Экспертная классификация: вероятностные оценки

П. И. Падерно[1], Е. А. Бурков[2], Е. А. Толкачева[3]
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)
[1]pipaderno@list.ru, [2]eaburkov@gmail.com, [3]eatolkacheva@etu.ru

Е. А. Лавров
Сумский государственный университет
prof_lavrov@mail.ru

О. Е. Сирык
Киевский национальный университет им. Т. Г. Шевченко
lavrova_olia@ukr.net

Аннотация. **Проведен анализ особенностей решения задачи классификации объектов с применением методов и принципов экспертного оценивания. Рассмотрены возникающие при этом методологические проблемы и предложен подход к определению и использованию вероятностных оценок результатов экспертной классификации.**

Ключевые слова: эксперты; классификация; ленточные матрицы; вероятности; оценки

Для решения плохо формализуемых задач выбора и сравнительного анализа сложных объектов различной природы достаточно часто применяются методы экспертного оценивания [1, 2]. В рамках такого подхода группа экспертов проводит анализ имеющихся объектов с целью отнесения каждого из них к какому-либо из заранее определенных классов. После того, как от каждого из экспертов группы будут получены результаты проведенной ими классификации, выполняется совместная обработка экспертных мнений (оценок), которая обычно направлена на получение обобщенного или группового мнения. При этом нужно обязательно оценивать принципиальную возможность формирования такого группового мнения, поскольку мнения отдельных экспертов могут быть для этого недостаточно согласованы [2, 3]. В таком случае речь может идти о выявлении согласованных экспертных коалиций и получении обобщенного мнения каждой из них.

Известны различные методы формирования группового мнения [4–7], но в основном все они строятся на предположении, что это мнение (интегральная экспертная оценка) представляет собой среднюю оценку по группе экспертов, вычисляемую по определенному алгоритму. Такой подход возник и получил распространение в сфере применения количественных экспертных оценок, но он не годится для решения задач классификации, поскольку экспертные оценки в этом случае принадлежат номинальной или порядковой шкалам, т. е. имеют качественную природу. Поэтому для подготовки и проведения классификационных экспертиз должен быть разработан иной подход к анализу и обработке экспертных оценок: необходимо заранее предусмотреть всевозможные варианты расхождения мнений экспертов, выработать правила получения группового мнения, а также предложить методику оценки достоверности результата решения задачи классификации объектов экспертными методами.

Рассмотрим методику анализа мнений экспертной группы и получения группового мнения при решении задачи классификации объектов различным числом экспертов и сделаем ряд допущений о процессе подобной экспертизы. Пусть задана некоторая исходная система классов для всего множества возможных объектов, т. е. определены классы $V_1, V_2, ..., V_n$. Не умаляя общности будем полагать, что объекты с меньшим численным индексом класса лучше объектов с большим численным индексом, а эксперты $Э_1, Э_2, ..., Э_s$ обладают достаточно высокой квалификацией, т. е. любой эксперт при классификации произвольного объекта, в реальности принадлежащего классу V_i, может отнести его только к этому же классу, либо к одному из двух соседних классов V_{i-1} или V_{i+1}, с соответствующими вероятностями (q_i, q_{i-1}, q_{i+1}). Таким образом, каждому j-му эксперту (j=1, 2, …, m) может быть поставлена в соответствие вероятностная матрица $\mathbf{Q}_j$ следующего вида:

$$\mathbf{Q}_j = \begin{pmatrix} q_{j11} & q_{j12} & 0 & ... & 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 \\ q_{j21} & q_{j22} & q_{j23} & ... & 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & ... & q_{jii-1} & q_{jii} & q_{jii+1} & ... & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & ... & 0 & 0 & 0 & ... & 0 & q_{jnn-1} & q_{jnn} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Аналогичную матрицу можно построить не для отдельных экспертов, а для всей экспертной группы в целом:

$$
\mathbf{Q} = \begin{pmatrix}
q_{11} & q_{12} & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
q_{21} & q_{22} & q_{23} & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & 0 & \ldots & q_{ii-1} & q_{ii} & q_{ii+1} & \ldots & 0 & 0 & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & q_{nn-1} & q_{nn}
\end{pmatrix}, \quad (2)
$$

Значения элементов матрицы (2) зависят не только от численности и состава экспертной группы, решающей задачу классификации объектов, но и от особенностей обработки мнений экспертов.

Рассмотрим отдельные, представляющие особой интерес случаи, которые могут возникать при решении задачи классификации объектов группой экспертов.

Случай 1. Два эксперта $Э_i$ и $Э_j$ решают задачу классификации некоторого объекта, принадлежащего классу V_k. Введем производящую функцию следующего вида

$$
\begin{aligned}
\Phi_k(Э_i, Э_j) = (q_{ikk-1}x + q_{ikk}y + q_{ikk+1}z) \times \\
\times (q_{jkk-1}x + q_{jkk}y + q_{jkk+1}z)
\end{aligned} \quad (3)
$$

и проведем анализ ее коэффициентов.

Очевидно, что коэффициенты, стоящие перед x^2, y^2 и z^2 после раскрытия скобок в (3), представляют собой вероятности полного совпадения мнений экспертов относительно отнесения классифицируемого объекта к классам V_{k-1}, V_k и V_{k+1} соответственно.

Коэффициент, стоящий перед xz, представляет собой вероятность крайнего расхождения мнений экспертов, когда один эксперт относит объект к классу V_{k-1}, а другой – к классу V_{k+1}. В таком случае можно считать логичным отнесение объекта к промежуточному классу V_k.

Для коэффициентов, стоящих перед xy и yz, нужно ввести дополнительное решающее правило, которое, например, может быть основано на принципе оптимизма-пессимизма. Оптимистичное правило будет относить объект к лучшему из двух спорных классов: к классу V_{k-1} для xy и к классу V_k для yz. Пессимистичное правило будет относить объект к худшему из двух спорных классов: к классу V_k для xy и к классу V_{k+1} для yz.

Таким образом, для элементов вероятностной матрицы (2) можно получить следующие выражения, зависящие от того, какой вариант решающего правила используется – оптимистичный или пессимистичный:

$$
\begin{aligned}
& q_{kk-1} = q_{ikk-1}q_{jkk-1} + q_{ikk}q_{jkk-1} + q_{ikk-1}q_{jkk}, \\
& q_{kk+1} = q_{ikk+1}q_{jkk+1}, \\
& q_{kk} = q_{ikk}q_{jkk} + q_{ikk+1}q_{jkk-1} + q_{ikk-1}q_{jkk+1} + \\
& + q_{ikk}q_{jkk+1} + q_{ikk+1}q_{jkk};
\end{aligned} \quad (4)
$$

$$
\begin{aligned}
& q_{kk-1} = q_{ikk-1}q_{jkk-1}, \\
& q_{kk} = q_{ikk}q_{jkk} + q_{ikk+1}q_{jkk-1} + q_{ikk-1}q_{jkk+1} + \\
& + q_{ikk}q_{jkk-1} + q_{ikk-1}q_{jkk}, \\
& q_{kk+1} = q_{ikk+1}q_{jkk+1} + q_{ikk}q_{jkk+1} + q_{ikk+1}q_{jkk}.
\end{aligned} \quad (5)
$$

Оптимистичному решающему правилу соответствуют способы вычисления (4), а пессимистичному – способы вычисления (5).

Замечание: здесь и далее в рамках рассматриваемой модели будем полагать, что вероятности q_{i10} и q_{inn+1} (i = 1, 2, …, m) равны 0.

Необходимо отметить, что оптимистичный и пессимистичный подходы к формированию обобщенного мнения двух экспертов при решении задачи классификации объектов на практике могут вызвать нарекания, обусловленные малым количеством экспертов. Поэтому перейдем к случаю, когда к решению задачи классификации объектов привлечены 3 эксперта, и рассмотрим его более подробно.

Случай 2. В классификационной экспертизе принимают участие эксперты $Э_i$, $Э_j$ и $Э_m$. Классифицируется некоторый объект, принадлежащий классу V_k. Введем в рассмотрение следующую производящую функцию

$$
\Phi_k(Э_i, Э_j, Э_m) = \prod_{l=i,j,m} (q_{lkk-1}x + q_{lkk}y + q_{lkk+1}z) \quad (6)
$$

и проанализируем возникающие в ней коэффициенты.

Коэффициент при xyz представляет собой вероятность полного несовпадения мнений экспертов, когда каждый из экспертов относит объект к одному из трех классов V_{k-1}, V_k и V_{k+1}. Самый простой способ разрешения такого конфликта мнений, по-видимому, заключается в отнесении объекта к категории V_k.

Коэффициенты при x^3, y^3 и z^3 соответствуют вероятностям полного единодушия экспертов, и в каждом из этих случаев консенсуса объект должен быть отнесен к классу V_{k-1}, V_k или V_{k+1} соответственно.

Коэффициенты при x^2y, xy^2, y^2z и yz^2 представляют собой вероятности незначительного расхождения мнений экспертов, когда результат обобщения их мнений относительно класса принадлежности объекта по принципу среднего и по принципу большинства будет совпадать.

Коэффициенты при x^2z и xz^2 представляют собой вероятности полярного расхождения мнений экспертов, когда вопрос об отнесении объекта к конкретному классу прямо зависит от используемого принципа разрешения конфликта – среднего или большинства. В таблице приведены варианты отнесения объекта к определенному классу в зависимости от используемого принципа разрешения конфликтных ситуаций.

ТАБЛИЦА I ВАРИАНТЫ КЛАССИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ

Класс	Принцип большинства	Принцип среднего
V_{k-1}	x^3, x^2y, x^2z	x^3, x^2y
V_k	y^3, xy^2, y^2z, xyz	$y^3, xy^2, y^2z, xyz, x^2z, xz^2$
V_{k+1}	z^3, yz^2, xz^2	z^3, yz^2

В соответствии с таблицей можно вычислить вероятности правильной и ошибочной классификации проверяемого объекта. Рассмотрим эти вероятности для принципа большинства:

$$q_{kk-1} = q_{ikk-1}\cdot q_{jkk-1} + q_{ikk-1}\cdot q_{mkk-1} + q_{jkk-1}\cdot q_{mkk-1} - -2q_{ikk-1}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk-1}, \quad (7)$$

$$q_{kk+1} = q_{ikk+1}\cdot q_{jkk+1} + q_{ikk+1}\cdot q_{mkk+1} + q_{jkk+1}\cdot q_{mkk+1} - -2q_{ikk+1}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk+1}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} q_{kk} &= \{q_{ikk}\cdot q_{jkk} + q_{ikk}\cdot q_{mkk} + q_{jkk}\cdot q_{mkk} - \\ &-2q_{ikk}\cdot q_{jkk}\cdot q_{mkk}\} + (q_{ikk-1}\cdot q_{jkk}\cdot q_{mkk+1} + \\ &+q_{ikk-1}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk} + q_{ikk}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk+1} + \\ &+q_{ikk}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk-1} + q_{ikk+1}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk} + \\ &+q_{ikk+1}\cdot q_{jkk}\cdot q_{mkk-1}). \end{aligned} \quad (9)$$

Замечание: первое слагаемое в формуле (9), находящееся в фигурных скобках, соответствует вероятности правильной классификации объекта (хотя бы двумя из трех экспертов), а второе слагаемое, находящееся в обычных скобках, представляет собой вероятность ситуаций, когда мнения всех экспертов полностью разошлись.

При формировании группового мнения по принципу среднего формулы (7), (8) и (9) принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} q_{kk-1} &= q_{ikk-1}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk-1} + q_{ikk-1}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk} + \\ &+ q_{ikk-1}\cdot q_{jkk}\cdot q_{mkk-1} + q_{ikk}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk-1} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} q_{kk+1} &= q_{ikk+1}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk+1} + q_{ikk+1}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk} + \\ &+ q_{ikk+1}\cdot q_{jkk}\cdot q_{mkk+1} + q_{ikk}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk+1} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} q_{kk} &= \left\{\begin{aligned} &q_{ikk}\cdot q_{jkk} + q_{ikk}\cdot q_{mkk} + q_{jkk}\cdot q_{mkk} - \\ &- 2q_{ikk}\cdot q_{jkk}\cdot q_{mkk} \end{aligned}\right\} + \\ &+\left(\begin{aligned} &q_{ikk-1}\cdot q_{jkk}\cdot q_{mkk+1} + q_{ikk-1}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk} + \\ &+ q_{ikk}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk+1} + q_{ikk}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk-1} + \\ &+ q_{ikk+1}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk} + q_{ikk+1}\cdot q_{jkk}\cdot q_{mkk-1} \end{aligned}\right) + \\ &+\left[\begin{aligned} &q_{ikk-1}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk+1} + q_{ikk-1}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk-1} + \\ &+ q_{ikk+1}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk-1} + q_{ikk+1}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk-1} + \\ &+ q_{ikk+1}\cdot q_{jkk-1}\cdot q_{mkk+1} + q_{ikk-1}\cdot q_{jkk+1}\cdot q_{mkk+1} \end{aligned}\right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Замечание: последнее слагаемое в формуле (12) (квадратная скобка целиком) соответствует добавлению вероятностей правильной классификации объекта при полярном расхождении мнений экспертов.

Анализ прогнозируемых результатов. Необходимо заметить, что все вышеуказанные расчетные операции могут быть реализованы рабочей группой на этапе подготовки экспертизы. Как уже отмечалось ранее, возможной формализацией результата классификационной экспертизы является матрица $\mathbf{Q}$, представленная в виде (2). Элементы матрицы $\mathbf{Q}$ могут быть получены одним из рассмотренных выше способов, т. е. элементы результирующей матрицы зависят от числа и характеристик экспертов, предполагаемых к участию в классификационной экспертизе. Таким образом, можно рассмотреть набор предполагаемых матриц $\mathbf{Q}(Э_i, Э_j, Э_m),\ i,j,m \in \overline{1,s}$.

Если все эксперты $Э_i$ $(i \in \overline{1,s})$ имеют различные характеристики, то число таких матриц будет равно C_s^3. Каждой матрице $\mathbf{Q}(Э_i, Э_j, Э_m),\ i,j,m \in \overline{1,s}$ поставим в соответствие вектор $\overline{g}(Э_i, Э_j, Э_m),\ i,j,m \in \overline{1,s}$, состоящий из ее диагональных элементов и характеризующий достоверность классификации объектов. Очевидно, что идеальным вектором в данном случае является единичный вектор $\overline{I}$. Таким образом, близость полученного вектора к идеальному, которую можно оценить, например, с помощью формул (13) и (14), в достаточно большой степени отражает качество предполагаемой классификационной экспертизы.

Использование взвешенного Эвклидова расстояния:

$$\rho_1(\overline{I}, \overline{g}(Э_i, Э_j, Э_m)) = \sqrt{\sum_{l=1}^{n} \alpha_l \cdot (1 - q_{ll})^2}. \quad (13)$$

Использование взвешенного городского расстояния:

$$\rho_2(\overline{I}, \overline{g}(Э_i, Э_j, Э_m)) = \sum_{l=1}^{n} \alpha_l \cdot \left|1 - q_{ll}\right|. \quad (14)$$

В качестве весовых коэффициентов наиболее целесообразно использовать априорную информацию относительно ожидаемого распределения объектов по классам в наборе объектов, представляемых для классификационной экспертизы – некоторый вектор априорного распределения вероятностей $\overline{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$, элементы которого представляют собой вероятности принадлежности объектов, направленных на экспертизу, соответствующим классам.

Помимо представленных оценок расхождения с идеальным решением задачи классификации объектов (13) и (14) в ряде случаев целесообразно применять и другие способы оценки результатов экспертной классификации, в частности таких, как взвешенная длина вектора

$$\rho_3(\overline{g}(Э_i, Э_j, Э_m)) = \sqrt{\sum_{l=1}^{n} \alpha_l \cdot q_{ll}^{2}}, \qquad (15)$$

или средний процент правильных классификаций на представленном наборе объектов

$$\rho_4(\overline{g}(Э_i, Э_j, Э_m)) = 100\% \cdot \sum_{l=1}^{n} \alpha_l \cdot q_{ll}. \qquad (16)$$

Замечание: на основании выражений (13–16) можно осуществить постановку и решение задачи по определению такого состава экспертной группы, который позволит на предполагаемом наборе объектов добиться наилучших результатов решения задачи классификации.

Выводы: на основании результатов проведенного анализа можно заключить, что предложенный подход:

1. позволяет на формальном уровне описать решение задачи классификации объектов группой экспертов в виде вероятностной матрицы ленточного типа;
2. учитывает возможную несогласованность экспертных мнений и имеет механизмы их однозначного разрешения на основе принципа оптимизма-пессимизма, принципа среднего и принципа большинства;
3. дает возможность оценить достоверность результатов проведенной экспертной классификации, а также получить прогнозную оценку результатов планируемой экспертизы в зависимости от состава экспертной группы, методики обработки мнений экспертов и априорного распределения объектов по классам;
4. позволяет формализовать процедуру подбора экспертов для решения задачи классификации заданного множества объектов.

Список литературы

[1] E. A. Burkov, P. I. Paderno, Adaptation of Saaty’s Analytic Network Process. Proceedings of the 19th International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM’2016. Saint-Petersburg, 2016. Vol. 1. pp. 38-41.

[2] P. I. Paderno, E. A. Burkov, E. A Lavrov, Issues of Organization of Expertise and Problems of Expert Assessments. Journal of Physics: Conference Series, 1703 012047, XXIII International Conference on Soft Computing and Measurement (SCM'2020) 27-29 May 2020, Russia. DOI: 10.1088/1742-6596/1703/1/012047

[3] E. A. Burkov, P. L. Lyubkin, P. I. Paderno, Quantitive Estimation of Extent of Coincidence of Expertise's Objects Models. Proceedings of the 20th IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM’2017. Saint-Petersburg, 2017. pp. 43-45. DOI: 10.1109/SCM.2017.7970490

[4] E. A. Burkov, P. I. Paderno, About Correctness of Linear Transformations of Expert Estimates. Proceedings of the 21th International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM’2018. Saint-Petersburg, 2018. Vol. 1. pp. 66-69.

[5] E. A. Burkov, N. A. Nazarenko, S. S. S. Nasser, P. I. Paderno, Analysis of Correctness of Linear Transformations of Expert Estimates. Proceedings of the 22th IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM’2019. Saint-Petersburg, 2019. pp. 29-32. DOI: 10.1109/SCM.2019.8903758

[6] E. D. Dutova, N. A. Nazarenko, P. I. Paderno, Analysis of the Influence of Transformation and Integration Technology of the Expert Evaluations on the Result. Proceedings of the 19th IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM’2016. Saint-Petersburg, 2016. pp. 21-24. DOI: 10.1109/SCM.2016.7519671

[7] E. A. Burkov, P. I. Paderno, O. E. Siryk, E. A Lavrov, N. B. Pasko, Analysis of Impact of Marginal Expert Assessments on Integrated Expert Assessment. Proceedings of the 23rd IEEE International Conference on Soft Computing and Measurements, SCM’2020. Saint-Petersburg, 2020. pp. 14-17. DOI: 10.1109/SCM50615.2020.9198772