

Алгоритмическое обеспечение для расчета плотности распределения вероятности случайной величины на выходе измерительного тракта

Н. Д. Барашков, Н. В. Романцова

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
barashkov_nd@mail.ru

Аннотация. В докладе представлено алгоритмическое обеспечение для расчета плотности распределения вероятности случайной величины на выходе измерительного тракта при изменении характеристики преобразования измерительных блоков. На основе разработанных алгоритмов созданы виртуальные инструменты в среде графического программирования LabVIEW, моделирующие первый и последующие измерительные блоки измерительного тракта.

Ключевые слова: измерительный блок; измерительный тракт; алгоритмическое обеспечение; метрологический синтез; изменение характеристики преобразования измерительного блока

I. ВВЕДЕНИЕ

В современном мире необходимо разрабатывать алгоритмическое и программное обеспечение для решения задач метрологического синтеза [1–3], который представляет собой поиск оптимального алгоритма измерений для конкретной задачи. В данной работе представлено алгоритмическое обеспечение для метрологического синтеза измерительного тракта и определения погрешности измерения, разрабатываемого средства измерения. Измерительный тракт состоит из нескольких последовательно соединённых блоков, каждый из которых имеет свою характеристику преобразования, которая в свою очередь может изменяться из-за внешних воздействий [4–5]. Такие внешние воздействия приводят к увеличению погрешности на выходе измерительного тракта. Зная характеристику преобразования блока, а также плотность распределения вероятности входной случайной величины, возможно определить плотность распределения вероятности на выходе измерительного блока. Итеративный поиск плотности распределения случайной величины на выходе измерительного блока позволяет оценить погрешность измерения на выходе измерительного тракта.

II. МЕТОДОЛОГИЯ

На вход измерительного блока подаётся случайная величина X_1 , которая имеет свой закон распределения. На выходе первого блока получаем случайную величину X_2 . Плотность распределения вероятности выходной величины $\omega(X_2)$ зависит от плотности распределения вероятности входной величины $\omega(X_1)$, а также от характера распределения случайной величины X_1 . Например, если на вход блока поступает равномерно распределённая случайная величина (СВ) X_1 , плотность распределения вероятности имеет нормальный закон

распределения, то случайная величина X_2 , будет также иметь нормальный закон распределения.

В общем виде можно записать [6], что, всегда, когда случайная величина X_1 попадает в интервал $[x_{10}, x_{10} + \Delta x_1]$, случайная величина X_2 попадает в интервал $[x_{20}, x_{20} + \Delta x_2]$. Следовательно, выполняется равенство $P\{x_{10} < X_1 < x_{10} + \Delta x_1\} = P\{x_{20} < X_2 < x_{20} + \Delta x_2\}$. Тогда, можно записать формулу для нахождения плотности распределения вероятности на выходе каждого из блоков: $\omega(X_2) = \omega(X_1) \left| \frac{dX_1}{dX_2} \right|$.

В реальных условиях работы, на каждый блок и на измерительный тракт в целом будут оказывать воздействие внешние факторы. Воздействия могут быть как аддитивными, так и мультипликативными. Значит, случайная величина на выходе измерительного блока будет зависеть не только от случайной величины X_1 , но и от этих внешних воздействий.

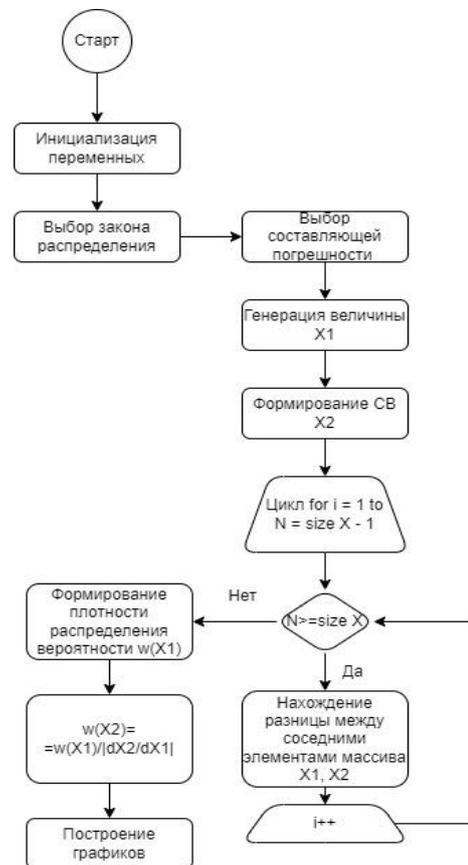


Рис. 1. Блок-схема алгоритма работы программы для блока I

В общем случае случайную величину X_2 можно записать в виде $X_2 = kX_1 + b$, где k – коэффициент, отвечающий за мультипликативную составляющую, b – коэффициент, отвечающий за аддитивную составляющую.

Рассмотрим алгоритм работы первого блока, представленный на рис. 1.

1) На первом этапе необходимо инициализировать переменные. Задаём диапазон распределения СВ (начальное и конечное значения), а также количество точек.

2) Получаем массив значений СВ X_1 распределённых равномерно.

2.1) В цикле for находим плотность распределения вероятности по СВ X_1 .

3) Выбираем составляющую погрешности и находим случайную величину X_2 . При наличии аддитивной составляющей СВ X_2 имеет вид $X_2 = (X_1 \pm b)^2$. При наличии мультипликативной составляющей СВ X_2 имеет вид $X_2 = (kX_1)^2$.

4) В цикле for находим разницу соседних элементов массива СВ X_2 и X_1 . Количество итераций цикла будет составлять $S - 1$, где S – размер массива.

5) В цикле for, созданном в пункте 2.1, находим производную, как отношение приращения случайной величины X_2 к случайной величине X_1 (dX_2/dX_1).

6) Нахождение модуля производной.

7) Находим плотность распределения вероятности для случайной величины X_2 равную $\omega(X_2) = \omega(X_1)/|(dX_2/dX_1)|$.

8) Построение графиков.

В общем случае измерительный тракт состоит из нескольких блоков, которые могут быть включены: последовательно; параллельно; и последовательно, и параллельно. Обобщённая структурная схема измерительного тракта, состоящая из последовательно соединённых блоков, изображена на рис. 2.

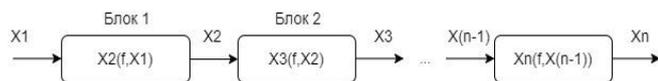


Рис. 2. Обобщённая структурная схема измерительного тракта

Из рис. 2 видно, что на характеристику преобразования измерительного блока влияет параметр f – погрешность преобразования. На вход каждого измерительного блока поступает случайная величина, которая изменяется в блоке согласно характеристике преобразования, таким образом, выходная случайная величина зависит от входной случайной величины и от параметра f .

Рассмотрим алгоритм работы модели второго и последующих блоков измерительного тракта (рис. 3).

1) На вход блока поступает массив значений случайной величины X_{i-1} и плотность её распределения $\omega(X_{i-1})$. i – это номер блока, последовательно включенного в измерительный тракт.

2) Выбираем составляющую погрешности. При наличии аддитивной составляющей случайная величина X_i имеет вид $X_i(X_{i-1} \pm b)$. При наличии мультипликативной составляющей СВ X_i имеет вид $X_i(kX_{i-1})$.

3) Выбираем вид функций, которые описывают характеристику преобразования: ряд Фурье; полиномиальное описание; экспоненциальное описание.

4) Задаем величины коэффициентов, для функций описывающих характеристику преобразования измерительного блока.

5) Находим массив значений величины X_i .

6) В цикле for находим разницу соседних элементов массивов X_i и X_{i-1} . Количество итераций цикла будет составлять $S - 1$, где S – размер массива.

7) Находим плотность распределения вероятности для СВ X_i равную $\omega(X_i) = \omega(X_{i-1})/|(dX_i/dX_{i-1})|$.

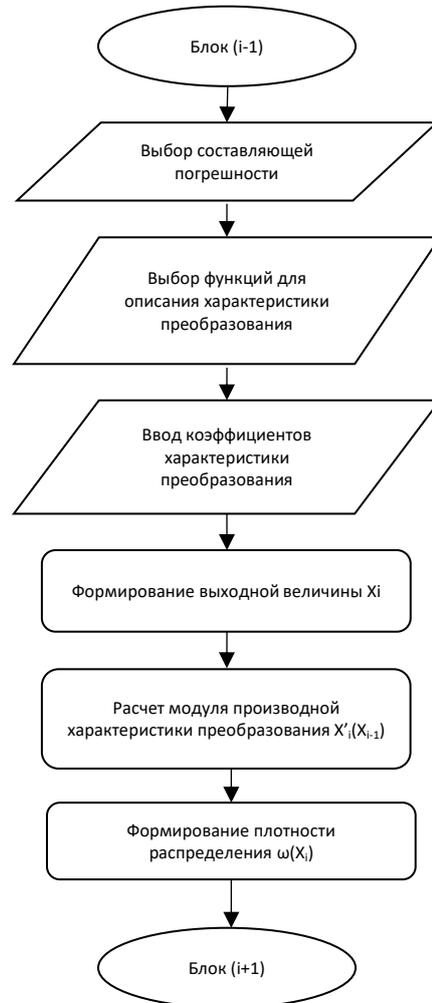


Рис. 3. Блок-схема алгоритма работы программы

Во время синтеза измерительного тракта последовательно соединяются модели измерительных блоков, задается вид характеристики преобразования каждого измерительного блока, величины и вид влияющих параметров. На выходе модели измерительного тракта выдается оценка плотности распределения случайной величины, на основании которой рассчитывается математическое ожидание и рассеивание.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим пример реализации алгоритма в среде графического программирования LabVIEW. Пусть измерительный блок 1 имеет характеристику преобразования $X_2 = (b + X_1)^2$. Плотность распределения

вероятности на выходе первого блока в таком случае будет находиться следующим образом: $\omega(X_2) = \omega(X_1)/(2X_1+2b)$. На рис. 4 продемонстрирован результат работы программы, в виде графика, на котором показана характеристика преобразования X_2 с аддитивной составляющей равной нулю, а также равной 0,2 (зелёная сплошная и фиолетовая прерывистая линии соответственно). По оси абсцисс отложена СВ X_1 , подчинённая нормальному закону распределения с математическим ожиданием $M(X_1) = 2$ и дисперсией $D(X_1) = 0.01$. Плотности распределения вероятности $\omega(X_2)$ и $\omega(X_1)$ изображены чёрной и красной линией соответственно. Синей пунктирной линией обозначена плотность распределения вероятности на выходе измерительного блока 1, при наличии аддитивной составляющей.

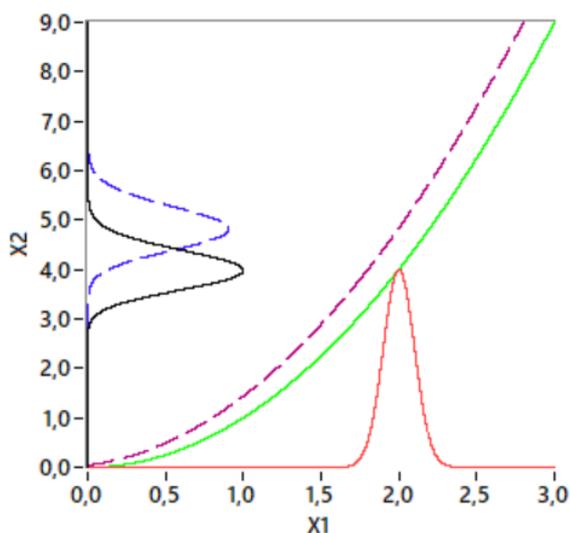


Рис. 4. График работы программы первого блока при наличии аддитивной составляющей погрешности

Рассмотрим аналогичный пример, но с мультипликативной составляющей погрешности, т. е. характеристика преобразования будет иметь вид $X_2=(k \cdot X_1)^2$. Плотность распределения вероятности на выходе первого блока будет равна: $\omega(X_2) = \omega(X_1)/(2k^2X_1)$. На рис. 5 представлен график, на котором показана характеристика преобразования X_2 с мультипликативной составляющей равной нулю, а также равной 0.8 (зелёная сплошная и фиолетовая прерывистая линии соответственно). По оси абсцисс отложена СВ X_1 , подчинённая нормальному закону распределения с математическим ожиданием $M(X_1) = 2$ и дисперсией $D(X_1) = 0.01$. Плотности распределения вероятности $\omega(X_2)$ и $\omega(X_1)$ изображены чёрной и красной линией соответственно. Синей пунктирной линией обозначена плотность распределения вероятности на выходе измерительного блока 1, при наличии мультипликативной составляющей.

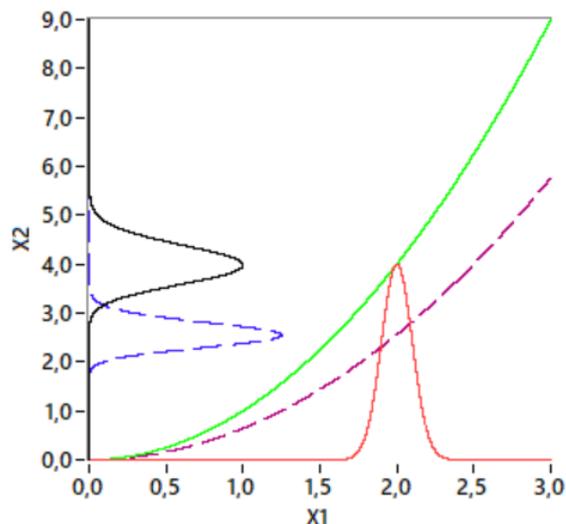


Рис. 5. График работы программы первого блока при наличии мультипликативной составляющей погрешности.

Из графика видно, что СВ X_2 с мультипликативной составляющей погрешности k , имеет более пологий вид, в отличие от случая отсутствия воздействия. Также изменяется форма плотности распределения вероятности $\omega(X_2)$.

Результаты работы программного обеспечения, представленные на рис. 4 и 5, были проверены расчетными методами. Программа выдает верные результаты, таким образом, подтверждается работоспособность разработанных алгоритмов.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Алгоритмическое и программное обеспечение метрологического синтеза, упростит задачу моделирования средств измерения, которые должны учитывать характеристику преобразования измерительных блоков как при внешних воздействиях, так и без них. Программная реализация данной задачи, позволит проводить моделирование отдельных блоков и всего измерительного тракта, что существенно ускорит процесс метрологического синтеза средств измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Лабутин С.А. Программа идентификации формы закона распределения случайных величин и их моделирования // Измерительная техника. 2007. № 5. С. 9-14.
- [2] Майстренко В.Н. Суммирование случайных погрешностей измерений // Вісник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". Серія: Приладобудування. 2007. № 34. С. 161-167.
- [3] Костылева Ю.Г., Мысев И.П., Цой Н.В. Частные случаи расчетов погрешности (неопределенности) результатов измерений при различной доверительной вероятности // Измерительная техника. 2006. № 5. С. 13-19.
- [4] Романцова Н.В., Сулоева Е.С. Модель измерительного блока, учитывающая влияние внешних факторов на изменение полной погрешности измерительного тракта // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2022. Т. 10, № 4(39). С. 17-18. – DOI 10.26102/2310-6018/2022.39.4.013.
- [5] Романцова Н.В., Сулоева Е.С. Математическое и программное обеспечение для определения погрешности при моделировании средства измерения. Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2021;9(4). Доступно по: <https://moitvvt.ru/ru/journal/pdf?id=1068> DOI: 10.26102/2310-6018/2021.35.4.017
- [6] Васильев К.К., Служивый М.Н. Математическое моделирование систем связи: Учеб. пособие. Ульяновск: Изд-во УлГТУ. 2008.