

О возможности использования байесовской модели нейрона для распознавания нечетких графических примитивов

Г. И. Кожомбердиева¹, Д. П. Бураков²

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I

¹kgi-liizht@yandex.ru, ²burakovdmitry8@gmail.com

Аннотация. В докладе авторы продолжают исследование возможностей модели нейрона с функцией активации на основе формулы Байеса, предложенной и прошедшей апробацию в более ранних публикациях. Входные сигналы нейрона интерпретируются как свидетельства в пользу гипотез соответствия и несоответствия активному состоянию нейрона. Выходной сигнал формируется на основе байесовского апостериорного распределения вероятностей гипотез. Показана на примерах и обсуждается возможность применения модели для распознавания нечетких графических примитивов, покрываемых растровой сеткой. При этом в качестве весового вектора нейрона используются как двоичный эталонный образ, так и вероятностный образ, т.е. набор вероятностей, формируемый в результате статистической обработки образцов нечетких изображений соответствующего примитива.

Ключевые слова: нейронные сети; формула Байеса; апостериорное распределение вероятностей; функция активации; байесовская модель нейрона; распознавание образов; растровая сетка.

I. ВВЕДЕНИЕ

Нейронные сети в настоящее время признаны одним из наиболее успешных, востребованных и динамично развивающихся направлений исследований в области искусственного интеллекта, впечатляющие достижения которого связаны с увеличением вычислительных мощностей и совершенствованием математического аппарата. Тем не менее, по признанию экспертов, работы в этой области очень далеки от завершения. На протяжении последних десятилетий модные тенденции неоднократно подвергались пересмотру. Потребуется еще множество мощных идей и творческих усилий, вполне возможно появление множества взаимосвязанных дисциплин со сложной структурой [1, 2].

На XXIII Международной конференции по мягким вычислениям и измерениям (SCM'2020) авторами была предложена и прошла апробацию модель нейрона с функцией активации на основе формулы Байеса. Входные сигналы такого нейрона интерпретируются как свидетельства в пользу альтернативных гипотез: соответствия и несоответствия активному состоянию нейрона. Выходной сигнал формируется на основе байесовского апостериорного распределения вероятностей гипотез. Применимость байесовской модели нейрона была

продемонстрирована не только на примерах распознавания графических примитивов, наносимых на трафарет (сетку с отмеченными линиями), но и на реальном примере распознавания цифр почтового индекса, для представления которого используется стандартный почтовый кодовый штамп [3–5].

В настоящем докладе авторы продолжают исследование возможностей модели нейрона с функцией активации на основе формулы Байеса, естественно переходя к распознаванию нечетких графических примитивов, то есть примитивов, рисуемых от руки по имеющимся образцам и покрываемых растровой сеткой. Авторы избегают далеко идущих выводов, но надеются на полезное обсуждение представленных в докладе идеи и предварительных результатов.

II. НОВАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕМЕНТОВ БАЙЕСОВСКОЙ МОДЕЛИ НЕЙРОНА

На рис. 1 представлена модель нейрона с функцией активации на основе формулы Байеса, предложенная и исследованная в [3–5]. В связи с изменением задачи распознавания некоторые элементы модели нуждаются в новой интерпретации.

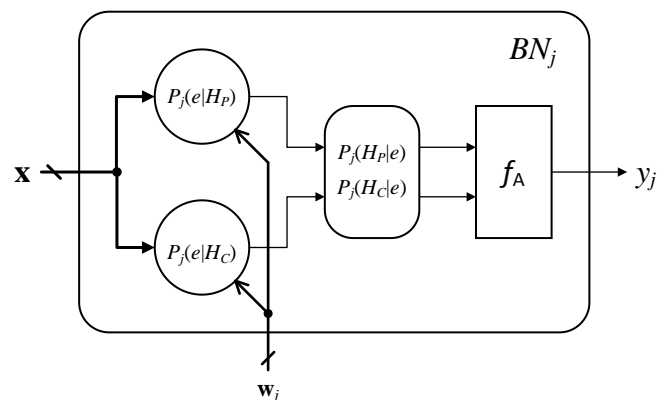


Рис. 1. Модель нейрона с функцией активации на основе формулы Байеса (BN – Bayesian Neuron)

Здесь, как и ранее, двоичный входной вектор $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ рассматривается как свидетельство в пользу двух альтернативных гипотез H_p и H_c : соответствия (*pro* – «за») и несоответствия (*contra* – «против») условию

активации нейрона. Однако, в отличие от случая использования нейрона для распознавания графических примитивов, наносимых на сетку шаблона с отмеченными линиями, здесь двоичный сигнал x_i отражает состояние i -го элемента (пикселя) растровой сетки, покрывающей распознаваемый примитив при оцифровке изображения. Под пикселем здесь понимается неделимый объект прямоугольной формы, характеризуемый определённым цветом в бинарной, черно-белой цветовой гамме (0 – белый, 1 – черный).

Весовой вектор $\mathbf{w}_j = (w_{j,1}, \dots, w_{j,n})$ интерпретируется как вектор-маска (эталонный образ) j -го нейрона сети, причем возможны и интересны для сравнения два варианта новой интерпретации.

1. Двоичный эталонный образ, который отображает оцифрованный четко прорисованный образец графического примитива, покрытого растровой сеткой, содержащей n пикселей, в виде последовательности значений 0 и 1.
2. Вероятностный эталонный образ, т. е. набор вероятностей, формируемый в результате статистической обработки нечетких, рисуемых от руки, образцов изображений соответствующего примитива, покрытых растровой сеткой при оцифровке.

Формальное описание байесовской модели нейрона сохраняется в прежнем виде [3, 5].

Так, условная вероятность свидетельства в предположении истинности гипотезы H_P (*pro* – «за») определяется следующим выражением:

$$P_j(e | H_P) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot w_{j,i}}{\sum_{i=1}^n w_{j,i}}. \quad (1)$$

Выражение для вычисления условной вероятности свидетельства в предположении истинности гипотезы H_C (*contra* – «против») имеет вид:

$$P_j(e | H_C) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot (1 - w_{j,i})}{\sum_{i=1}^n (1 - w_{j,i})}. \quad (2)$$

Поскольку априори гипотезы H_P (*pro*) и H_C (*contra*) равновероятны, т. е. по умолчанию $P_j(H_P) = P_j(H_C) = 1/2$, апостериорные условные вероятности истинности гипотез описываются следующими выражениями:

$$P_j(H_P | e) = \frac{P_j(e | H_P)}{P_j(e | H_P) + P_j(e | H_C)}, \quad (3)$$

$$P_j(H_C | e) = \frac{P_j(e | H_C)}{P_j(e | H_P) + P_j(e | H_C)}. \quad (4)$$

Функция активации байесовского нейрона BN_j , значение которой используется в качестве выходного сигнала нейрона, имеет следующий вид:

$$f_A = \begin{cases} 1, & \text{если } P_j(H_P | e) \gg P_j(H_C | e), \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \quad (5)$$

где $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, m}$.

Здесь знак « \gg », как и в прежней [3–5] трактовке модели, нуждается в уточнении. Понятно, что идеальный случай, каковым является сочетание вероятностей $P_j(H_P | e) = 1$ и $P_j(H_C | e) = 0$, возможен (теоретически) при использовании двоичного эталонного образа и недостижим, когда применяется вероятностный эталонный образа нейрона \mathbf{w}_j .

Предварительно мы можем допустить следующую трактовку: разность $P_j(H_P | e) - P_j(H_C | e) > \Delta P$, т. е. некоторого порогового значения, приемлемого с позиций точности распознавания нейроном нечеткого изображения соответствующего примитива.

III. ПРИМЕРЫ РАСПОЗНАВАНИЯ НЕЧЕТКИХ ГРАФИЧЕСКИХ ПРИМИТИВОВ

Необходимо отметить, что авторы, приводя примеры распознавания байесовским нейроном нечеткого изображения, преследуют цель продемонстрировать заявленную в докладе возможность такого распознавания. Представленные ниже результаты носят исключительно демонстрационный, а не практический характер.

На рис. 2 приводятся изображения растровой сетки 6×6 с построчной нумерацией элементов и образца графического примитива «Косой крест», покрытого растровой сеткой.

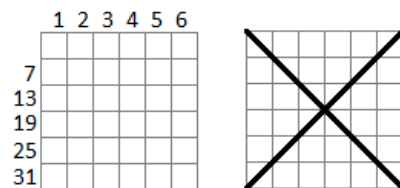


Рис. 2. Растровая сетка 6×6 с нумерацией элементов и образец графического примитива «Косой крест»

Примеры нечетких изображений графического примитива «Косой крест», выполненные по приведенному образцу от руки, представлены на рис. 3. При оцифровке изображения пиксели, в которые попадают фрагменты линий рисунка, сохраняют информацию о черном цвете в виде значения 1.

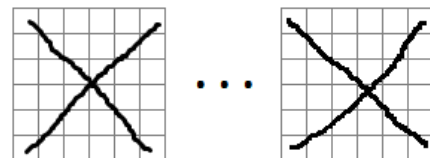


Рис. 3. Примеры нечетких изображений графического примитива «Косой крест», покрытых растровой сеткой 6×6

Сначала продемонстрируем возможности распознавания байесовским нейроном нечеткого изображения при использовании нейроном *двоичного эталонного образа* графического примитива. В табл. I представлены элементы двоичного весового вектора для примитива «Косой крест», полученные в результате оцифровки четко прорисованного образца на рис. 2.

ТАБЛИЦА I Двоичный эталонный образ графического примитива «Косой крест» (элементы весового вектора w_1, \dots, w_{36})

Номера пикселей в строках	Номер столбца растровой сетки 6x6						Σ
	1	2	3	4	5	6	
1–6	1	0	0	0	0	1	2
7–12	0	1	0	0	1	0	2
13–18	0	0	1	1	0	0	2
19–24	0	0	1	1	0	0	2
25–30	0	1	0	0	1	0	2
31–36	1	0	0	0	0	1	2
Σw_i , где $i = 1, \dots, 36$							12
$\Sigma (1 - w_i)$, где $i = 1, \dots, 36$							24

Предъявим для распознавания байесовскому нейрону с двоичным эталонным образом «Косой крест» нечеткие изображения графических примитивов, представленные на рис. 4.

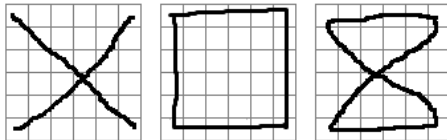


Рис. 4. Примеры нечетких изображений графических примитивов «Косой крест», «Квадрат» и «Песочные часы», предъявляемые нейрону с эталонным образом «Косой крест»

Нечеткие изображения графических примитивов, покрытые растровой сеткой, несложно развернуть в последовательности значений 0 и 1 и получить соответствующие двоичные входные векторы x . Выполним простые расчеты по формулам (1)–(4) и представим полученные результаты в табл. II.

ТАБЛИЦА II Распознавание нечетких изображений графических примитивов нейроном с двоичным эталонным образом «Косой крест»

Вероятности гипотез	Предъявляемые нейрону нечеткие изображения графических примитивов		
	Косой крест	Квадрат	Песочные часы
$P(H_P e)$	0,750	0,333	0,600
$P(H_C e)$	0,250	0,667	0,400

Далее рассмотрим примеры распознавания байесовским нейроном нечетких изображений при использовании нейроном *вероятностного эталонного образа* графического примитива «Косой крест». Результаты статистической обработки выборки (см. примеры на рис. 3) небольшого, но вполне достаточного, учитывая демонстрационные цели получения такой статистики, объема приводятся в табл. III. В ячейки таблицы помещены частотные оценки

вероятностей появления значения 1 в соответствующем элементе растровой сетки 6x6 при оцифровке образца нечеткого изображения примитива.

ТАБЛИЦА III Вероятностный эталонный образ графического примитива «Косой крест» (элементы весового вектора w_1, \dots, w_{36})

Номера пикселей в строках	Номер столбца растровой сетки 6x6						Σ
	1	2	3	4	5	6	
1–6	0,5	0,1	0,0	0,0	0,2	0,8	1,6
7–12	0,9	1,0	0,1	0,5	1,0	0,2	3,7
13–18	0,0	0,6	1,0	1,0	0,2	0,0	2,8
19–24	0,0	0,7	1,0	1,0	0,4	0,0	3,1
25–30	0,7	1,0	0,1	0,4	1,0	0,3	3,5
31–36	0,9	0,2	0,0	0,0	0,7	0,8	2,6
Σw_i , где $i = 1, \dots, 36$							17,3
$\Sigma (1 - w_i)$, где $i = 1, \dots, 36$							18,7

Воспользуемся опять двоичными развертками нечетких изображений, представленных на рис. 4, и выполним расчеты по формулам (1)–(4). Полученные результаты для сравнения приводятся в табл. IV.

ТАБЛИЦА IV Распознавание нечетких изображений графических примитивов нейроном с вероятностным эталонным образом «Косой крест»

Вероятности гипотез	Предъявляемые нейрону нечеткие изображения графических примитивов		
	Косой крест	Квадрат	Песочные часы
$P(H_P e)$	0,711	0,332	0,597
$P(H_C e)$	0,289	0,668	0,403

Сравнение содержимого таблиц II и IV показывает:

1. Сходство результатов, полученных при использовании нейроном в качестве весового вектора двоичного и вероятностных эталонных образов графического примитива.
2. Возможность уверенного распознавания нечеткого изображения графического примитива, адекватного эталонному образу, при установке порогового значения ΔP для функции активации (5) на уровне 0,4, обеспечивающем выполнение отношения

$$P(H_P|e) - P(H_C|e) > \Delta P.$$

Рассмотрим на другом примере, достаточно ли порогового значения такого уровня для точного распознавания нечеткого изображения примитива.

IV. Влияние формата растровой сетки на точность распознавания

Используем нейрон с эталонным образом «Квадрат», причем ограничимся очевидным двоичным вектором (по сути – частным случаем, хорошим приближением вероятностного эталонного образа, учитывая формат растровой сетки 6x6). Предъявим этому байесовскому нейрону нечеткие изображения графических примитивов, представленные на рис. 5.

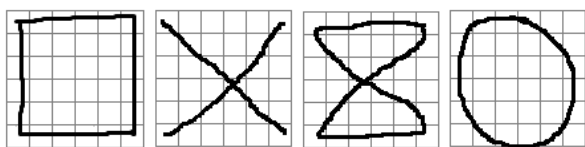


Рис. 5. Примеры нечетких изображений графических примитивов «Квадрат», «Косой крест», «Песочные часы» и «Круг», предъявляемые нейрону с эталонным образом «Квадрат»

Выполним известные расчеты по формулам (1) – (4) и представим полученные результаты в табл. V.

ТАБЛИЦА V РАСПОЗНАВАНИЕ НЕЧЕТКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ГРАФИЧЕСКИХ ПРИМИТИВОВ НЕЙРОНОМ С ДВОИЧНЫМ ЭТАЛОННЫМ ОБРАЗОМ «КВАДРАТ»

Вероятности гипотез	Предъявляемые нейрону нечеткие изображения графических примитивов			
	Квадрат	Косой крест	Песочные часы	Круг
$P(H_P e)$	1,000	0,348	0,516	0,828
$P(H_C e)$	0,000	0,652	0,484	0,172

Очевидно, что нечеткие образы «Квадрат» и «Круг» слабо различаются байесовским нейроном, поскольку нейрон воспринимает их как сходные в очертаниях и размерах, по сути, не отличая стороны квадратов от выпуклых дуг – фрагментов окружности. Помочь решению проблемы, по мнению авторов, может увеличение формата растровой сетки, т.е. повышение уровня детализации оцифрованного изображения.

В качестве примеров рассмотрим приведенные на рис.6 изображения вогнутой дуги, выпуклой дуги и прямой линии, покрытых растровой сеткой 14x3. Изображения выглядят четко прорисованными, но мы позволим себе использовать их в качестве приемлемого частного случая нечетких примитивов.



Рис. 6. Примеры изображений вогнутой дуги, выпуклой дуги и прямой линии, покрытых растровой сеткой 14x3

В табл. VI представим эталонный образ (элементы 42-разрядного двоичного весового вектора) для примитива «Вогнутая дуга» и предъявим использующему этот образ байесовскому нейрону изображения, представленные на рис. 6. Используя формулы (1) – (4) для расчетов, представим результаты в табл. VII.

Результаты показывают, что нейрон хорошо отличает вогнутую дугу от выпуклой и от прямой линии, нарисованной в центральной строке растровой сетки. Дополнительно отметим, что для данного нейрона наибольшее сходство с вогнутой дугой имеет ее касательная, а наименьшее – хорда, но даже касательная будет отброшена при распознавании при установке порогового значения в (5) на уровне 0,3.

ТАБЛИЦА VI ДВОИЧНЫЙ ЭТАЛОННЫЙ ОБРАЗ ГРАФИЧЕСКОГО ПРИМИТИВА «ВОГНУТАЯ ДУГА» (ЭЛЕМЕНТЫ ВЕСОВОГО ВЕКТОРА w_1, \dots, w_{42})

Номера пикселей в строках	Номер столбца растровой сетки 14x3													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1–14	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
15–28	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
29–42	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
Σ	1	2	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	2	1
$\Sigma w_i = 18; \Sigma (1 - w_i) = 24.$														

ТАБЛИЦА VII РАСПОЗНАВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ГРАФИЧЕСКИХ ПРИМИТИВОВ НЕЙРОНОМ С ДВОИЧНЫМ ЭТАЛОННЫМ ОБРАЗОМ «ВОГНУТАЯ ДУГА»

Вероятности гипотез	Предъявляемые нейрону изображения графических примитивов		
	Вогнутая дуга	Выпуклая дуга	Прямая
$P(H_P e)$	1,000	0,400	0,500
$P(H_C e)$	0,000	0,600	0,500

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Кратко подведем предварительные итоги исследования.

1. В докладе показана возможность распознавания байесовским нейроном нечетких графических примитивов, покрываемых растровой сеткой. В качестве весового вектора нейрона можно использовать как двоичный эталонный образ, так и вероятностный образ, т.е. набор вероятностей, формируемый в результате статистической обработки нечетких изображений примитива. Под обучением нейрона можно понимать накопление статистики с целью уточнения эталонного образа.

2. Предполагается, что при нечетком изображении примитива необходимо придерживаться установленного образца, чтобы повысить точность распознавания.

3. Отметим также, что для обеспечения инвариантности распознаваемых образов к смещению, ротации и масштабированию необходимо подвергать образы предварительной обработке [1, с. 121].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Осовский С. Нейронные сети для обработки информации; [пер. с польск.]. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Горячая линия – Телеком, 2018. 448 с.
- [2] Michael A. Nielsen Neural Networks and Deep Learning. Determination Press, 2015. [Электронный ресурс]. URL: <http://neuralnetworksanddeeplearning.com/> (дата обращения: 21.03.2021).
- [3] Кожомбердиева Г. И. Модель нейрона с функцией активации на основе формулы Байеса // Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям. 2020. Т. 1. С. 56–59.
- [4] Бураков Д. П., Кожомбердиева Г. И. Применение байесовской модели нейрона в сети WTA для решения задач распознавания // Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям. 2020. Т. 1. С. 60–63.
- [5] Кожомбердиева Г. И., Бураков Д. П. Модель нейрона с функцией активации на основе формулы Байеса и её применение в сетях WTA для решения задач распознавания // Мягкие измерения и вычисления. 2020. Т. 32. № 7. С. 29–44.