Измерение тока и напряжения в косоугольных координатах в трехфазной обобщенной электрической машине

О. А. Али Альмушреки[1], Н. С. Обама[2], А. Н. Прокшин[3], Н. И. Татаринцев[4], А. В. Трофимов[5]
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
[1]eng.os.mu@gmail.com, [2]sergeobama8421@gmail.com, [3]anprokshin@etu.ru, [4]ntatarintsev@yandex.ru, [5]a7trofimov@gmail.com

***Аннотация*. Измерения линейных напряжений и фазных токов в трехфазной электрической машине без нулевого провода приведенные к одной комплексной плоскости оказываются ковариантными и контравариантными координатами в косоугольной системе координат. При этом оси линейных напряжений и фазных токов оказываются взаимосопряженными.**

Физические величины активной и реактивной мощности оказываются пропорциональны скалярному и векторному произведению векторов, в которых координаты векторов в произведениях должны браться из взаимосопряженных осей.

В настоящее время общепринятый метод лежащий в основе векторного управления электрической машиной включает в себя последовательность преобразований Кларка, Парка-Горева, обратного преобразования Парка-Горева, обратного преобразования Кларка, что является, по существу, переходом к декартовой системе координат и затем обратно к косоугольной.

Предъявлен метод построения осей: ось "d-" – это линейная комбинация ковариантных координат выбранного вектора (X1,X2), а ось "-q" линейная комбинация ковариантных координат (X2, -X1) или контравариантных координат. Благодаря этому удается построить систему управления электрической машины без перехода в декартову систему и обратно, что позволяет существенно сократить объем вычислений.

Ключевые слова: измерение фазных токов, измерение линейных напряжений, ковариантные координаты, контравариантные координаты

Рассматривается метод измерения линейных напряжений и токов. Рассмотрение производится применительно к симметричной трехфазной системе. В математическом описании используются косоугольные системы координат и понятия ковариантности и контравариантности с общепринятым порядком расположения индексов. Индексы сверху относятся к контравариантным компонентам, а индексы снизу к ковариантным.

Проведем измерения мгновенных значений линейных напряжений u_{AB}, u_{BC} и фазных токов $(-i_A)$, i_C в активном выпрямителе, подключенном к трехфазной электрической сети без нулевого провода. Подключение активного выпрямителя к трехфазной сети и измерительных приборов приведено на рис. 1.

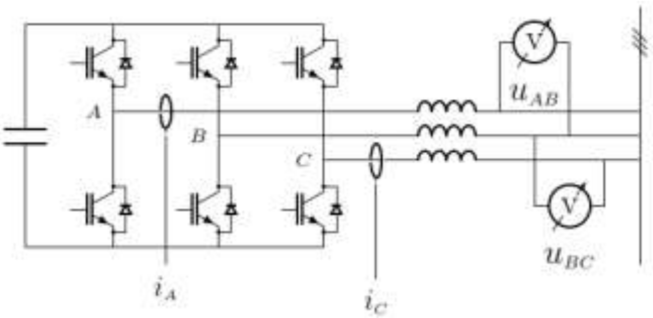

Рис. 1. Схема измерения токов и напряжений в трехфазном активном выпрямителе

Измерения мгновенных значений линейных напряжений есть перпендикулярные проекции изображающего вектора $\vec{u}$ на оси U_{AB} и U_{BC}, угол между которыми 120 градусов.

Рассмотрим косоугольную систему координат U_{AB} и U_{BC} с единичными векторами $\vec{e}_{AB}$ и $\vec{e}_{BC}$. Перпендикулярные координаты обозначим u_{AB} и u_{BC}. Разложение вектора $\vec{u}$ по векторам $\vec{e}_{AB}$ и $\vec{e}_{BC}$ по правилу параллелограмма:

$$\vec{u} = u^{AB}\vec{e}_{AB} + u^{BC}\vec{e}_{BC}, \quad (1)$$

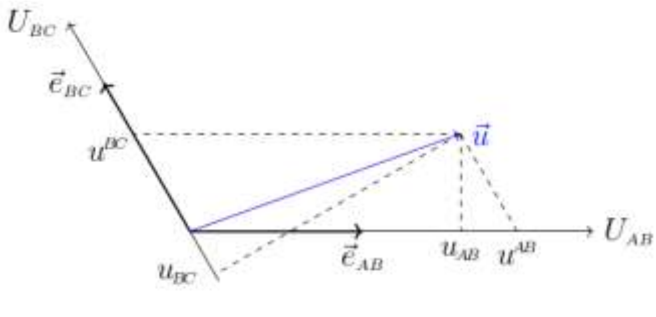

Рис. 2. Ковариантные и контравариантные координаты изображающего вектора напряжения

Квадрат длины вектора $\vec{u}$ равен:

$$|\vec{u}|^2 = u_{AB}u^{AB} + u_{BC}u^{BC}$$

Квадрат длины вектора с другой стороны равен скалярному произведению:

$$(\vec{u}\cdot\vec{u}) = u_{AB}u^{AB} + u_{BC}u^{BC} \qquad (2)$$

Здесь один из множителей является измеренным мгновенным значением линейного напряжения с нижним индексом, другой – математическим разложением изображающего вектора с верхним индексом.

Просуммировав и усреднив формулы (1) во всех парах осей U_{AB}, U_{BC} и U_{BC}, U_{CA} и U_{CA}, U_{AB}, и заметив, что полусумма контравариантных (неизмеряемых) координат u^{AB} в осях U_{AB}, U_{BC} и u^{AB} в осях U_{CA}, U_{AB} в случае симметричной системы равна ковариантной (измеряемой) координате u_{AB} [4], получаем известную [1],[2] формулу:

$$\vec{u} = \tfrac{2}{3}(u_{AB}\vec{e}_{AB} + u_{BC}\vec{e}_{BC} + u_{CA}\vec{e}_{CA}) \qquad (3)$$

В геометрии к косоугольному базису единичных векторов $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ можно построить двойственный базис $\vec{e}^1$, $\vec{e}^2$ [3] по правилу:

$$(\vec{e_1}\cdot\vec{e}^1) = 1;\quad (\vec{e_1}\cdot\vec{e}^2) = 0;$$
$$(\vec{e_2}\cdot\vec{e}^1) = 0;\quad (\vec{e_2}\cdot\vec{e}^2) = 1$$

Двойственные (сопряженные) оси выбираются так, чтобы угол между основной и сопряженной осью был острым. Вектор $\vec{x}$ можно разложить по двойственному (сопряженному) базису

$$\vec{x} = x_1\vec{e}^1 + x_2\vec{e}^2$$

Координаты вектора $\vec{x}$ при произвольной нормировке базовых векторов приведены на рис. 3.

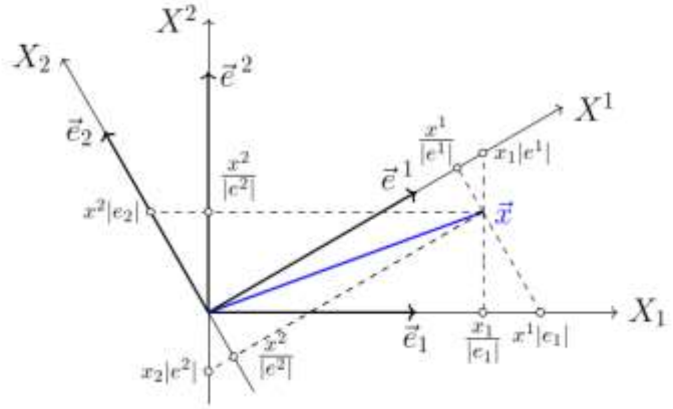

Рис. 3. Координаты вектора в двойственных (взаимосопряженных) базисах

Скалярное произведение двух произвольных векторов равно:

$$(\vec{x}\cdot\vec{y}) = x_1y^1 + x_2y^2 = x^1y_1 + x^2y_2 \qquad (4)$$

В нашей физической системе выбираем оси линейных напряжений и фазных токов как указано на рис. 4. Оси линейных напряжений U_{AB}, U_{BC} и фазных токов $I_{(-A)}$, I_C оказываются взаимосопряженными в геометрическом смысле, за исключением того, что оси тока и напряжения строятся на одном графике и нормировка базовых векторов: $(\vec{e}_{uAB}\cdot\vec{e}_{uAB}) = 1$; $(\vec{e}_{uBC}\cdot\vec{e}_{uBC}) = 1$; $(\vec{e}_{i(-A)}\cdot\vec{e}_{i(-A)}) = 1$ и $(\vec{e}_{iC}\cdot\vec{e}_{iC}) = 1$. Выбор оси фазного тока $I_{(-A)}$ обусловлен тем, чтобы угол между взаимосопряженными осями был острым. В этом случае ковариантная (измеренная) координата $i_{(-A)}$ на оси тока $I_{(-A)}$ равна контравариантной (неизмеряемой) координате $i^{(-A)}$ на сопряженной оси $I^{(-A)}$, которая сонаправлена с U_{AB}.

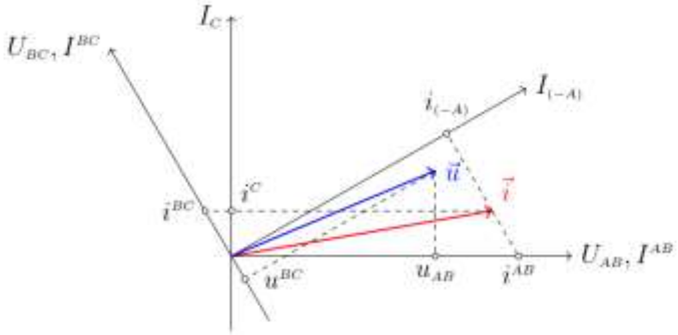

Рис. 4. Выбор осей измерений линейных напряжений и фазных токов

Контравариантная (неизмеряемая) координата u^{AB} по сопряженной оси, которая параллельна оси $I_{(-A)}$, равна ковариантной (измеренной) координате u_{AB}. При таком выборе осей мгновенная мощность p, которая равна скалярному произведению (4) изображающих векторов тока и напряжения равна:

$$p = (\vec{i}\cdot\vec{u}) = u_{AB}i^{AB} + u_{BC}i^{BC} = u_{AB}i_{(-A)} + u_{BC}i_c$$

Учитывая $i_A + i_B + i_C = 0$, введя «нулевой» потенциал v_0 фазного напряжения («нулевой» потенциал может быть функцией от времени $v_0(t)$)

$$p = (u_B - v_0 + v_0 - u_A)i_{(-A)} + (u_C - v_0 + v_0 - u_B)i_C =$$
$$u_Ai_A + u_Bi_B + u_Ci_C\ ,$$

что является суммой мощностей фаз.

Наиболее часто в системах векторного управления пользуются выражением (3) и переходят от трехфазной системы токов и напряжений сначала к стационарной декартовой системе, а затем к вращающейся системе с осью вдоль одного из изображающих векторов $(d-)$ и квадратурной, перпендикулярной осью $(q-)$. После введения управления с учетом обратных связей переходят обратно к трехфазной системе.

Предъявим метод нахождения компонент $(d-)$ и $(q-)$:

Линейная комбинация $\alpha(u_{AB,}\,u_{BC})$ – это компонента вдоль оси $(d-)$.

Скалярное произведение вектора с координатами $(-u_{BC,}\,u_{AB})$ и исходного вектора: $-u_{BC}u_{AB} + u_{AB}u_{BC} = 0$, вектор с координатами $(-u_{BC,}\,u_{AB})$ перпендикулярен исходному и, значит, это компонента вдоль квадратурной оси $(q-)$. Обе компоненты $(d-)$ и $(q-)$ оказываются выражены через изменяемые величины.

Благодаря этому методу возможно построить систему управления электрической машиной без перехода в декартову систему и обратно, что позволяет существенно сократить объем вычислений.

Список литературы

[1] Горев А.А. Переходные процессы синхронной машины. М.-Л., Гос. энергетическое изд. 1950. 551 с.

[2] Соколовский Г.Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием: учебник для студ. высш.учеб.заведений. М.: «Академия», 2007. 272 с.

[3] Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления. М. «Высшая школа», 1966. 252 с.

[4] Илюшин А.Г., Маслов И.А., Прокшин А.Н. и др. О системах координат для математического описания систем управления электропривода // Сборник докладов 71-й научно-технической конференции ППС, СПб, 2018, с. 172