при соблюдении определенных требований к структуре сети [12] происходит распространение свидетельства по цепи и происходит её обучение.

# IV. Нахождение эмпирических оценок

Продемонстрируем подход к анализу зависимости вариации результата апостериорного вывода к вариации исходных данных на численном примере, который, тем не менее, позволяет в достаточной степени судить и об общем случае подхода к оценке чувствительности. Зададим фрагмент знаний  $({}^{C}, {}^{P}_{C})$  над алфавитом из 3-х атомов  $A = \{x, y, z\}$ . Зададим оценки вероятности для нашего фрагмента знаний:

$$P_{c} = \begin{pmatrix} p(\omega) \\ p(x) \\ p(y) \\ p(z) \\ p(xy) \\ p(xz) \\ p(yz) \\ p(yz) \\ p(xyz) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.82 \\ 0.72 \\ 0.93 \\ 0.12 \\ 0.91 \\ 0.76 \\ 0.85 \end{pmatrix}$$

Также зададим стохастическое свидетельство со скалярными оценками:

$$E_{V} = \begin{pmatrix} p(xy) \\ p(x\bar{y}) \\ p(\bar{x}y) \\ p(\bar{x}y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.25 \\ 0.25 \\ 0.25 \end{pmatrix}$$

Задача состоит в том, чтобы, изменяя вектор вероятностей элементов свидетельства, найти и сравнить нормы разности векторов, составленных из оценок конъюнктов поступающего свидетельства, и нормы разности векторов, составленных из получившихся оценок вероятностей истинности элементов фрагментов знаний, соответствующих этим свидетельствам.

Для ускорения эксперимента, а также для увеличения количества исследуемых свидетельств, было решено генерировать новые свидетельства автоматически, далее для фиксированного фрагмента знаний будет решена задача апостериорного вывода при поступлении полученных свидетельств. Фрагмент знаний, полученный при поступлении фиксированного свидетельства, обозначим как P.

Новое свидетельство должно удовлетворять условиям:

$$(\forall k \in 1..n) \text{Ev}_{i}[k] \ge 0 \tag{1}$$

$$\sum_{k=1}^{n} \operatorname{Ev}[k] = 1 \tag{2}$$

где n это длина свидетельства, а i это номер шага.

Для получения новых свидетельств, генерировался вектор  $Ev_i^k$ , удовлетворяющий условиям (1–2), затем, для избежания слишком сильных отклонений новое свидетельство рассчитывалось следующим образом:

$$Ev_i = \alpha Ev + (1 - \alpha) Ev_i^k$$

где  $\alpha$  фиксированная константа, в данном эксперименте  $\alpha=0.95$ .

Далее для каждого свидетельства было посчитано:

$$||P - P_i|| \qquad (dif_x)$$

$$||Ev - Ev_i|| \qquad (dif_p)$$

На рис. 1 представлены результаты эксперимента по нахождению оценки изменения результатов обучения фрагмента знаний в зависимости от искажения поступающих данных.

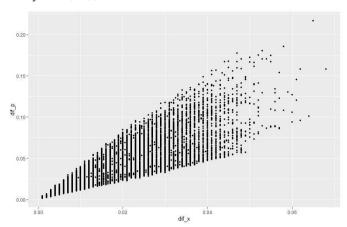


Рис. 1. Зависимость между  $dif_x$  и  $dif_p$ 

Как видно на рис. 1 и как было дополнительно подсчитано,  $||P-P_i||$  не превосходит  $||Ev-Ev_i||$  ни для какого i.

### V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе был предложен и проведен эксперимент по нахождению эмпирической зависимости между вариацией новых данных поступающих для решения второй задачи апостериорного вывода во фрагменте знаний и вариациями решений второй задачи апостериорного вывода во фрагменте знаний. Эмпирические оценки, полученные в ходе выполнения эксперимента, говорят о том, что норма разницы фрагментов знаний после решения второй задачи апостериорного вывода не превосходит нормы разницы поступающих на вход свидетельств, для которых была решена вторая задача апостериорного вывода в начальном фрагменте знаний. В дальнейшем планируется провести более масштабные эксперименты, а также найти теоретическую верхнюю оценку искомой зависимости.

### Список литературы

- [1] Azar A., Dolatabad K.M. A method for modelling operational risk with fuzzy cognitive maps and Bayesian belief networks Expert systems with applications. 2019. vol. 115, P. 607-617.
- [2] Kharitonov N.A., Tulupyev A.L., Zolotin A.A. Software implementation of reconciliation algorithms in algebraic Bayesian networks // 2017 XX IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements (SCM). IEEE, 2017. P. 8-10.
- [3] Kharitonov N.A., Maximov A.G., Tulupyev A.L. Algebraic Bayesian networks: the use of parallel computing while maintaining various degrees of consistency //International Conference on Information Technologies. Springer, Cham, 2019. Pp. 696-704.
- [4] Khlobystova A., Abramov M., Tulupyev A. An approach to estimating of criticality of social engineering attacks traces // Studies in Systems, Decision and Control. 2019. vol. 199. P. 446-456.
- [5] Levenets D.G., Zotov M.A., Romanov A.V., Tulupyev A.L., Zolotin A.A., Filchenkov A.A. Decremental and incremental reshaping of algebraic Bayesian networks global structures // Proceedings of the First International Scientific Conference "Intelligent Information Technologies for Industry" (IITI'16). Springer, Cham, 2016. P. 57-67.
- [6] Suwanwimolkul S., Zhang L., Ranasinghe D.C., Shi Q.F. One-step adaptive markov random field for structured compressive sensing // Signal Processing. 2019. vol. 156. P. 116-144.
- [7] Suleimanov A., Abramov M., Tulupyev A. Modelling of the social engineering attacks based on social graph of employees communications analysis // 2018 IEEE Industrial Cyber-Physical Systems (ICPS). IEEE, 2018. P. 801-805.
- [8] Zolotin A.A., Tulupyev A.L. Sensitivity statistical estimates for local a posteriori inference matrix-vector equations in algebraic Bayesian networks over quantum propositions // Vestnik St. Petersburg University, Mathematics. 2018. vol. 51. №. 1. P. 42-48.
- [9] Абрамов М.В. Автоматизация анализа социальных сетей для оценивания защищенности от социоинженерных атак // Автоматизация процессов управления. 2018. № 1 (51). С. 34-40.
- [10] Корепанова А.А., Олисеенко В.Д., Абрамов М.В., Тулупьев А.Л. Применение методов машинного обучения в задаче идентификации аккаунтов пользователя в двух социальных сетях // Компьютерные инструменты в образовании. 2019. №3. С. 29–43. doi:10.32603/2071-2340-2019-3-29-43
- [11] Опарин В.В., Фильченков А.А., Сироткин А.В., Тулупьев А.Л. Матроидное представление семейства графов смежности над набором фрагментов знаний //Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2010. № 4 (68). С. 73-76.
- [12] Тулупьев А.Л., Николенко С.И., Сироткин А.В. Основы теории байесовских сетей: учебник. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2019. 399 с.
- [13] Тулупьев А.Л., Столяров Д.М., Ментюков М.В. Представление локальной и глобальной структуры алгебраической байесовской сети в Java-приложениях // Труды СПИИРАН. 2007. Т. 5. № 0. С. 71-99.