# Синтез ПИД-регулятора с нейронной сетью для нелинейного электропривода экзоскелетона

М П. Белов<sup>1</sup>, Динь Данг Чыонг<sup>2</sup>

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина) <sup>1</sup>milesa58@mail.ru, <sup>2</sup>dinhdangtruong@gmail.com

Аннотация. В этой работе предлагается ПИД-регулятор с сетью для компенсации неопределенных гравитации, трения нижних конечностей нейронной изменений экзоскелетона-человека (НКЭЧ) в нелинейной системы управления электроприводом для обеспечения желаемой траектории движения. Нейронная сеть используется для аппроксимации нелинейных элементов модели объекта на основе динамической ошибки углов суставов нижних конечностей экзоскелета. Математическая модель НКЭЧ построена по сагиттальной плоскости, включающая ноги с 2 звеньями учитывающая нелинейные элементы и внешние возмущения. Приведены результаты моделирования управляемого движения экзоскелета в сагиттальной плоскости, показывающие высокую эффективность функционирования ПИД-регулятора с нейронной сетью в сравнении с пропорционально-интегральным дифференциальным (ПИД) регулятором.

Ключевые слова: экзоскелетон, нейронная сеть, нелинейный электропривод, ПИД-регулятор, электропривод экзоскелетона

## I. Введение

Интеллектуальная компенсация в ПД-регуляторе не требует математическую модель, это безмодельный компенсатор. Можно разделить его на нечеткий компенсатор [1], нечеткий ПИД [2], нейронный компенсатор [3] и нечеткий нейронный компенсатор [4], [5]. Основная идея этих регуляторов заключается в использовании фильтрованной ошибки отслеживания при проведении анализа на основе Ляпунова [6]. В этой статье рассматриваем нейронное управление с ПИД-регулятором для нелинейного электропривода экзоскелетона. Это новое управление представляет собой естественную комбинацию линейного ПИД-регулирования промышленного и нейронной компенсации. Основным содержанием этой является полуглобальная асимптотическая статьи устойчивость нейронного ПИД-регулирования и локальная асимптотическая устойчивость нейронного ПИДрегулирования.

#### II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НКЭЧ

Экзоскелетон нижних конечностей является системой с множеством степеней свободы и высоко нелинейной

Чан Данг Хоа Вьетнамский государственный технический университет им. Лэ Куй Дона tuyetnhung110807@gmail.com

системой, поэтому трудно оценим его точную динамику. Рассмотрим динамику НКЧЭ на рис. 1.



Рис. 1. Динамическая модель НКЭЧ

Математическая модель системы НКЧЭ с нелинейными механическими характеристиками записана в виде:

$$\mathbf{A}(q)\ddot{q} + \mathbf{B}(q,\dot{q})\dot{q} + \mathbf{C}(q) + \Psi_M(\dot{q}) = \tau + \tau_h \tag{1}$$

где

$$\begin{split} \mathbf{A}(q) &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{B}(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{C}(q) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix}, \\ \tau &= \begin{bmatrix} \tau_1 & \tau_2 \end{bmatrix}^T, \tau_h = \begin{bmatrix} \tau_{h1} & \tau_{h2} \end{bmatrix}^T; \\ a_{11} &= m_1 l_{c1}^2 + m_2 [l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos(q_2)] + I_1 + I_2; \\ a_{12} &= m_2 [l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)] + I_2; \\ a_{21} &= m_2 [l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos(q_2)] + I_2; \\ a_{11} &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_2; \\ b_{11} &= -m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_2) \dot{q}_1; \\ b_{21} &= m_2 [l_{c2}^2 \sin(q_2) \dot{q}_1; \\ b_{21} &= m_2 l_1 l_{c2} \sin(q_1) + m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2); \\ g_2 &= m_2 g l_{c2} \sin(q_1 + q_2); \end{split}$$

$$\Psi_{M}(\dot{q}) = \begin{bmatrix} B_{e}\dot{q}_{1} + \alpha \operatorname{sgn}(\dot{q}_{1}) & B_{e}\dot{q}_{2} + \alpha \operatorname{sgn}(\dot{q}_{2}) \end{bmatrix}^{T};$$
  
$$\tau_{h} = \begin{bmatrix} 0.5randn(1,1) & 0.5randn(1,1) \end{bmatrix}^{T}$$

где  $m_1 = m_{e1} + m_{h1}, m_2 = m_{e2} + m_{h2}; m_{e1}, m_{e2}$  – масса стержня эекзоскелета в бедре и голени;  $m_{h1}, m_{h2}$  – масса бедра и голени человека.

где  $q \in \mathbb{R}^n$  – обобщенная координата позиции звеньев;  $\mathbf{A}(q)$  – матрица инерции, которая является положительно определенной матрицей;  $\mathbf{B}(q, \dot{q})$  – матрица, содержащая центробежные силы и силы Кориолиса;  $\mathbf{C}(q)$  – вектор, содержащий моменты силы тяжести;  $\tau_h$  – вектор момента ноги человека (считается внешним возмущением);  $\tau$  – вектор управляющего воздействия. Функция трения  $\Psi_M(\dot{q})$  представлена Кулоновским трением и вязким трением.

# III. Построение структуры системы управления

Структурная схема системы управления электроприводами экзоскелета, включающая в себя локальные ПИД регуляторы с нейронной компенсацией представлена на рис. 2.



Рис. 2. Структура системы управления с компенсатором момента нейронной сетью

где u – входное напряжение двигателя; R – сопротивление фазной обмотки двигателя;  $k_v$  – коэффициент электродвижущей силы;  $k_t$  – коэффициент момента;  $J_m$  – момент инерции двигателя; r – передаточное число редуктора;  $M_f(\dot{q}_m) = \alpha \operatorname{sgn}(\dot{q}_m)$  – момент трения в электроприводе;  $M_s = k_s(q_m - q) = k_sq(r - 1)$  – упругий момент в механической связи электропривода;  $e = q_d - q$  – ошибка системы управления.

#### IV. СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

ПИД-регулятор представляет из себя компенсатор с нейронной сетью на основе динамической ошибки (фактической траектории и заданной траектории экзоскелета) и показан на рис. 2. В предположении отсутствия внешних возмущений можем записать закон регулирования на основе компенсации силы тяжести и трение следующим образом:

$$\tau = K_p e + K_d \dot{e} + \int_0^t e(t) dt + \hat{C}(q) + \hat{\Psi}_M(\dot{q})$$
(2)

Модель динамики НКЧЭ (1) включает неопределенные матрицы  $\mathbf{C}(q), \Psi_M(\dot{q})$ . Для их определения можно использовать нейронную сеть в виде:

$$\hat{\tau} = \mathbf{C}(q) + \Psi_M(\dot{q}) \tag{3}$$

Для реализации нейронных сетей RBF необходимо использовать два предположения. Все сигмоидальные функции, используемые в нейронных сетях, обычно удовлетворяют условию Лившица, тогда:

$$\begin{split} \tilde{h} &\coloneqq h(\mathbf{Z}^{*T}\mathbf{x}) - \hat{h}(\mathbf{Z}^{T}\mathbf{x}) = \mathbf{P}_{\sigma} \, \tilde{Z}^{T}x + \upsilon_{\sigma}, \\ P_{\sigma} &= \frac{\partial \Psi^{T}(v)}{\partial v} \bigg|_{v = \hat{Z}^{T}x}, \left\| \upsilon_{\sigma} \right\|_{\Lambda}^{2} \leq l \left\| \tilde{Z}^{T}x \right\|_{\Lambda}^{2}, l > 0 \end{split}$$

где  $\tilde{W} = W^* - \hat{W}, \tilde{Z} = Z^* - \hat{Z}, \Lambda$  – положительная определенная матрица;  $W^*, Z^*$  – фиксированные ограниченные веса;  $\hat{W}, \hat{Z}$  – время меняющиеся веса нейронной сети;  $\upsilon_{\pi}$  – найденная верхняя оценка

Для реализации нейронной сети RBF с *n* входами, *k* выходами и *p* скрытыми слоями, используем функцию активации [7]:

$$h_{i}(x) = \exp\left[-\frac{\|x - c_{i}\|^{2}}{2\sigma_{i}^{2}}\right]$$
$$\hat{\tau}_{ij} = \sum_{j=1}^{p} W_{ij}h_{j}(Z_{ijk}x), i = 1, 2, \dots, k,$$
(4)

Нейронная сеть RBF используется для аппроксимации силы тяжести, трения и внешних возмущений выражается как

$$\hat{\tau} = C(q) + \Psi_M(\dot{q}) = W^{*T} h(Z^{*T} x) + \varepsilon(x)$$
(5)

где  $\varepsilon(x)$  — оценочная ошибка.

При рассмотрении нелинейных элементов в модели динамики НКЧЭ (1) закон управления можно записать в виде:

$$\tau = K_p e + K_d \dot{e} + \xi + \hat{W}^T h(\hat{Z}^T \mathbf{x})$$
(6)

۸*m* 

где  $\xi = \int_{0}^{t} e(t)dt$ 

Подставляя уравнение (5) и (6) в уравнение (1) получаем:

<u>~</u> т

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(q)\ddot{e} + \mathbf{B}(q,\dot{q})\dot{e} + K_{p}e + K_{d}\dot{e} + W^{T}h(Z^{T}x) - \\ -W^{*T}h(Z^{*T}x) - \varepsilon(x) - \tau_{h} + \xi &= 0 \\ \mathbf{A}(q)\ddot{e} + \mathbf{B}(q,\dot{q})\dot{e} + K_{p}e &= -K_{d}\dot{e} + W^{*T}h(Z^{*T}x) - \\ -\hat{W}^{T}h(\hat{Z}^{T}x) + \varepsilon(x) + \tau_{h} - \xi \end{aligned}$$

$$\tag{7}$$

где

$$-(W^{*T}h(Z^{*T}x - \hat{W}^{T}h(\hat{Z}^{T}x)) = W^{*T}h(\tilde{Z}^{T}x) + \tilde{W}^{T}h(\hat{Z}^{T}x)$$
$$W^{*T}h(Z^{*T}x - \hat{W}^{T}h(\hat{Z}^{T}x) = -W^{*T}\tilde{h}(\tilde{Z}^{T}x) - \tilde{W}^{T}h(\hat{Z}^{T}x)$$
(8)

Подставляя уравнение (8) в уравнение (7) получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(q)\ddot{e} + \mathbf{B}(q,\dot{q})\dot{e} + K_{p}e &= -K_{d}\dot{e} - W^{*T}h(\tilde{Z}^{T}x) - \\ -\tilde{W}^{T}h(\hat{Z}^{T}x) + \varepsilon(x) + \tau_{h} - \xi \end{aligned}$$
(9)

Адаптивный закон нейронной сети записывается в виде:

$$\begin{cases} \dot{\hat{W}} = -\Psi_M h(\hat{Z}^T x) \dot{e}^T \\ \dot{\hat{Z}} = -CW^{*T} h(x) \dot{e}^T \end{cases}$$
(10)

**Функция Ляпунова.** Введем кандидата в функцию Ляпунова

$$V = \frac{1}{2}\dot{e}^{T}A(q)\dot{e} + \frac{1}{2}e^{T}K_{p}e + \frac{1}{2}tr\left(\tilde{W}^{T}F^{-1}\tilde{W}\right) + \frac{1}{2}tr(\tilde{Z}^{T}G^{-1}\tilde{Z})$$
(11)

где F, G — любые положительные определенные матрицы константы.

Взяв производную уравнения (11), получаем:

$$\dot{V} = \dot{e}^T A(q) \ddot{e} + \frac{1}{2} \dot{e}^T \dot{A}(q) \dot{e} + \dot{e}^T K_p e + + tr \left( \tilde{W}^T F^{-1} \dot{\tilde{W}} \right) + tr \left( \tilde{Z}^T G^{-1} \dot{\tilde{Z}} \right)$$
(12)

Подстановка  $\dot{e}^{T} \mathbf{A}(q) \dot{e} = 2 \dot{e}^{T} \mathbf{B}(q, \dot{q}) \dot{e}$  в уравнении (12) имеем:

$$\dot{V} = \dot{e}^{T} \mathbf{A}(q) \ddot{e} + \dot{e}^{T} \mathbf{B}(q, \dot{q}) \dot{e} + \dot{e}^{T} K_{p} e +$$

$$+ tr \left( \tilde{W}^{T} F^{-1} \dot{\tilde{W}} \right) + tr \left( \tilde{Z}^{T} G^{-1} \dot{\tilde{Z}} \right)$$

$$\dot{V} = \dot{e}^{T} \left( \mathbf{A}(q) \ddot{e} + \mathbf{B}(q, \dot{q}) \dot{e} + \dot{e} K_{p} e \right) +$$

$$+ tr \left( \tilde{W}^{T} F^{-1} \dot{\tilde{W}} \right) + tr \left( \tilde{Z}^{T} G^{-1} \dot{\tilde{Z}} \right)$$
(13)

Подставляя уравнение (9) в уравнение (13) получим:

$$\dot{V} = \dot{e}^{T} \left( -K_{d} \dot{e} - W^{*T} \Psi(\tilde{Z}^{T} \mathbf{x}) - \tilde{W}^{T} \Psi(\hat{Z}^{T} \mathbf{x}) + \varepsilon(\mathbf{x}) + \tau_{h} - \xi \right) +$$

$$+ tr \left( \tilde{W}^{T} F^{-1} \dot{\tilde{W}} \right) + tr \left( \tilde{Z}^{T} G^{-1} \dot{\tilde{Z}} \right)$$

$$\dot{V} = -\dot{e}^{T} K_{d} \dot{e} + tr \tilde{Z}^{T} \left( G^{-1} \dot{\tilde{Z}} - \dot{e}^{T} W^{*T} \Psi(\mathbf{x}) \right) +$$

$$tr \tilde{W}^{T} \left( F^{-1} \dot{\tilde{W}} - \dot{e}^{T} \Psi(\hat{Z}^{T} \mathbf{x}) \right) + \dot{e}^{T} \left( \varepsilon(\mathbf{x}) + \tau_{h} - \xi \right)$$
(14)

Подставляя адаптивный закон (10) в уравнение (14), получаем:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{W}} = \dot{W}^* - \dot{\hat{W}} = 0 - \dot{\hat{W}} = F \Psi (\hat{Z}^T x) \dot{e}^T \\ \dot{\tilde{Z}} = \dot{Z}^* - \dot{\hat{Z}} = 0 - \dot{\hat{Z}} = G W^{*T} \Psi (x) \dot{e}^T \\ \dot{V} = -\dot{e}^T K_d \dot{e} + \dot{e}^T \left( \varepsilon(x) + \tau_h - \xi \right) \end{cases}$$
(15)

Из проведенного анализа получаем  $\dot{V} \le 0$ , такое, что состояние равновесия системы является устойчивым.

### V. Компьютерное моделирования

Желанные траектории задаются следующим образом:

 $q_{d1} = 0.5\sin(t); \ q_{d2} = \sin(0.5t) + \sin(0.75t) + \cos(t) - 1$ 

Коэффициент усиления ПИД-регулятор:

$$\begin{split} K_p &= {\rm diag} \left\{ {200,200} \right\}; \\ K_i &= {\rm diag} \left\{ {80,80} \right\}\;K_d \,= {\rm diag} \left\{ {30,30} \right\} \end{split}$$

Результаты моделирования показаны на рис. 3-6:



Рис. 3. Траектории движения тазобедренного сустава q<sub>1</sub> (рад)



Рис. 4. Траектории движения коленного сустава q<sub>2</sub> (рад)



Рис. 5. Ошибка положения системы управления (рад)



Рис. 6. Компенсация момента с помощью нейронной сети (Н.м)

#### VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нейронный ПИД-регулятор предложенный в этой статье решает проблемы производных коэффициентов усиления при линейном управлении электроприводами НКЭЧ. Доказана полуглобальная асимптотическая устойчивость управления с нейронным ПИД-регулятором.

Предлагаемый алгоритм не требует точной модели динамики экзоскелета и может регулировать веса нейронной сети с помощью адаптивного метода. С помощью моделирования в Matlab/Simulink была подтверждена эффективность нейронной сети RBF в компенсации гравитации и трения.

#### Список литературы

- H-X. Li, L.Zhang, K-Y.Cai, G.Chen, An Improved Robust FuzzyPID Controller With Optimal Fuzzy Reasoning, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, Vol.35, 2005. No.6, 1283-1294.
- [2] E. Harinath, G. Mann. Design and Tuning of Standard Additive Model Based Fuzzy PID Controllers for Multivariable Process Systems // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B, 2008. Vol.38, No.8, 667-674.
- [3] F.L.Lewis, Nonlinear Network Structures for Feedback Control // Asian Journal of Control, 1999, vol. 1, no. 4, pp. 205–228.
- [4] C-S.Chen, Dynamic Structure Neural-Fuzzy Networks for Robust Adaptive Control of Robot Manipulators // IEEE Trans. Industrial Electronics, 2008. V. 55, NO. 9, 3402-3414.
- [5] M.J. Er and Y. Gao. Robust Adaptive Control of Robot Manipulators Using Generalized Fuzzy Neural Networks // IEEE Trans. Industrial Electronics, 2003. V. 50, NO. 3, 620-628.
- [6] F.L. Lewis, D.M. Dawson, C.T. Abdallah. Robot Manipulator Control: Theory and Practice, 2nd Edition, Marcel Dekker Inc, New York, NY 10016, 2004.
- [7] S. Seshagiri and H. K. Khalil, Output feedback control of nonlinear systems using RBF neural networks // IEEE Trans. Neural Networks, Jan. 2000, vol. 11, no. 1, pp. 69-79.