

# Сравнительный анализ методов многокритериального принятия решений: ELECTRE, TOPSIS и ML-LDM

А. В. Демидовский

Национальный Исследовательский Университет  
Высшая Школа Экономики  
Нижний Новгород, Россия  
ademidovskij@hse.ru

**Аннотация.** Рассматриваются методы многокритериального принятия решений, цель которых заключается в агрегации оценок, предоставляемых стейкхолдерами, с целью ранжирования альтернативных решений возникшей проблемы и выбора лучшего из них. В частности, анализируются и сравниваются следующие методы: ELECTRE, TOPSIS и ML-LDM. Одним из актуальных направлений исследований является включение в процесс принятия решений нечётких оценок: интервальных, качественных и т.д. Исследуемые в работе методы сравниваются по заданному набору критериев на двух демонстративных и разных по сложности примерах. В результате формируется вывод о высокой степени применимости методов ELECTRE и TOPSIS к задачам, включающим небольшое число критериев и альтернативных решений, в то время как для слабоструктурированных проблем использование этих методов крайне затруднительно. В данном аспекте предпочтительным оказывается ML-LDM, который позволяет осуществлять многоаспектный анализ ситуации и учитывать области экспертизы стейкхолдеров, участвующих в оценивании альтернативных решений.

**Ключевые слова:** многокритериальное принятие решений; лингвистическое принятие решений; нечёткая логика

## I. ВВЕДЕНИЕ

Процесс принятия решений зачастую связан с большим количеством альтернативных решений. Основной сложностью в выборе одного из них является тот факт, что критерии, которые используются для оценивания и сравнения альтернативных решений зачастую конфликтуют так, что представляется невозможным выбор оптимального решения, превосходящего все остальные по заданным критериям. Иначе, задача многокритериального выбора имеет тривиальное решение. Более того, критерии, или атрибуты, могут быть как качественными, так и количественными. Поэтому процесс принятия решений и называется многокритериальным (MCDM) или мультиатрибутным (MADM) [1]. Кроме того, критерии могут иметь различные шкалы и единицы измерения. Наконец, не последнюю роль играет значимость критериев

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-37-90058

относительно друг друга. От априорной расстановки значимости критериев зависит результат принятия решения и выбор правильной стратегии определения важности критериев – отдельная задача, требующая экспертизы и всесторонней погруженности в контекст решаемой задачи.

Существует два классических метода в области многокритериального принятия решений: ELECTRE [2, 3] и TOPSIS [4]. Они используются как при решении прикладных задач [5, 6] так и в качестве фундамента для разработки более сложных методов [7, 8]. В то же время, эти методы хорошо изучены и существуют известные недостатки, представляющие собой открытые научные задачи [9]. Цель данной работы заключается в исследовании этих недостатков и анализе того, как метод ML-LDM [10] борется с аналогичными недостатками. Также для лиц, принимающих решение, в работе формируются общие рекомендации о выборе подходящего метода в зависимости от сложности той задачи, которую необходимо решить.

Структура данной работы следующая. В Разделе II представляется мотивация выбора трёх исследуемых методов принятия решения и их обзор. Сравнительный анализ ELECTRE, TOPSIS, ML-LDM осуществляется в Разделе III. Раздел IV содержит основные выводы и рекомендации для лиц, принимающих решение.

## II. АРХИТЕКТУРА МЕТОДОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Процесс принятия решений обычно состоит из 8 последовательных шагов [9]:

1. определение проблемы;
2. определение требований к решению;
3. установка целей;
4. определение альтернативных решений;
5. разработка критериев для оценивания альтернативных решений;
6. выбор инструмента принятия решения;

7. применение инструмента;
8. оценка результата работы инструмента и принятие финального решения.

8. построение агрегированной матрицы превосходства;
9. удаление наименее предпочтительных альтернатив.

Во время исследования таких методов принятия решений как ELECTRE [2, 3] или TOPSIS [4], исследователь помещает себя на шаг 6 и 7, где и критерии, и альтернативные решения уже выработаны. Напротив, при ближайшем рассмотрении современных методов принятия решения заметен растущий тренд влиять на другие шаги цепи принятия решения. Например, в методе ML-LDM [4] уделяется особое внимание построению системы критериев, организации их в специальные иерархии для использования этого свойства иерархичности при агрегации собранных оценок.

Несмотря на то, что существуют работы, которые сравнивают методы ELECTRE и TOPSIS между собой [7, 9, 11], в данной работе исследуются самые критичные проблемы обоих методов. Выбор методов, во-первых, обусловлен их широким применением в прикладных задачах решения различных проблем: экологических [12], городских [5], выбора систем [6] и т.д. Во-вторых, существуют многочисленные подходы по улучшению этих методов по разным аспектам: введение весов значимости критериев [8], поддержка нечётких оценок [6] и т.д. В-третьих, представляется интерес оценить эти подходы с точки зрения симуляции и агрегации оценок от большого числа экспертов и возможности конкурировать с другими методами многокритериального принятия решения, таких как ML-LDM [10]. Далее рассмотрим каждый из этих методов поподробнее.

#### A. Семейство методов ELECTRE

Методы ELECTRE (ELimination and Choice Expressing REality) были предложены и затем значительно доработаны в [2], [3]. В целом, данные подходы предоставляют возможность оценить степень превосходства одного альтернативного решения над другими с помощью анализа их согласования. Процесс принятия решения начинается с раунда оценивания, когда эксперт оценивает все альтернативные решения по всем критериям. В результате формируется матрица решений  $A = (x_{ij})$ , где  $x_{ij}$  обозначает оценку, данную по  $i$ -той альтернативе по  $j$ -тому критерию. Метод состоит из 9 последовательных шагов:

1. расчёт нормализованной матрицы решения;
2. расчёт взвешенной нормализованной матрицы решения;
3. построение множеств согласия и несогласия;
4. расчёт матрицы согласия;
5. расчёт матрицы несогласия;
6. построение матрицы индексов согласия превосходства;
7. построение матрицы индексов несогласия превосходства;

#### B. Семейство методов TOPSIS

Методы TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution) были предложены в [1]. Основная идея данных методов очень проста: после определения «идеального» и «идеально-негативного» ожидаемого состояния производится попытка поиска такого решения, которое бы позволяло максимально приблизиться к «идеальному» состоянию и оставаться максимально удалённым от «идеально-негативного». Процесс принятия решения начинается с раунда оценивания, когда эксперт оценивает все альтернативные решения по всем критериям. В результате формируется матрица решений. Метод состоит из 6 последовательных шагов [1]:

1. расчёт нормализованной матрицы решения;
2. расчёт взвешенной нормализованной матрицы решения;
3. определение «идеального» и «идеально-негативного» ожидаемого состояния;
4. расчёт метрики разделения;
5. расчёт относительной близости к «идеальному» состоянию;
6. ранжирование критериев.

#### C. Методология многоуровневого лингвистического принятия решения (ML-LDM)

Методология многоуровневого лингвистического принятия решения (ML-LDM) была предложена в [10]. Основная идея данного подхода заключается в использовании двух важных свойств любой слабоструктурированной проблемы: многоаспектность проблемной ситуации (политический, экономический, экологический аспекты) и большое количество стейкхолдеров и экспертов, из которых формируется рабочая группа по поиску оптимального решения. В то же время, ELECTRE и TOPSIS фокусируются в основном на агрегации оценок, определении собственного критерия, по которому может осуществляться финальное ранжирование альтернатив. Требуется отметить, что ML-LDM по определению поддерживает работу с оценками разных типов, включая качественные и интервальные на основе нечётких исчислений в рамках модели 2-tuple [13] и некоторых важных расширений этой модели [14]. Модель 2-tuple строится на основе операции символического перевода [4].

**Определение 1.** Структура 2-tuple представляет собой пару  $(s_i, \alpha)$  где  $s_i \in S = \{s_0, \dots, s_g\}$  – лингвистический термин (концепт),  $\alpha$  – численное значение или символический перевод, отражающий расстояние до ближайшего концепта  $s_i \in S = \{s_0, \dots, s_g\}$ .

**Определение 2.** Правило перевода. Пусть  $S = \{s_0, \dots, s_g\}$  – это лингвистическая шкала, где  $g = \tau + 1$  обозначает уровень гранулярности  $S$ . Если  $\beta \in [0, 1]$  – это результат символической агрегации, то существует способ построить по этому значению экземпляр 2-tuple:

$$\begin{aligned} \Delta_g &= [0, 1] \rightarrow S \times [-0.5, 0.5) \\ \Delta_g(\beta) &= (s_i, \alpha) \\ &= \begin{cases} s_i, & i = \text{round}(\beta\tau) \\ \alpha = \beta\tau - i, & \alpha \in [-0.5, 0.5) \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

**Определение 3.** Правило обратного перевода. Пусть  $S = \{s_0, \dots, s_g\}$  – это лингвистическая шкала, где  $g = \tau + 1$  обозначает уровень гранулярности  $S$ . Пусть  $(s_i, \alpha)$  – это экземпляр 2-tuple на лингвистической шкале  $S$ , где  $\alpha \in [-0.5, 0.5)$ . Тогда существует способ преобразовать экземпляр 2-tuple в число  $\beta \in [0, 1]$ :

$$\begin{aligned} \Delta_g^{-1} &= S \times [-0.5, 0.5) \rightarrow [0, 1] \\ \Delta_g^{-1}(s_i, \alpha) &= \frac{i + \alpha}{\tau} \end{aligned} \quad (2)$$

Метод состоит из 6 последовательных шагов [10]:

1. формирование матриц интервальных оценок;
2. формирование матриц оценок, агрегированных по критериям;
3. группировка оценок по уровням абстракции;
4. формирование матриц оценок, агрегированных по экспертам;
5. формирование матриц оценок, агрегированных по уровням абстракции;
6. ранжирование критериев.

### III. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАССМАТРИВАЕМЫХ МЕТОДОВ

Для сравнительного анализа методов ELECTRE, TOPSIS и ML-LDM были предложены следующие критерии:

1. Простота. Метод принятия решения должен быть прост для использования лицом, принимающим, решение.

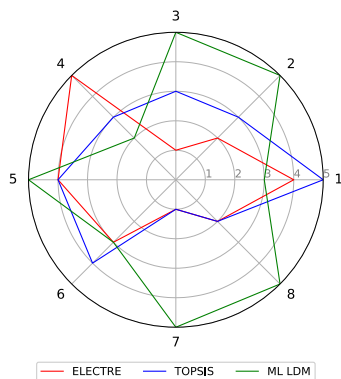


Рис. 1. Сравнительный анализ методов принятия решения

2. Возможность использования гибридных оценок. В сложных случаях возникают качественные критерии и традиционные методы оценивания таких критериев в виде численной шкалы приводит к потере информации.
3. Расширяемость для работы с несколькими экспертами. Любая слабоструктурированная проблема, как пример с рисовой индустрией ниже, требует сбора оценок от большого числа стейкхолдеров с разной экспертизой.
4. Число параметров модели. Априорный выбор значения для каждого дополнительного параметра может оказывать сильное влияние на итоговый результат. По мнению авторов, меньшее число внешних параметров и способность инструмента извлекать значения для этих параметров самостоятельно делают этот инструмент более устойчивым.
5. Понятность для лица, принимающего решение. Задача большинства методов многокритериального принятия решения – это постановка каждому из альтернативных решений некоторого численного значения с целью их ранжирования. Наличие итоговой оценки не даёт информации лицу, принимающему решение, а том, как именно это решение было принято и приводит к недоверию со стороны стейкхолдеров.
6. Вычислительная сложность. Метод принятия решения не должен быть вычислительно сложным, требующим дополнительных мощностей, иначе это будет создавать препятствия в применимости в прикладных задачах.
7. Учёт смысла критериев. Должен осуществляться поиск взаимосвязи между критериями, чтобы лицо, принимающее решение могло его использовать либо в самом методе, либо при расстановке весов значимости каждого критерия.
8. Поддержка симуляции. В слабоструктурированных проблемах требуется возможность симуляции процесса оценивания и принятия решения, что позволит оценивать поведение экспертов, особенности их взаимодействия и, например, уровень доверия между ними.

Для оценивания рассматриваемых методов использовались два примера различные по сложности. Первый пример [1, р. 62] посвящён выбору истребителя. Рассматриваются 6 основных критериев: максимальная скорость (X1), максимальная дальность (X2), максимальная грузоподъёмность (X3), стоимость (X4), надёжность (X5), манёвренность (X6). Выбор осуществляется из 4 безымянных альтернативных самолётов  $A_i, i = 1, 2, 3, 4$ . Второй пример, представляющий собой слабоструктурированную проблему с падением темпов развития рисовой промышленности в штате Чхаттисгарх (Индия) [10]. Выделяется 26 альтернативных решений, например такие как: увеличение объёмов полива с помощью новой

системы доставки воды (A.ELA.7), уменьшение объёмов используемых удобрений (A.SLA.3). Стейкхолдеры сформировали 28 критериев, например, уровень загрязнения воды (C.SLA.2), стоимость единицы произведённой продукции (C.ELA.5). Важно отметить, что и альтернативы, и критерии определяются на одном из уровней абстракции. В силу объёмов данной работы предлагается ознакомиться с матрицами решений для обоих примеров в соответствующих работах [1], [10].

ТАБЛИЦА I Матрица оценок методов принятия решений

Критерии	Методы принятия решения		
	<i>ELECTRE</i>	<i>TOPSIS</i>	<i>ML-LDM</i>
Простота	4	5	3
Возможность использования гибридных оценок	2	3	5
Расширяемость для работы с несколькими экспертами	1	3	5
Число параметров модели	5	3	2
Понятность для лица, принимающего решение	4	4	5
Вычислительная сложность	3	4	3
Учёт смысла критериев	1	1	5
Поддержка симуляции	2	2	5

После использования всех трёх методов для решения, отмеченных ранее проблем, была собрана матрица оценок (табл. 1) и построен сравнительный график (рисунок). Оценивание осуществлялись по шкале, представленной в табл. 2. 6 из 8 критериев необходимо максимизировать, в том время как два другие критерия (количество параметров и сложность) необходимо минимизировать. Тем не менее, это учитывается при оценивании и, например, малое число параметров получает оценку «отлично» с точки зрения выбранной шкалы. Оценивание методов принятия решений осуществлялось экспертом в данной области.

ТАБЛИЦА II Шкала оценивания методов принятия решения

Оценка	Значение
1	Very poor
2	Poor
3	Satisfactory
4	Good
5	Excellent

На рисунке видно, что *ELECTRE* и *TOPSIS* лучше подходят для простых и средних по сложности сценариев чем *ML-LDM* в связи с более высокими оценка по следующим критериям: простота, вычислительная сложность, число параметров модели. В то же время, метод *ML-LDM* показывает лучшие результаты по следующим критериям: учёт смысла критериев, понятность для лица, принимающего решение. Отметим, что *ML-LDM* также превосходит канонические методы (*ELECTRE*, *TOPSIS*) по трём критериям: возможность использования гибридных оценок, расширяемость для работы с несколькими экспертами, поддержка симуляции. Таки образом, *ML-LDM* оказывается более применим к решению слабоструктурированных проблем.

#### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование таких методов как *ELECTRE* и *TOPSIS* по-прежнему актуально в решении прикладных задач. Более новые подходы направлены на решение конкретных примеров, тем самым теряя общность и универсальность рассматриваемых в данной работе методов принятия решения. Более того, *ELECTRE* и *TOPSIS* являются частью многих промышленных программных решений и ещё долгое время будут использоваться в неизменной форме. В то же время, важно продолжать исследовать их недостатки и расширять для работы с нечёткими оценками. Наконец, для решения слабоструктурированных проблем инструментария традиционных методов не хватает, что приводит к созданию более сложных методов, таких как *ML-LDM*. Другими словами, выбор метода принятия решения полностью зависит от той задачи, к которой планируется применять рассматриваемые методы. В данной работе были выработаны основные критерии для выбора одного из них, а также важные особенности их внутреннего устройства.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Hwang Ching-Lai, Kwangsun Yoon. Methods for multiple attribute decision making. In Multiple attribute decision making, 1981, pp. 58-191.
- [2] Figueira José, Vincent Mousseau, Bernard Roy. ELECTRE methods. In Multiple criteria decision analysis: State of the art surveys, 2005, pp. 133-153.
- [3] Roy Bernard. Classement et choix en présence de points de vue multiples. Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle. Vol. 2, i. 8, pp. 57-75.
- [4] Yoon K., C.L. Hwang. TOPSIS (technique for order preference by similarity to ideal solution)—a multiple attribute decision making. In Multiple attribute decision making—methods and applications, 1981.
- [5] Assari Ali, T.M. Mahesh, Erfan Assari. Role of public participation in sustainability of historical city: usage of TOPSIS method. Indian Journal of Science and Technology. Vol. 5, i. 3, pp. 2289-2294.
- [6] Supraja S., Kousalya P. ELECTRE Method for the selection of best computer system. Indian Journal of Science and Technology. Vol. 9, i. 39.
- [7] Clímaco J.J. Craveirinha. Multiple criteria decision analysis—state of the art surveys. International Series in Operations Research and Management Science, 2005, pp. 899-951.
- [8] Mikhailov Ludmil. Deriving priorities from fuzzy pairwise comparison judgements. Fuzzy sets and systems. Vol. 134, i. 3, pp. 365-385.
- [9] Li Hui-Fen, Jian-Jun Wang. An improved ranking method for ELECTRE III. In Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, 2007, pp. 6659-6662.
- [10] Demidovskij A.V., Babkin E.A. Developing a distributed linguistic decision making system. Бизнес-информатика, vol. 13, i. 1.
- [11] Tzeng Gwo-Hshiung, Jih-Jeng Huang. Multiple attribute decision making: methods and applications. Chapman and Hall/CRC, 2011.
- [12] Huang Ivy B., Jeffrey Keisler, Igor Linkov. Multi-criteria decision analysis in environmental sciences: ten years of applications and trends. Science of the total environment. Vol. 409, i. 19, pp. 3578-3594.
- [13] Herrera F., Martínez L. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. IEEE Transactions on fuzzy systems, vol. 8, i. 6, pp. 746-752.
- [14] Wei Cuiping, Huchang Liao. A Multigranularity Linguistic Group Decision-Making Method Based on Hesitant 2-Tuple Sets. International Journal of Intelligent Systems. Vol. 31, i. 6, pp. 612-634.
- [15] Garg Miti, ed. Cases on Supply Chain and Distribution Management: Issues and Principles: Issues and Principles. IGI Global, 2012.