

Метод передаточных матриц и метод конечных элементов в задачах моделирования колебательных систем в условиях температурного воздействия

А. А. Вьюгинова

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В. И. Ульянова (Ленина)
aavyuginova@etu.ru

Аннотация. Мощные ультразвуковые технологические системы применяются в различных областях промышленности – их использование позволяет совершенствовать и реализовывать разнообразные технологические процессы. При этом в ряде случаев ультразвуковой волновод-инструмент при реализации технологического процесса подвергается температурному воздействию, которое влияет на его механические и, следовательно, акустические свойства. Для обеспечения эффективности работы ультразвуковой системы необходимо согласование акустических параметров ее элементов, для чего необходимо осуществление предварительного моделирования параметров ультразвукового волновода-инструмента с учетом особенностей условий его работы. В данной работе рассматриваются параметры стержневых колебательных систем в условиях неравномерного нагрева. Их собственные частоты исследуются с помощью метода передаточных матриц и метода конечных элементов для различных вариантов температурного воздействия и условий охлаждения, для различных материалов. Предлагаемые подходы могут быть применены для моделирования других типов колебательных систем и разнообразных вариантов температурного воздействия.

Ключевые слова: ультразвуковая технология; мощный ультразвук; ультразвуковой волновод; температура; метод передаточных матриц; метод конечных элементов

I. ВВЕДЕНИЕ

Одним из направлений использования ультразвукового технологического оборудования является его применение для воздействия высокоинтенсивными ультразвуковыми полями на расплавы металлов для реализации таких технологий как ультразвуковая пайка, ультразвуковое лужение, ультразвуковая обработка расплавов металлов и сплавов до и в процессе кристаллизации. Такие технологии широко распространены во всем мире, позволяют качественно изменить целый ряд технологических процессов и получить уникальные результаты [1]. Оборудование для реализации таких технологий обладает целым рядом особенностей, связанных, в том числе, с воздействием высоких температур на ультразвуковой инструмент, погруженный торцевой частью на некоторую глубину в расплав металла. При этом электроакустический преобразователь, присоединенный к ультразвуковому инструменту с другого торца, требует наличия эффективного охлаждения – это приводит к тому, что на длине

ультразвукового инструмент формируется некоторое температурное поле, неравномерный нагрев, и, следовательно, различные участки ультразвукового волновода-инструмента будут иметь различные акустические свойства, что необходимо учитывать при проектировании таких систем.

Ультразвуковая пайка металлов – бесфлюсовая технология, основанная на процессах, протекающих в жидкой фазе, на эффектах, возникающих в расплавленном припое (ультразвуковая ванна лужения и ультразвуковой паяльник – рис. 1, 2). Введение ультразвуковых колебаний в расплавленный припой создает в нем кавитацию и ряд сопутствующих явлений: звуковое давление, акустические потоки. Схлопывание кавитационных пузырьков создает ударные волны, давление в которых может достигать значительных величин, такие микроудары разрушают оксидные пленки и загрязнения на паяемой поверхности, которая затем хорошо смачивается припоем. Возникающие микро- и макротоки также способствуют удалению оксидных пленок и ускорению процесса смачивания поверхности металла припоем, кроме того, кавитация в жидкой среде ускоряет химические реакции и играет главную роль в ультразвуковой активации [2, 3].



Рис. 1. Ультразвуковая ванна лужения и нанесение расплавленного припоя на алюминий (ООО «ИНЛАБ – Ультразвук»)



Рис. 2. Ультразвуковой паяльник (ООО «ИНЛАБ – Ультразвук»)

За последние годы возрос интерес к применению ультразвука для получения качественно новых сплавов и улучшения существующих путем влияния акустического поля на кристаллизующийся металл или расплав с последующей кристаллизацией (рис. 3). Результаты, которые могут быть достигнуты при ультразвуковой обработке расплавов: уменьшение средней величины зерна, повышение плотности слитка до теоретических пределов, улучшение физических, химических и механических свойств слитков, дегазация расплава (высокая степень дегазации, осуществляемой в ультразвуковом поле, недостижима никакими другими методами), устранение столбчатой и дендритной структур и образование равноосного зерна в слитках, в случае кристаллизации и последующего остывания в ультразвуковом поле достигается снятие остаточных напряжений в слитке, изменение характера распределения фаз, повышение однородности слитка, уменьшение степени развития ликвационных процессов, возможность эффективного введения в расплав под воздействием ультразвукового поля нано-частиц легирующих добавок, эффективное регулирование процентного состава расплавов [4–6]. Причем перечисленные эффекты, возникающие в расплавах и слитках, не исчерпываются вышеприведенным перечнем.

Для того чтобы обеспечить эффективную работу ультразвуковой технологичной системы и обеспечить согласование ее акустических элементов, необходимо предварительное моделирование их параметров, в том числе, собственных частот ультразвукового инструмента (волновода-излучателя) в условиях неравномерного нагрева.

Исследованием и теоретическим описанием параметров колебательных систем, в том числе, в области ультразвуковых технологий занимались многие авторы. Так расчет собственных частот и форм колебаний однородного стержня постоянного сечения описан во множестве источников, например, [7]. Применяются также ультразвуковые волноводы-излучатели в виде стержней переменного сечения – концентраторы [8, 9]. Усложненный вариант – это составные концентраторы, которые представляют собой стержень с участками постоянного и переменного сечений – исследование параметров таких систем, состоящих из трех участков, приведено в работе [10].

В работе [11] предложен матричный метод расчета параметров составных ультразвуковых инструментов, состоящих из произвольного числа стержней постоянного и переменного сечений для трех вариантов граничных условий. Развитие матричного метода расчета стержневых конструкций было реализовано в различных работах [например, 12], в том числе, в работе [13] было предложено использовать метод передаточных матриц для моделирования функционально-градиентных материалов. Относительно вариантов моделирования ультразвуковых инструментов, находящихся в условиях неравномерного нагрева при погружении в расплав следует отметить работу [4], в которой рассматривается полубесконечный стержень, один конец которого погружен в расплав, и работу [14], в которой рассматривается линейная зависимость модуля Юнга от температуры для материала волновода, расчет

параметров волновода осуществляется по методу конечных элементов.



Рис. 3. Ультразвуковая обработка расплава металла (ООО «ИНЛАБ – Ультразвук»)

В данной работе предлагается использовать метод передаточных матриц для моделирования параметров ультразвукового волновода-инструмента, различные участки которого имеют различную температуру, и сравнить полученные результаты с моделированием параметров волновода для аналогичных условий нагрева по методу конечных элементов.

II. МЕТОД

Модификация волнового уравнения – дифференциальное уравнение Вебстера используется для описания гармонических колебаний стержня переменного сечения со следующими допущениями: стержень является тонким, материал стержня однороден, сечение изменяется плавно, волновые фронты плоские [10]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + k^2 U = 0, \quad (1)$$

где $U(x)$ – смещение, $S(x)$ – закон изменения сечения вдоль координаты x , k – волновое число, x – координата вдоль оси стержня.

Аналитическое решение может быть получено для некоторых конкретных законов изменения сечения $S(x)$: для вышеупомянутых классических волноводов-концентраторов (конических, экспоненциальных и катеноидальных) и неклассических вариантов [15].

Матричный метод расчета составных ультразвуковых инструментов, предложенный в работе [11], рассмотрим на примере стержня постоянного сечения длиной L . В этом случае аналитическое решение уравнения (1) имеет следующий вид:

$$U(x) = C_1 \sin(kx) + C_2 \cos(kx), \quad (2)$$

где C_1 и C_2 – неизвестные коэффициенты интегрирования.

Рассмотрим осевую силу, которая связана с производной функции смещения как

$$F(x) = ESU'(x), \quad (3)$$

где E – модуль Юнга. Подставляя (2) в выражение (3) получаем:

$$F(x) = ES k (C_1 \cos(kx) + C_2 \sin(kx)). \quad (4)$$

Если смещение при $x = 0$ равно U_0 , а осевая сила F_0 , значения смещения и силы на правом торце волновода равны U_L и F_L , тогда, используя векторные обозначения можно записать

$$V_L = A V_0, \quad (5)$$

где $V_L = (U_L, F_L)$, $V_0 = (U_0, F_0)$ – векторы-столбцы,

$$A = \begin{pmatrix} \cos(kL) & (ES_0 k)^{-1} \sin(kL) \\ -ES_0 k \sin(kL) & \cos(kL) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

которая называется передаточной матрицей. Аналогичным образом она может быть получена для любого вида аналитического решения (1) для различных форм сечений.

Тогда для стержня, состоящего из n участков, передаточные матрицы участков равны A^i , и для всего стержня получаем:

$$V_L^n = \prod_{i=1}^n A^i V_0. \quad (7)$$

Собственные частоты стержневой системы находят из решения последнего векторного уравнения, при этом должны выполняться граничные условия на правом и левом краях интервала $[0, L]$. Если левый и правый края свободны, тогда

$$V_0 = (U_0, 0); \quad V_L = (U_L, 0), \quad (8)$$

в этом случае имеем следующее частотное уравнение:

$$a_{21}(\omega) = 0, \quad (9)$$

a_{ij} – элементы результирующей передаточной матрицы (7).

Таким образом, формируется передаточная матрица (6) для каждого участка стержня, имеющего отличные от соседних акустические характеристики, в данном случае, для участков, имеющих различную температуру, формируется общая передаточная матрица (7), после чего определяются параметры колебательной системы в соответствии с граничными условиями. Также соседние секции волновода стержневого типа могут иметь различные формы, которые описаны выше, в этом случае необходимо сформировать передаточные матрицы для определенного закона изменения поперечного сечения.

III. АНАЛИЗ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Чтобы оценить, как метод передаточных матриц может быть применен для моделирования параметров ультразвукового волновода-инструмента, когда он подвергается воздействию повышенной температуры на части своей длины, а остальная часть охлаждается, рассмотрим однородный стержень $D=30$ мм. Длина стержня составляет 100 мм (L), стержень подвергается воздействию повышенной температуры на половине его длины $l=50$ мм; вторая часть стержня находится в нормальных условиях: температура равна 20°C .

Рассматривается ряд повышенных значений температуры: $100, 200...800^\circ\text{C}$. Анализируются два различных титановых сплава: ВТ1-00 и ВТ-5. Свойства этих титановых сплавов при различных температурах представлены в [16]. Передаточные матрицы формируются с учетом изменения механических свойств и температурного расширения (рис. 4,а).

Для аналогичных условий было проведено моделирование по методу конечных элементов (МКЭ) с помощью Ansys Multiphysics, модель показана на рис. 4,б.

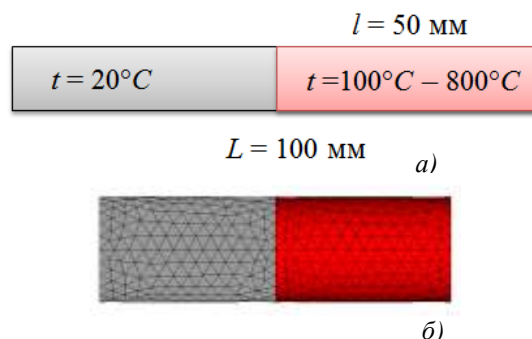


Рис. 4. Условия температурного воздействия: а) параметры для передаточных матриц; б) модель для МКЭ

С помощью метода передаточных матриц (МПМ) и МКЭ были рассчитаны первые собственные частоты описанного выше стержня: зависимость между первой собственной частотой и температурой половины стержня представлена на рис. 5 для титанового сплава ВТ1-00. Также на этом графике показано изменение первой собственной частоты для однородного стержня, который нагревается на всю длину. Аналогичные зависимости для ВТ-5 представлены на рис. 6.

Эти результаты демонстрируют значительное изменение собственной частоты с повышением температуры для случая температурного воздействия на половину длины стержня, а также демонстрируют значительную разницу между случаем нагрева на половину длины и случаем температурного воздействия на всю длину. При этом результаты расчетов собственных частот по МПМ и МКЭ очень близки и отличаются не более чем на 0.5 %.

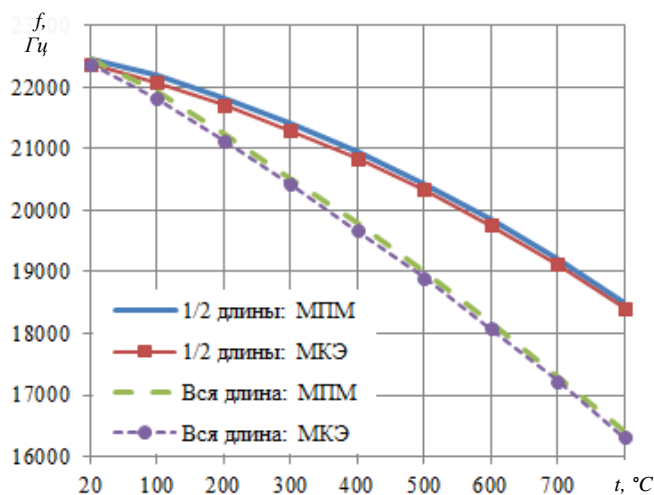


Рис. 5. Изменение первой собственной частоты в зависимости от температуры для сплава ВТ1-00

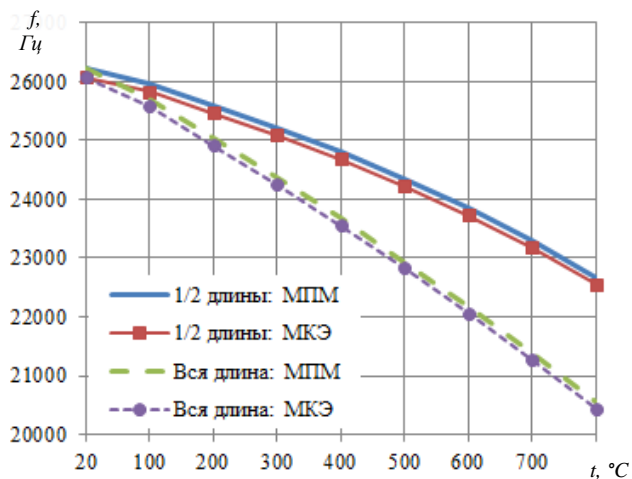


Рис. 6. Изменение первой собственной частоты в зависимости от температуры для сплава ВТ5

IV. ВЫВОДЫ

В данной работе рассмотрено применение МПМ и МКЭ для моделирования колебательных систем стержневого типа, например, ультразвуковых волноводов для ультразвукового оборудования и технологий, которые подвергаются температурному воздействию на части их длины. Передаточные матрицы и конечные элементы формируются для частей стержня, которые имеют различную температуру и, следовательно, различные акустические свойства. Результаты моделирования представлены в виде зависимостей между первой собственной частотой стержня длиной 100 мм и значениями температуры нагретой части стержня длиной 50 мм (100, 200...800 °C). Были рассмотрены два титановых сплава: ВТ1-00 и ВТ-5. Показано:

- с повышением температуры нагретой половины стержня происходит значительное изменение первой собственной частоты: относительное изменение для случая нормальных условий и случая нагрева до 800 °C составляет около 18 % для ВТ1-00 и 14 % для ВТ5;
- наблюдается значительная разница между случаем нагрева половины длины и случаем температурного воздействия на всю длину: относительное изменение собственной частотой стержня при нагреве до 800 °C на половине длины стержня и на полную длину составляет около 13 % для ВТ1-00 и 10 % для ВТ5;
- результаты расчетов собственных частот по МПМ и МКЭ очень близки и отличаются не более чем на 0.5 %.

МПМ, как и МКЭ, обеспечивает возможность моделирования параметров ультразвукового инструмента, который состоит из произвольного числа участков постоянного и переменного сечения, позволяет учитывать конечное число участков, имеющих различную температуру. С помощью МПМ можно исследовать частотные свойства колебательных систем для различных вариантов температурного воздействия и условий охлаждения, различной конфигурации и материалов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ультразвуковое технологическое оборудование [Электронный ресурс] // URL: <http://utinlab.ru> (Дата обращения: 09.03.2022)
- [2] Ультразвуковые процессы в производстве изделий электронной техники. В 2 т. Т. 1/ С.П. Кундас, В.Л. Ланин, М.Д. Тявловский. Под общ. ред. акад. НАН Беларуси А.П. Достанко. Минск: Бестпринт, 2002. 404 с.
- [3] Ланин В.Л. Ультразвуковая пайка и лужение в электронике // Технологии в электронной промышленности. 2009. № 7.
- [4] Физика и техника мощного ультразвука: в 3 т. Т. 3: Физические основы ультразвуковой технологии /под ред. Л.Д. Розенберга. М.: Наука. 1970. 687 с.
- [5] Абрамов В.О., Абрамов О.В., Артемьев В.В., Градов О.М., Коломеец Н.П., Приходько В.М., Эльдарханов А.С. Мощный ультразвук в металлургии и машиностроении. Под общей редакцией О.В. Абрамова и В.М. Приходько. М.: Янус-К, 2006, 688 с.
- [6] Georgy I. Eskin, Dmitry G. Eskin. Ultrasonic Treatment of Light Alloy Melts, Second Edition. – CRC Press, 2014
- [7] Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы. М.: Мир, 1971. 457 с.
- [8] Меркулов Л.Г. Теория ультразвуковых концентраторов // Акуст. ж., 1957, 3, 3, 230–238.
- [9] Теумин И.И. Ультразвуковые колебательные системы, Машгиз, 1960, 323 с.
- [10] Меркулов Л.Г., Харитонов А.В. Теория и расчет составных концентраторов // Акуст. ж., 1959, 5, 2, 183–190.
- [11] Квашин С.Е. Медицинские электроакустические преобразователи и волноводы-инструменты для медицины: Учебное пособие по курсу «Медицинские электроакустические системы». М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1999. 52 с., ил.
- [12] Q. S. Li. Exact solution for free longitudinal vibration of stepped non-uniform rods, Applied Acoustics, 2000, vol. 60, p. 13 – 18.
- [13] Степаненко Д.А., Минченя В.Т. Методика расчета и возможные применения функционально-градиентных ультразвуковых волноводов. Механика машин, механизмов и материалов, 2013, № 2, с. 19–23.
- [14] Muhrat A.Э., Puga H., Barbosa J. Ultrasonic Vibration as a Primary Mixing Tool in Accelerating Aluminum–Copper Alloys Preparation from Their Pure Elements. Metals 2019, 9, 781.
- [15] Kumar В.М., Sujith R.I. “Exact solutions for the longitudinal vibrations of non-uniform rods”, Journal of Sound and Vibration, vol. 207, no. 5, pp. 721–729, 1997.
- [16] ГОСТ 8.982-2019. Титановые сплавы марки ВТ. Скорость звука, относительное температурное расширение, плотность и модуль Юнга в диапазоне температур от 20 °C до 800 °C