

Применение интегрально-линейного квадратичного регулятора в системе управления электроприводами экзоскелета с упругими СВЯЗЯМИ

М. П. Белов¹, Д. Д. Чыонг²

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет «ЛЭТИ»
им. В.И. Ульянова (Ленина)

Санкт-Петербург, Россия

¹milesa58@mail.ru, ²dinh dangtruong@gmail.com

Фам Ван Туан

Вьетнамский государственный технический
университет им. Лэ Куй Дона

Вьетнам

tuanhvhq@gmail.com

Аннотация. Система электропривода экзоскелета является сложной системой, требующей высокую точность и обеспечивающей инвалидов устойчивым перемещением. Современным подходом к решению сложных задач является интегрально-линейное квадратичное управление (iLQR), которое позволяет контролировать изменение амплитуды. Алгоритм iLQR позволяет улучшить точность отслеживания угловой скорости суставов экзоскелета. В данной работе рассмотрен алгоритм синтеза интегрально-линейного квадратичного регулятора для системы управления скоростью электроприводов суставов экзоскелета, который реализован в виде матрицы весовых коэффициентов. Результаты моделирования иллюстрируют, что при использовании регулятора iLQR по сравнению с LQR, обладают хорошей устойчивостью системы и улучшенным слежением скорости.

Ключевые слова: экзоскелет; электропривод; оптимальный регулятор; интегрально-линейное квадратичное управление; система управления; iLQR

I. ВВЕДЕНИЕ

При разработке автоматизированной системы управления электроприводами сустава экзоскелета, модель упрощена и заменена разветвленной упругой системой с сосредоточенными параметрами [1–5], конструкция которой схематически приведена на рис. 1.

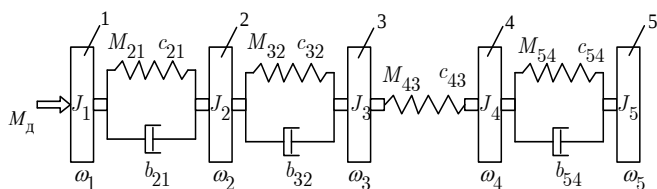


Рис. 1. Моделирование системы электропривода коленного сустава экзоскелета

На рис. 1 показаны: 1 – двигатель плюс активная шестерня редуктора; 2 – пассивная шестерня редуктора, связанная с конической шестерней; 3 – шестерня получения момента из конической шестерни, связанная с

выходным стержнем; 4 – масса выходного стержня с упругой связью; 5 – голень или бедро человека.

Математическую модель объекта с помощью уравнения Лагранжа второго рода имеет следующий вид [6]:

$$\mathbf{M}\ddot{\phi} + \mathbf{B}\dot{\phi} + \mathbf{C}\phi = \mathbf{F},$$

где $\mathbf{M}$ – матрица моментов инерций; $\mathbf{B}$ – матрица демпфирования; $\mathbf{C}$ – матрица жесткостей; $\mathbf{F}$ – матрица внешних воздействий; ϕ – угол поворота;

J_1, J_2, J_3, J_4, J_5 – моменты инерции эквивалентного двигателя, пассивной шестерни редуктора, шестерни получения момента из конической шестерни, массы выходного стержня и голени или бедра человека соответственно; $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5$ – скорости каждой массы; $b_{21}, b_{32}, b_{43}, b_{54}$ – коэффициенты демпфирования; $M_d, M_{21}, M_{32}, M_{43}, M_{54}$ – момент двигателя и моменты упругих связей между массами; $c_{21}, c_{32}, c_{43}, c_{54}$ – коэффициенты жесткости механической части.

Получим стандартную форму линейного вектора матричного описания объекта в непрерывном времени

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t)$ – вектор состояния системы; $\mathbf{u}(t)$ – вектор управления; $\mathbf{y}(t)$ – вектор выхода; $\mathbf{A}$ – матрица системы; $\mathbf{B}$ – матрица входа; $\mathbf{C}$ – матрица выхода.

Из системы уравнений (1) получим векторно-матричное описание модели объекта, которое имеет вектор управления $\mathbf{u} = \mathbf{u}_{pc}$; вектор выхода $\mathbf{y} = \omega_4$ – скорость выходного стержня, который обвязывает голень (или бедро) человека; матрицы по координатам $\mathbf{x} = [\omega_1 \ M_{21} \ \omega_2 \ M_{32} \ \omega_3 \ M_{43} \ \omega_4 \ M_{54} \ \omega_5]^T$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J_1}b_{21} & \frac{1}{J_1} & \frac{1}{J_1}b_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & 0 & -c_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_2}b_{21} & \frac{1}{J_2} & -\frac{1}{J_2}(b_{21}+b_{32}) & -\frac{1}{J_2} & \frac{1}{J_2}b_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{32} & 0 & -c_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_3}b_{32} & \frac{1}{J_3} & -\frac{1}{J_3}b_{32} & -\frac{1}{J_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{43} & 0 & -c_{43} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_4} & -\frac{1}{J_4}b_{54} & -\frac{1}{J_4} & \frac{1}{J_4}b_{54} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{54} & 0 & -c_{54} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{J_5}b_{54} & \frac{1}{J_5} & -\frac{1}{J_5}b_{54} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

II. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА ILQR

iLQR-управление строится на основе линейного квадратичного регулятора (LQR), позволяющего решить проблемы оптимального управления без привязки, это зависит от динамической системы. Важнейшим преимуществом метода iLQR является контроль изменения амплитуды и уменьшение времени регулирования [7], что позволяет решить проблемы в реальном времени в сложных задачах оптимизации.

Интегрально-линейный квадратичный регулятор построен на базе линейно-квадратического регулятора. Метод управления iLQR является косвенным методом решения проблемы оптимального управления динамической системой. Целью регулятора iLQR является вычисление последовательностей состояний и входов, которые минимизируют функцию критерия качества в течение конечного горизонта при рассмотрении динамики системы [8, 9]. Схема управления следящего электропривода экзоскелета с интегрально-линейным квадратичным регулятором представлена на рис. 2.

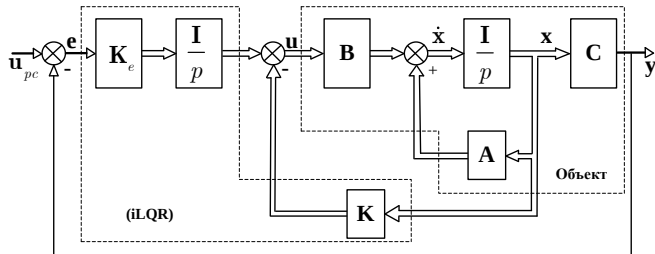


Рис. 2. Схема интегрально-линейного квадратичного регулятора

где $\mathbf{u}_{pc}$ – сигнал на входе регулятора скорости; $\mathbf{I}$ – единичная матрица; $\mathbf{K}_e$ – матрица коэффициент усиления ошибки.

Путь вектор расширенного состояния:

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T & \int_0^t \mathbf{e}^T d\tau \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T & \int_0^t (\mathbf{u}_{pc} - \mathbf{y})^T d\tau \end{bmatrix}^T \quad (2)$$

где $\mathbf{e}$ – ошибка выхода и ввода, которая определяется выражением $\mathbf{e} = \mathbf{u}_{pc} - \mathbf{y}$; $\tilde{\mathbf{x}}$ – вектор оценок переменных состояния объекта.

Из (1) и (2), получим:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{u}} \\ \tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}} \end{cases}, \quad \tilde{\mathbf{x}}(0) = \tilde{\mathbf{x}}_0, \quad (3)$$

где $\tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{u}$; $\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}$; $\tilde{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}$; $\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}$;

$\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}}, \tilde{\mathbf{y}}$ – переменная вектора управления, матрица системы, матрица входа, матрица выхода, вектор выхода соответственно.

Таким образом, регулятор iLQR можно записать следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{K}}\tilde{\mathbf{x}} \quad (4)$$

где $\tilde{\mathbf{K}} = \mathbf{R}^{-1}\tilde{\mathbf{B}}^T\mathbf{P}_r$; $\mathbf{P}_r$ – решение положительного определения алгебраического уравнения Риккати.

Подставляя (3) в (4), получим

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = (\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{B}}\tilde{\mathbf{K}})\tilde{\mathbf{x}}(t) \\ \tilde{\mathbf{y}}(t) = \tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{x}}(t) \end{cases} \quad (5)$$

Регулятор LQR может быть легко спроектирован на основании (3), так как все состояния сходятся к ограниченной области [11].

$$\|\tilde{\mathbf{x}}\|_{\infty} = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T & \int_0^t \mathbf{e}^T d\tau \end{bmatrix}^T \right\|_{\infty} < +\infty \quad (6)$$

Выходное значение определяется по входному по выражению, приведенному в [8].

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e} = \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{u}_{pc} - \mathbf{y}) = 0$$

Рассмотрим функцию индикатора качества линейного квадратичного регулятора

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\tilde{\mathbf{x}}^T(t) \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}}(t) + \tilde{\mathbf{u}}^T(t) \mathbf{R} \tilde{\mathbf{u}}(t)] dt, \quad (7)$$

где $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T \geq 0$; $\mathbf{R} = \mathbf{R}^T > 0$ – весовые матрицы соответствующих размеров.

Используем диагональный метод для решения выражения (7) с алгоритмом, описанном в [6]. Выбор весовых матриц $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$, что поставят собственные числа замкнутой системы управления (3).

$$\det \begin{bmatrix} \lambda \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}} & -\tilde{\mathbf{B}} \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \\ -\mathbf{Q} & \lambda \mathbf{I} + \tilde{\mathbf{A}}^T \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^n (\lambda - \lambda_i) \prod_{i=1}^n (\lambda + \lambda_i) \quad (8)$$

где λ_i , ($i=1, \dots, n$) – желаемые собственные числа.

Для оптимизации функционала качества (7) используем классический метод решения алгебраического уравнения Риккати.

$$\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{P}_r + \mathbf{P}_r \tilde{\mathbf{A}} - \mathbf{P}_r \tilde{\mathbf{B}} \mathbf{R}^{-1} \tilde{\mathbf{B}}^T \mathbf{P}_r + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (9)$$

Минимальное значение функционала качества (7) определяется (10):

$$J_{\min} = \tilde{\mathbf{x}}(0)^T \mathbf{P}_r \tilde{\mathbf{x}}(0) \quad (10)$$

где $\tilde{\mathbf{x}}(0)$ – начальное состояние.

Матрицу $\tilde{\mathbf{K}}$ можно разделить на составляющие $\mathbf{X}$ и $\int_0^t \mathbf{e} d\tau$, как матричный блок $\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_e \end{bmatrix}$;

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \int_0^t \mathbf{e} d\tau \end{bmatrix} = \mathbf{K} \mathbf{x} + \mathbf{K}_e \int_0^t \mathbf{e} d\tau \quad (11)$$

Вектор управления $\mathbf{u}$ регулятора iLQR в выражении (11) имеет форму ПИД-регулятора. Использование LQR регулятора в управлении не позволяет получить устойчивое состояние при некоторых командных сигналах

[8, 9]. В регуляторе iLQR следящие ошибки входят в вектор состояния для получения сходимости к исходным сигналам. Поэтому регулятор iLQR не только обладает способностью адаптации к значительному изменению мощности двигателя, но и возможностью устранения ошибки для устойчивого состояния при изменении сигнала управления двигателем.

III. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ.

Результаты синтеза интегрально-линейного квадратичного регулятора при разных значениях матрицы весовых коэффициентов электроприводами коленного сустава экзоскелета приведены в вариантах ниже, в котором: $\mathbf{Q} = \text{diag}(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9)$, $\mathbf{R} = [r_1]$ – матрицы весовых коэффициентов; $\mathbf{K} = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ k_5 \ k_6 \ k_7 \ k_8 \ k_9]$ – матрица коэффициентов обратных связей оптимального регулятора; $\mathbf{K}_e = [k_e]$ – матрицы коэффициента интегрального блока.

$$\text{Вар. 1: } [k_e] = 0.59; \quad [r_1] = 104;$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 1, 1, 100, 1, 1);$$

$$\mathbf{K} = [2.5732, 0.0751, -0.9925, 0.2647, -0.3004, 0.0194, -0.1538, 0.0654, -0.1266]$$

$$\text{Вар. 2: } [k_e] = 0.65; \quad [r_1] = 202;$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 0.5, 200, 0.5, 0.5);$$

$$\mathbf{K} = [2.1936, 0.0552, -0.6220, 0.2653, -0.2978, 0.0208, -0.1614, 0.0675, -0.1126]$$

$$\text{Вар. 3: } [k_e] = 0.55; \quad [r_1] = 540;$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(10, 10, 10, 10, 10, 10, 500, 10, 10);$$

$$\mathbf{K} = [2.9004, 0.0947, -1.2995, 0.2680, -0.3093, 0.0184, -0.1518, 0.0640, -0.1398]$$

Matlab&Simulink моделированием получаем следующие результаты:

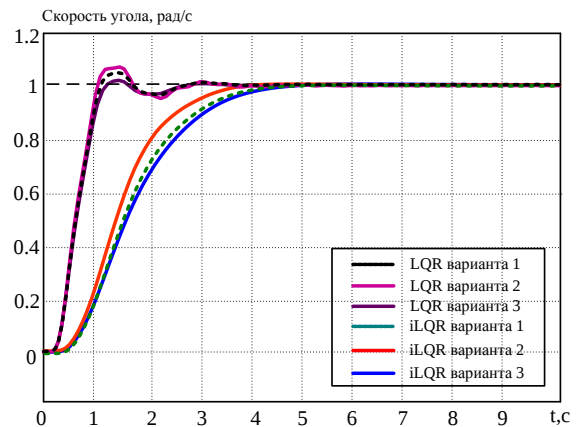


Рис. 3. Скорость угла выходного стержня коленного сустава ω_4

Проанализировав графики (рис. 3), можно сделать выводы, что при всех случаях выбора матриц весовых коэффициентов необходимо использовать регулятор iLQR, который хорошо контролирует изменения амплитуды скорости, обеспечивает оптимальные динамические характеристики, малое значение перерегулирования и плавное движение системы управления электропривода коленного сустава экзоскелета. Для синтеза интегрально-линейного квадратичного регулятора необходимо использовать параметры варианта 2.

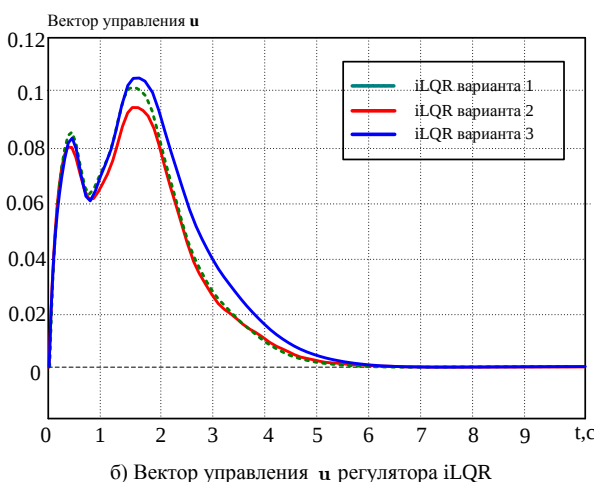
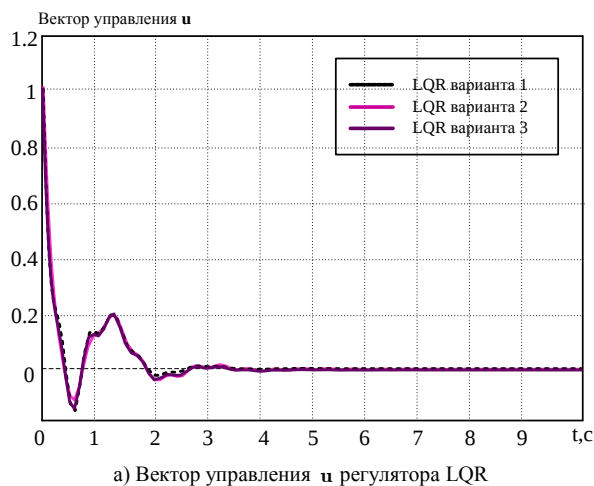


Рис. 4. Вектор управления u регулятора LQR и iLQR

На рис 4. показан вектор управления регулятора LQR и iLQR, которые включают три варианта.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Интегрально-линейный квадратичный регулятор является эффективным алгоритмом для разработки оптимизации управления электроприводом с помощью регулятора LQR. Регулятор iLQR хорошо контролирует изменение амплитуды, обеспечивает плавное движение системы управления электропривода коленного сустава экзоскелета. Метод iLQR помогает найти оптимальные параметры регулятора LQR автоматическим выбором соответствующих параметров весовых матриц Q и R . Переходные характеристики и энергопотребление системы зависит от относительной величины между весовыми матрицами Q и R .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Aguirre-Ollinger G. et al. Active-impedance control of a lower-limb assistive exoskeleton // 2007 IEEE 10th international conference on rehabilitation robotics. IEEE, 2007. p. 188-195.
- [2] Zhu Y. et al. Design and evaluation of a parallel-series elastic actuator for lower limb exoskeletons // 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). IEEE, 2014. p.1335-1340.
- [3] Kong. Kyoungchul, BAE. Joonbum, Tomizuka. Masayoshi. A compact rotary series elastic actuator for knee joint assistive system. In: 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE, 2010. p.2940-2945.
- [4] Chen B. et al. Design and characterization of a magneto-rheological series elastic actuator for a lower extremity exoskeleton //Smart Materials and Structures. 2017. №. 10. p.105008.
- [5] Barjuei E. S. et al. Bond Graph Modeling Of An Exoskeleton Actuator // 2018 10th Computer Science and Electronic Engineering (CEECE). IEEE, 2018. p.101-106.
- [6] Белов М.П., Фьюнг Ч.Х., Носиров И.С. Управление электроприводом крупного радиотелескопаса линейно-квадратичным гауссовским регулятором // Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2017, № 9.
- [7] Chen J., Zhan W., Tomizuka M. Constrained iterative lqr for on-road autonomous driving motion planning // 2017 IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). IEEE, 2017. p. 1-7.
- [8] Zhang H., Sun F. Direct surge margin control for aeroengines based on improved SVR machine and LQR method //Mathematical Problems in Engineering. 2013.
- [9] Lee S. et al. Smooth trajectory generation for soft catching a flying object with an aerial vehicle // 2017 11th Asian Control Conference (ASCC). IEEE, 2017. p.790-794.
- [10] Faisal M. et al. Digital control of trolley position and payload vibrations of non-linear Quanser three degree of freedom crane //2016 International Conference on Intelligent Systems Engineering (ICISE). IEEE, 2016. p.26-31.
- [11] Wang J., Ye Z., Hu Z. Nonlinear control of aircraft engines using a generalized gronwall-bellman lemma approach // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 2012. Т. 134. №. 9. p. 094502.