

Метод обработки измерений в задаче идентификации полиномиальных статических характеристик нагрузки по напряжению

Н. Л. Бацева¹, А. К. Жуйков²

Национальный исследовательский Томский политехнический университет

¹batsevan@tpu.ru, ²zhuykov_aleksandr@mail.ru

Аннотация. В статье представлен метод обработки измерений параметров электрического режима в узле нагрузки, полученных при проведении пассивного эксперимента. Он основан на методе множителей Лагранжа и позволяет получить полиномиальные статические характеристики нагрузки по напряжению (СХН). Приведена последовательность обработки измерений для формирования оптимизационного уравнения Лагранжа и его решения итерационным методом Ньютона. Рассмотрена природа ограничений, накладываемых на коэффициенты полиномиальной СХН при поиске значений, обеспечивающих минимальную целевую функцию. Обоснована необходимость коррекции базисной мощности нагрузки для обеспечения прохождения СХН по напряжению через точку, соответствующую математическому ожиданию измерений напряжения и мощности. Для метода приведена блок-схема алгоритма. Апробация метода выполнена на примере измерений, полученных при проведении пассивного эксперимента для крупного промышленного потребителя. Проверка показала, что полученные коэффициенты полиномиальной СХН обеспечивают минимальную дисперсию СХН относительно измерений мощности, а также удовлетворяют накладываемым на них ограничениям.

Ключевые слова: метод множителей Лагранжа; оптимизация; измерения; статические характеристики нагрузки по напряжению; реакция сети; регулирующий эффект нагрузки

I. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Учёт зависимости мощности электрической нагрузки от напряжения, выраженной в виде статической характеристики нагрузки по напряжению (СХН), позволяет значительно повысить точность расчётов электрических режимов, что в энергетике крайне важно для определения области допустимых режимов работы энергосистем, а также при определении максимально допустимых перетоков активной мощности по контролируемым сечениям [1–3]. Пассивный эксперимент является перспективным способом определения СХН по сравнению с другими способами, так как предполагает при невмешательстве в работу энергосистемы получить измерения режимных параметров в реальном времени [4]. Однако статистическая обработка измерений не позволяет идентифицировать востребованные и наиболее распространённые в современных программных комплексах для расчёта электрических режимов полиномиальные СХН в именованных $S(U) = Z_0 + Z_1 \cdot U + Z_2 \cdot U^2$ и относительных

$$S(U) = S_{\text{БАЗ}} \cdot \left(z_0 + z_1 \cdot \left(\frac{U}{U_{\text{БАЗ}}} \right) + z_2 \cdot \left(\frac{U}{U_{\text{БАЗ}}} \right)^2 \right) \quad \text{единицах,}$$

где Z_0, Z_1, Z_2 – коэффициенты полиномиальной СХН для активной или реактивной мощностей в именованных единицах; z_0, z_1, z_2 – коэффициенты полиномиальной СХН для активной или реактивной мощностей в относительных единицах; S – активная или реактивная мощность нагрузки; U – напряжение в узле нагрузки; $S_{\text{БАЗ}}$ – значение активной или реактивной мощности при базисном напряжении $U_{\text{БАЗ}}$, в большинстве случаев, равном номинальному напряжению узла нагрузки [2].

Затруднения при обработке измерений связаны с двумя факторами:

- малый диапазон изменения напряжения в узле нагрузки при проведении пассивного эксперимента. Малый диапазон ведёт к снижению обусловленности системы уравнений для коэффициентов полиномиальной СХН, решаемой по методу наименьших квадратов в матричном виде $\mathbf{Z} = (\mathbf{U}^T \cdot \mathbf{U})^{-1} \cdot \mathbf{U}^T \cdot \mathbf{S}$, где \mathbf{Z} – вектор-столбец искоемых коэффициентов полиномиальной СХН; \mathbf{U} – вектор-столбец измерений напряжения в узле нагрузки; \mathbf{S} – вектор-столбец измерений активной или реактивной мощности нагрузки [3, 5]. Во избежание влияния малой обусловленности системы уравнений, по измерениям определяют не полиномиальные, а линейные СХН по напряжению, которые с малой точностью описывают поведение нагрузки при больших отклонениях напряжения от номинальных значений [5–7];
- особенность изменения мощности нагрузки при проведении пассивного эксперимента, получившая название «реакция сети» [8]. Изменения параметров режима в узле нагрузки происходят случайным образом, и в большинстве случаев подчиняются нормальному закону распределения [4, 9, 10]. Случайные изменения мощности нагрузки приводят к изменению падения напряжения на сетевых элементах, питающих узел нагрузки, поэтому изменяется и напряжение в узле нагрузки. Подобные изменения мощности нагрузки и напряжения приводят к тому, что применение регрессии для вычисления коэффициентов даже линейной СХН приведёт к значительным погрешностям при

моделировании электрического режима в программных комплексах [8, 11].

Таким образом, для получения полиномиальных СХН, которые достаточно точно описывают поведение узла электрической нагрузки, необходимо исключить влияние малой обусловленности системы (2) и учесть при расчётах «реакцию сети». Методы учёта «реакции сети» при получении линейных СХН представлены в работах [8, 11, 12], а учёт «реакции сети» при определении полиномиальных СХН приведён в работе [5]. Однако в работе [5] предполагается, что изменение мощности нагрузки и напряжения происходит в широких пределах за счёт различных состояний нагрузки. На практике различные состояния нагрузки, характеризующиеся составом электрических элементов, питающих узел нагрузки, не приводят к широкому (более 10 %) изменению напряжения в узле нагрузки, и, как правило, изменения напряжения связаны с естественными колебаниями.

Поэтому задача разработки метода обработки измерений, полученных в пассивном эксперименте, для идентификации полиномиальных СХН остаётся актуальной.

В статье представлен метод обработки измерений с учётом «реакции сети», основанный на оптимизации с ограничениями.

II. МЕТОД ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕНИЙ

A. Общая методология

Для получения полиномиальных СХН, учитывающих влияние «реакции сети» и отражающих реальное поведение нагрузки при широком диапазоне изменения напряжения, необходимо, чтобы полином, полученный в результате обработки измерений, удовлетворял следующим условиям:

- полиномиальная СХН должна обеспечивать минимальные отклонения расчётных мощностей от измеренных значений мощностей;
- в точке математического ожидания напряжения U_m , активной P_m и реактивной Q_m мощностей, значение производной от полинома по напряжению для P_m и Q_m должно быть равно регулируемому эффекту нагрузки k_P и k_Q соответственно, вычисленному с учётом «реакции сети» [8];
- при напряжении $U_{кр}$, соответствующему изменению знака регулирующего эффекта нагрузки для P_m и Q_m , значение производной от полиномиальной СХН должно быть равно нулю.

Для обеспечения соответствия коэффициентов полиномиальной СХН вышеприведённым условиям, необходимо произвести оптимизационный расчёт коэффициентов с ограничениями типа равенств. Целевой функцией для оптимизации является функция дисперсии σ активной или реактивной мощностей от значений коэффициентов полиномиальной СХН. При этом искомая полиномиальная СХН при оптимизационном расчёте представлена в именованных единицах, что позволяет выполнять поиск только трёх переменных, без

необходимости вычисления с помощью оптимизации базисных значений активной $P_{БАЗ}$ или реактивной $Q_{БАЗ}$ мощностей.

Регулирующие эффекты нагрузки k_P и k_Q соответствуют коэффициентам наклона линейных СХН для активной a_1 или реактивной b_1 мощности, и получены с учётом «реакции сети». Это условие формирует ограничение типа равенства g_1 на коэффициенты полиномиальной СХН.

Условие равенства нулю производной полиномиальной СХН для активной или реактивной мощности формирует ограничение g_2 .

В свою очередь, условия формируют систему уравнений (1), решение которой выполняется путём оптимизации методом Лагранжа [13] с итерационным расчётом по методу Ньютона [12, 14].

$$\begin{cases} \sigma(Z_2, Z_1, Z_0) = \frac{\sum_{i=1}^n (S_i - (Z_2 U_i^2 + Z_1 U_i + Z_0))^2}{n} \rightarrow \min, & (1) \\ g_1(Z_2, Z_1, Z_0) = k_S - 2Z_2 U_m - Z_1 = 0, \\ g_2(Z_2, Z_1, Z_0) = -2Z_2 \cdot U_{кр} - Z_1 = 0, \end{cases}$$

где n – число измерений напряжения U , активной P и реактивной Q мощностей; S – измерения активной (P) или реактивной (Q) мощностей. k_S – коэффициент наклона линейной СХН по напряжению в именованных единицах для активной мощности (A_1) или реактивной мощности (B_1).

Стоит отметить, что использование метода Лагранжа позволяет изменять число накладываемых ограничений и добавлять ограничения типа неравенств, что повышает гибкость метода. Однако необходимо учитывать, что число уравнений, соответствующих ограничениям типа равенств, должно быть не больше числа переменных [11].

Для нахождения коэффициентов Z_2, Z_1, Z_0 из системы (1) составляют оптимизационную функцию Лагранжа L (2) [13, 15]:

$$L(Z_2, Z_1, Z_0, \lambda_1, \lambda_2) = \sigma(Z_2, Z_1, Z_0) + \lambda_1 g_1(Z_2, Z_1, Z_0) + \lambda_2 g_2(Z_2, Z_1, Z_0), \quad (2)$$

где λ_1, λ_2 – множители Лагранжа.

Решением системы уравнений (2) являются такие коэффициенты Z_2, Z_1, Z_0 , при которых оптимизационная функция Лагранжа принимает минимальное значение. Следовательно, необходимо, чтобы частные производные функции Лагранжа по переменным $Z_2, Z_1, Z_0, \lambda_1, \lambda_2$ были равны нулю, что приводит к необходимости решения системы уравнений (3):

$$f(Z_2, Z_1, Z_0, \lambda_1, \lambda_2) = \begin{cases} \frac{\partial L(Z_2, Z_1, Z_0, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial Z_2} = 0, \\ \frac{\partial L(Z_2, Z_1, Z_0, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial Z_1} = 0, \\ \frac{\partial L(Z_2, Z_1, Z_0, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial Z_0} = 0, \\ \frac{\partial L(Z_2, Z_1, Z_0, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_1} = 0, \\ \frac{\partial L(Z_2, Z_1, Z_0, \lambda_1, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Решение системы (3) выполняется итерационно методом Ньютона (4) [14]:

$$\mathbf{X}_j = \mathbf{X}_{j-1} - \mathbf{W}^{-1}(\mathbf{X}_{j-1})f(\mathbf{X}_{j-1}), \quad (4)$$

где j – номер текущей итерации; \mathbf{X} – вектор-столбец, соответствующий решению системы уравнений (3); $\mathbf{W}(\mathbf{X}_j)$ – матрица Гессе оптимизационной функции Лагранжа f [14, 16].

В качестве начального приближения для решения уравнения (4) задают вектор-столбец независимых переменных (5):

$$\mathbf{X}_0 = \begin{pmatrix} k_s \\ U_m \\ -k_s \\ S_{\text{баз}}^{(\text{лин})} \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

где $S_{\text{баз}}^{(\text{лин})}$ – базисная активная $P_{\text{баз}}^{(\text{лин})}$ или реактивная $Q_{\text{баз}}^{(\text{лин})}$ мощности, соответствующая линейной СХН.

Расчёт по методу Ньютона продолжается до тех пор, пока не будет выполнено соотношение (6):

$$\|\mathbf{X}_j - \mathbf{X}_{j-1}\| \leq \varepsilon, \quad (6)$$

где ε – максимально допустимая погрешность, либо число итераций j не превысит предварительно заданного максимального числа итераций для исключения бесконечного расчёта.

После решения системы (3) коэффициенты (Z_2, Z_1, Z_0) переводят в относительные единицы (z_2, z_1, z_0) по соотношениям (7):

$$z_2 = Z_2 \frac{U_{\text{баз}}^2}{S_{\text{баз}}}, \quad z_1 = Z_1 \frac{U_{\text{баз}}}{S_{\text{баз}}}, \quad z_0 = \frac{Z_0}{S_{\text{баз}}}, \quad (7)$$

где $S_{\text{баз}}$ – базовые значения активной или реактивной мощности, соответствующие активной или реактивной мощности нагрузки при $U=U_{\text{баз}}$, и определяемые по формуле (8):

$$S_{\text{баз}} = Z_2 U_{\text{баз}}^2 + Z_1 U_{\text{баз}} + Z_0. \quad (8)$$

В. Коррекция базисной мощности

После получения коэффициентов z_2, z_1, z_0 необходимо, чтобы полиномиальная СХН проходила через точку, соответствующую математическим ожиданиям U_m, P_m и Q_m . Для этого значения базисных мощностей $P_{\text{баз}}$ и $Q_{\text{баз}}$ корректируют согласно выражению (9):

$$S_{\text{баз}} = \frac{S_m}{z_2 \left(\frac{U_m}{U_{\text{баз}}} \right)^2 + z_1 \frac{U_m}{U_{\text{баз}}} + z_0}. \quad (9)$$

В результате оптимизационного расчёта с ограничениями типа равенств и выполненной коррекцией базисных мощностей получают полиномиальную СХН, коэффициенты которой, выраженные в относительных единицах, удовлетворяют условиям, перечисленным в начале раздела.

С. Алгоритмизация метода

На рис. 1 представлена блок-схема алгоритма, соответствующего методу обработки массивов измерений для определения коэффициентов полиномиальной СХН.

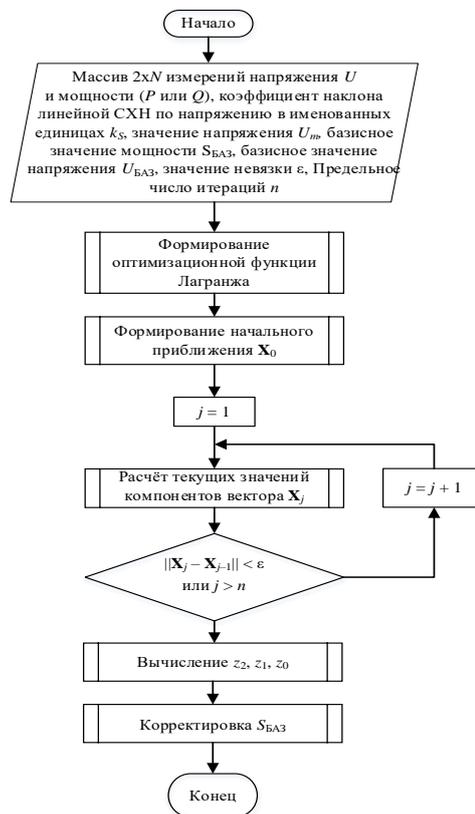


Рис. 1. Блок-схема алгоритма

Исходными данными являются измерения напряжения U_i , активной P_i и реактивной Q_i мощности в узле нагрузки, коэффициент наклона линейной СХН в именованных единицах k_s , полученный с учётом «реакции сети», базисное напряжение $U_{\text{баз}}$, математическое ожидание напряжения U_m и базисная мощность $S_{\text{баз}}$. Параметрами итерационного расчёта по методу Ньютона являются невязка ε и предельное число итераций n .

III. АПРОБАЦИЯ И РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве примера рассмотрено определение коэффициентов полиномиальной СХН крупного промышленного потребителя. Измерения U_i , P_i и Q_i , полученные при проведении пассивного эксперимента в период с 16.11.2020 14:00:00 по 17.11.2020 11:00:00 приведены на рис. 2 а), б).

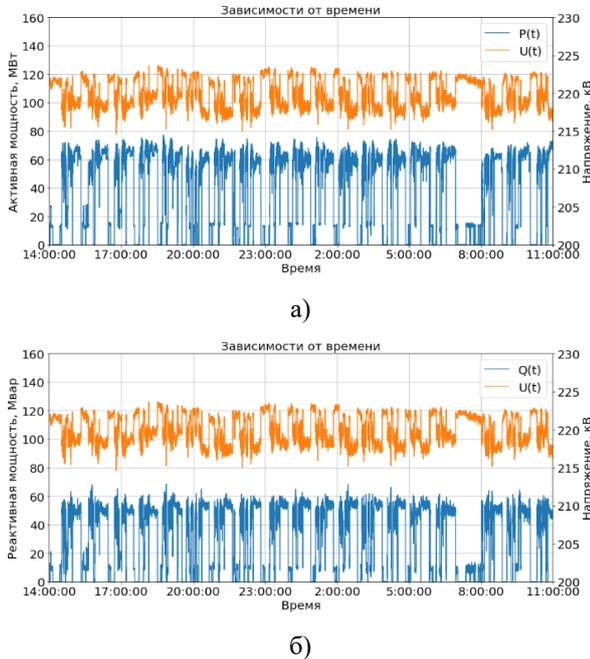


Рис. 2. Графики измерений

ТАБЛИЦА I. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТА

A_1 (лин), МВт/кВ	a_1 (лин)	$P_{БАЗ}$ (лин), МВт	P (лин), МВт	U (лин), кВ	A_2 , МВт/кВ	a_2	A_1 , МВт/кВ	a_1	A_0 , МВт/кВ	a_0	$P_{БАЗ}$, МВт
0,577	1,984	63,940	62,718	218,161	0,004	3,475	-1,384	-4,865	149,571	2,390	62,584
B_1 (лин) Мвар/кВ	b_1 (лин)	$Q_{БАЗ}$ (лин), Мвар	Q (лин), Мвар		B_2 , Мвар/кВ	b_2	B_1 , Мвар/кВ	b_1	B_0 , Мвар/кВ	b_0	$Q_{БАЗ}$, Мвар
-0,260	-1,110	51,633	52,182		-0,002	-2,012	0,625	2,817	9,522	0,195	48,829

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод позволяет получить полиномиальные СХН по напряжению для активной и реактивной мощностей, удовлетворяющие ограничениям. Из приведённых в табл. I значений коэффициентов полиномиальной СХН, следует, что коэффициенты удовлетворяют ограничениям (1) и могут применяться в программных комплексах для расчёта электрических режимов.

Для совершенствования метода планируется преобразовать используемые ограничения для нахождения оптимального значения $U_{кр}$, что позволит уменьшить объём информации, необходимой для проведения расчётов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Milanovic J.V., Yamashita K., Martinez Villanueva S., Djokic S.Z., Korunovic L.M. International industry practice on power system load modeling // IEEE Transactions on Power Systems, 2018. 28 (3), pp. 3038-3046.
 [2] Hossain M.S., Mesbah Maruf H.M., Chowdhury B. Comparison of the ZIP load model and the exponential load model for CVR factor evaluation // 2017 IEEE Power & Energy Society General Meeting, 2017, pp. 1-5. 2017 doi: 10.1109/PESGM.2017.8274490.

Для измерений выполнен первичный расчёт регулирующих эффектов активной и реактивной мощностей в именованных и относительных единицах с учётом «реакции сети».

В результате при $U_{БАЗ}=220$ кВ получены следующие значения: $A_1=0,577$ МВт/кВ; $B_1=-0,260$ Мвар/кВ; $P_{БАЗ}=63,940$ МВт; $Q_{БАЗ}=51,633$ Мвар.

Для дальнейших расчётов напряжение, при котором происходит изменение знака регулирующего эффекта нагрузки для активной и реактивной мощностей принято равным $U_{кр}=0,7 \cdot U_{ном}$.

Результаты оптимизационного расчёта с ограничениями типа равенств по методу множителей Лагранжа с вычислением коэффициентов полиномиальной СХН итерационным методом Ньютона и последующей коррекцией базисных мощностей приведены в табл. I.

[3] Ram S., Daram S., Venkataramu P.S., Nagaraj M. Analysis of exponential and polynomial load models using newton-raphson method with hybrid power flow controller // International Journal of Control and Automation. vol. 11, №11. pp. 43-56. 2018. DOI: 10.14257/ijca.2018.11.11.04.
 [4] Тавлинцев А.С., Суворов А.А. Статистически равновесные состояния нагрузки в задаче идентификации статических характеристик нагрузки // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. Т. 17, № 2, с. 23–28. 2017. DOI: 10.14529/power170203
 [5] Dmitriev S.A., Semenenko S.I., Suvorov A.A. Complex load bus static load characteristics determination using passive experiment method // Proceedings – 2018 17th International Ural Conference on AC Electric Drives, ACED 2018. Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. Vol. 2018-April, pp. 1-6. 2018. https://doi.org/10.1109/ACED.2018.8341711
 [6] Chen F., Liu H.-T., Huang Z., Zhang X.-J. Probabilistic load model based on improved k-means clustering algorithm. Dianli Xitong Baohu yu Kongzhi // Power System Protection and Control. 2013. vol. 41. pp. 128-133.
 [7] Karpio K., Lukasiewicz P., Nafkha R. Regression Technique for Electricity Load Modeling and Outlined Data Points Explanation // International Multi-Conference on Advanced Computer Systems, ACS 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing, 2018. vol. 889, pp. 56–67.
 [8] Гуревич Ю.Е., Либова Л.Е. Об определении характеристик нагрузки по напряжению методом пассивного эксперимента // Электричество. 1972. №2. с. 21-24.

- [9] Коновалов Ю.С., Кугелевичус И.Б. О возможности определения статических характеристик нагрузки методами математической статистики // *Электричество*. 1968. №3. с. 11-13.
- [10] Жмылёв С.А., Алиев Т.И. Системы массового обслуживания с полимодальными потоками // *Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики*. Т. 18. № 3. с. 473–478. 2018. doi: 10.17586/2226-1494-2018-18-3-473-478.
- [11] Pankratov A.V., Batseva N.L., Polyakova E.S., Tavlintsev A.S., Lapatin I.L., Lipnitskiy I.Y. Application of expectation maximization algorithm for measurement-based power system load modeling // 2019 International Siberian Conference on Control and Communications (SIBCON), April 2019, pp. 1–5.
- [12] Rodriguez-Garcia L., Perez-Londoño S., Mora-Florez J. Measurement-based exponential recovery load model: Development and validation. *DYNA*, vol. 82, pp. 131–140. 2015.
- [13] Trench W.F. The Method of Lagrange Multipliers. Research Gate. Book. 31 p. November 2012.
- [14] Givens G.H., Hoeting J.A. *Computational Statistics*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons. pp. 24–58. 2013.
- [15] Hansbo P., Lovadina C., Perugia I., Sangalli G.A. Lagrange multiplier method for the finite element solution of elliptic interface problems using non-matching meshes // *Numer. Math.* 2005, №100, pp. 91–115.
- [16] Wang Y., Solomon J.M. Intrinsic and extrinsic operators for shape analysis // *Handbook of Numerical Analysis*. 2019. Vol. 20, pp. 41–115.