

Нелинейные методы управления сложными объектами в условиях неопределенности

А. А. Кузнецов¹, В. Н. Шелудько², В. В. Путов², Т. Л. Русяева², Нгуен Зуи Хань³

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

¹smith_spb@mail.ru, ²vvputov@mail.ru, ³khanhnguyen.mta@gmail.com

Аннотация. В докладе рассматриваются задачи синтеза управления нелинейными неопределенными объектами, приведенными к нижнетреугольной форме и параметризованными относительно вектора неизвестных параметров. Разрабатываются и исследуются нелинейные адаптивные системы управления, синтезированные на основе методов адаптивного обхода интегратора с избыточной параметризацией и с использованием функций настройки. При этом в каждом из методов выражения производных виртуальных управлений, вычисляемых на каждом шаге, заменяются их отфильтрованными аналогами. Проводится сравнительное исследование разработанных адаптивных систем на основе математической модели обобщенного параметризованного нелинейного объекта третьего порядка с помощью программ Matlab Simulink.

Ключевые слова: нелинейный неопределенный параметризованный объект; нижнетреугольная форма; метод адаптивного обхода интегратора (бэкстеппинг) с избыточной параметризацией; бэкстеппинг с использованием функций настройки; моделирование в Matlab Simulink

I. ВВЕДЕНИЕ

Последнее десятилетие прошлого и начало нынешнего столетий охарактеризовались бурным развитием теории нелинейных систем управления неопределенными объектами, переходом от задач управления в так называемых идеальных условиях, когда не учитываются внешние и сингулярные возмущения, вектор неопределенных параметров предполагается постоянным и выполняются условия согласования, то есть вектор неизвестных параметрических возмущений может быть, в предположении его известности, непосредственно компенсирован допустимым управлением [1–5].

Однако необходимость соблюдения условий согласованности (или принципа непосредственной компенсации) сильно ограничивает класс задач адаптивного управления. Поэтому разработка методов синтеза, допускающих ослабление условий согласованности, является актуальной. Одним из таких методов является характеризующийся все возрастающей популярностью так называемый метод обратного обхода интегратора, кратко именуемый методом бэкстеппинга (backstepping) [6].

Процедура бэкстеппинга, впервые предложенная в [6], при обходе более чем одного интегратора сочетается с пошаговой (рекурсивной) процедурой, разбивающей исходную задачу высокой размерности на ряд подзадач меньшей или даже единичной размерности. При этом требования предварительного приведения системы к

специальному виду, с помощью линейной (аффинной) параметризации, а также приведения к нижней треугольной форме выполнимы для широких классов нелинейных объектов. Все вышесказанное делает различные усовершенствования и разновидности метода бэкстеппинга в высокой степени продуктивными [6–8].

Однако даже характерные представители методов бэкстеппинга, известные в научной литературе под названиями «метод адаптивного обхода интегратора с избыточной параметризацией» [7] и «метод адаптивного обхода интегратора с функциями настройки» [8], иллюстрируют не только почти до автоматизма доведенную простоту их построения, но и главный их недостаток, характерный для всех методов бэкстеппинга и состоящий в громоздкости точных расчетных формул для вычисления на каждом шаге рекуррентных процедур «чистых» производных виртуальных управлений, нелинейно, а в методе с избыточной параметризацией даже мультипликативно возрастающих с ростом размерностей объекта и цепей настройки.

Это мотивирует рассматриваемые в докладе вопросы построения и исследования модификаций методов адаптивного обхода интегратора с избыточной параметризацией и с функциями настройки (адаптации), объединенных с методом фильтрации «чистых» производных виртуальных управлений [9–10].

II. МЕТОД ФИЛЬТРАЦИИ «ЧИСТЫХ» ПРОИЗВОДНЫХ ВИРТУАЛЬНЫХ УПРАВЛЕНИЙ

Рассмотрим нелинейный объект вида (1), приведенный к нижней треугольной форме

$$\dot{x}_1 = x_2 + a_1 x_1^2, \quad \dot{x}_2 = x_3 + a_2 x_2, \quad \dot{x}_3 = u, \quad (1)$$

и параметризуем его относительно неизвестного вектора постоянных параметров к виду

$$\dot{x}_1 = x_2 + \varphi_1(x_1)^T \theta, \quad \dot{x}_2 = x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta, \quad \dot{x}_3 = u, \quad (2)$$

где $\varphi_1(x_1) = [x_1^2, 0]^T$; $\varphi_2(x_1, x_2) = [0, x_2]^T$ – известная вектор-функция (регрессор); $\theta = [a_1; a_2]$ – вектор неизвестных постоянных параметров.

Пусть α_i и $\alpha_i^c \in R^n$ являются виртуальными управлениями и их отфильтрованными аналогами соответственно. Фильтрация «чистых» производных виртуальных управлений α_i для отфильтрованных аналогов α_i^c и их производных $\dot{\alpha}_i^c$ осуществляется фильтрами второго порядка вида [9,10]

$$\dot{e}_1 = e_2; \quad \dot{e}_2 = -2\zeta\omega_n e_2 + \omega_n^2 (\alpha_i - e_1) \quad (3)$$

где при $e_1(0) = \alpha_i(0)$ и $e_2(0) = (0)$ будет $e_1 = \alpha_1^c, e_2 = \dot{\alpha}_1^c$; $\omega_n > 0$ – собственная частота фильтра; $\zeta \in (0, 1]$ – коэффициент затухания.

Для генерации отфильтрованных аналогов α_i^c и их производных $\dot{\alpha}_i^c, i=1, 2$, каждое i -е виртуальное управление α_i пропускается через фильтр второго порядка (3). Также определим ошибки фильтрации $\tilde{\alpha}_i = \alpha_i^c - \alpha_i, i=1, 2$.

III. МЕТОД АДАПТИВНОГО ОБХОДА ИНТЕГРАТОРА С ИЗБЫТОЧНОЙ ПАРАМЕТРИЗАЦИЕЙ

Метод [7] представляется пошаговой процедурой, состоящей из n шагов (n – размерность объекта). На каждом i -м шаге синтеза рассматривается подсистема i -го порядка исходной системы (2), определяется новый вектор настраиваемых параметров и соответствующий алгоритм адаптации \mathcal{G}_i и синтезируется стабилизирующее (виртуальное) управление α_i . Искомое (фактическое) управление u синтезируется на завершающем n -м шаге процедуры синтеза. Целью управления является достижение асимптотической устойчивости начала координат $x = 0$.

Шаг 1. Введем в рассмотрение переменную z_1 в виде ошибки

$$z_1 = x_1 - x_r, \quad (4)$$

где x_r – желаемая переменная.

Учитывая (2), (4), найдем производную по времени переменной z_1 как

$$\dot{z}_1 = x_2 + \varphi_1(x_1)^T \theta - \dot{x}_r. \quad (5)$$

Если бы переменная x_2 была бы фактическим управлением u , то есть $x_2 = \alpha_1 = u$, а параметры θ были бы известны, то формальным выбором следующего выражения

$$x_2 = -c_1 z_1 - \varphi_1(x_1)^T \theta - \dot{x}_r \quad (6)$$

можно было бы стабилизировать нулевое положение равновесия системы (5).

Однако параметры θ неизвестны и регулирование переменной x_1 к нулю достигается виртуальным управлением

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - \varphi_1(x_1)^T \mathcal{G}_1 + \dot{x}_r, \quad (7)$$

$$\dot{\mathcal{G}}_1 = \Gamma \varphi_1(x_1) z_1, \quad (8)$$

где \mathcal{G}_1 – уравнение оценки вектора θ на первом шаге; $\Gamma = \Gamma^T \in R^{m \times m}$ – симметричная положительно определенная матрица.

Однако переменная x_2 не является фактическим управлением. С целью получения искомого управления введем новую переменную z_2 в виде разности между x_2 и виртуальным управлением $\alpha_1^c = \alpha_1$. Подставляя (7) в (5) и учитывая ошибку фильтрации $\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1^c - \alpha_1$, получим уравнение замкнутой системы на данном шаге

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 + \varphi_1(x_1)^T (\theta - \mathcal{G}_1) + \tilde{\alpha}_1. \quad (9)$$

Введем в рассмотрение функцию Ляпунова вида

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} (\theta - \mathcal{G}_1)^T \Gamma^{-1} (\theta - \mathcal{G}_1) \quad (10)$$

и найдем ее производную в силу системы (9):

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 (-c_1 z_1 + z_2 + \varphi_1(x_1)^T (\theta - \mathcal{G}_1) + \tilde{\alpha}_1) - (\theta - \mathcal{G}_1)^T \Gamma^{-1} \dot{\mathcal{G}}_1 = \\ &= -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_1 \tilde{\alpha}_1 + (\theta - \mathcal{G}_1)^T (\varphi_1(x_1) z_1 - \Gamma^{-1} \dot{\mathcal{G}}_1) \end{aligned} \quad (11)$$

Избавляясь от $(\theta - \mathcal{G}_1)$, подставим (8) в (11) и получим

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_1 \tilde{\alpha}_1. \quad (12)$$

Слагаемое $z_1 z_2$ будет скомпенсировано на следующих шагах синтеза.

Шаг 2. Введем обозначение $z_3 = x_3 - \alpha_2^c$ и, учитывая (2), найдем производную z_2

$$\dot{z}_2 = x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta - \dot{\alpha}_1^c = z_3 + \alpha_2^c + \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta - \dot{\alpha}_1^c \quad (13)$$

Введем в рассмотрение функцию Ляпунова вида

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} (\theta - \mathcal{G}_2)^T \Gamma^{-1} (\theta - \mathcal{G}_2) \quad (14)$$

и найдем ее производную в силу системы (13):

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -c_1 z_1^2 + z_1 \tilde{\alpha}_1 + z_2 (z_1 + z_3 + \alpha_2^c + \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta - \dot{\alpha}_1^c) - \\ &- (\theta - \mathcal{G}_2)^T \Gamma^{-1} \dot{\mathcal{G}}_2 \end{aligned} \quad (15)$$

Введем виртуальное управление α_2

$$\alpha_2 = -z_1 - c_2 z_2 - \varphi_2(x_1, x_2)^T \mathcal{G}_2 + \dot{\alpha}_1^c. \quad (16)$$

Подставляя (16) в (15) и учитывая, что $\tilde{\alpha}_2 = \alpha_2^c - \alpha_2$, получим

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 + \\ &+ (\theta - \mathcal{G}_2)^T (\varphi_2(x_1, x_2) z_2 - \Gamma^{-1} \dot{\mathcal{G}}_2) + z_1 \tilde{\alpha}_1 + z_2 \tilde{\alpha}_2 \end{aligned} \quad (17)$$

Избавляясь от $(\theta - \mathcal{G}_2)$, введем уравнение оценки вектора θ на втором шаге

$$\dot{\mathcal{G}}_2 = \Gamma \varphi_2(x_1, x_2) z_2. \quad (18)$$

Подставляя (18) в (17), получим

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 + z_1 \tilde{\alpha}_1 + z_2 \tilde{\alpha}_2. \quad (19)$$

Слагаемое $z_2 z_3$ будет скомпенсировано на следующем шаге синтеза.

Подставляя (16) в (13) и принимая во внимание $\tilde{\alpha}_2 = \alpha_2^c - \alpha_2$, получим уравнение замкнутой системы на данном шаге

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2 z_2 + z_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T (\theta - \mathcal{G}_2) + \tilde{\alpha}_2. \quad (20)$$

Шаг 3. Учитывая (2), запишем производную по времени переменной

$$z_3 = x_3 - \alpha_2 \text{ как } \dot{z}_3 = u - \dot{\alpha}_2^c. \quad (21)$$

Введем в рассмотрение функцию Ляпунова вида

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2. \quad (22)$$

и найдем ее производную в силу системы (21):

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_1 \tilde{\alpha}_1 + z_2 \tilde{\alpha}_2 + z_3 (z_2 + u - \dot{\alpha}_2^c). \quad (23)$$

Выберем итоговое (фактическое) управление u

$$u = -z_2 - c_3 z_3 + \dot{\alpha}_2^c. \quad (24)$$

Подставляя (24) в (23), получим

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + z_1 \tilde{\alpha}_1 + z_2 \tilde{\alpha}_2. \quad (25)$$

Подставляя (24) в (21) получим уравнение замкнутой системы на данном шаге

$$\dot{z}_3 = -c_3 z_3 - z_2. \quad (26)$$

Отметим, что введение на каждом шаге уравнений оценки \mathcal{Y} вызывает *избыточную параметризацию*. Естественно, что с практической точки зрения избыточная параметризация является излишней, мультипликативно увеличивая размерность задачи, при увеличении размерностей векторов состояния и неизвестных параметров.

Недостатки метода бэкстеппинга с избыточной параметризацией были устранены в методе бэкстеппинга [8] с использованием, так называемых функций настройки, когда на каждом шаге принимаются фиктивные алгоритмы настройки, замещаемые на последнем шаге действительным алгоритмом.

IV. АДАПТИВНЫЙ ОБХОД ИНТЕГРАТОРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИЙ НАСТРОЙКИ

В рассматриваемом методе на каждом i -м шаге синтеза рассматривается подсистема i -го порядка исходной системы (2), для которой синтезируются стабилизирующие (виртуальные) управления α_i и функции настройки τ_i в соответствии с выбранной функцией Ляпунова V_i . Итоговый (фактический) закон управления u и алгоритм настройки параметров $\hat{\theta}$ для всей исходной системы синтезируется на финальном шаге процедуры синтеза.

Шаг 1. Введем обозначения: $z_1 = x_1 - x_r$, $z_2 = x_2 - \alpha_1^c$ и найдем производную по времени переменной z_1 как

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1^c + \varphi_1(x_1)^T \theta - \dot{x}_r, \quad (27)$$

где x_r – желаемое значение x_1 . Переменную α_1^c будем рассматривать как отфильтрованный аналог виртуального управления α_1 .

Рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}, \quad (28)$$

где $\Gamma = \Gamma^T \in R^{m \times m}$ – симметричная положительно определенная матрица, и найдем ее производную в силу системы (27):

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 (z_2 + \alpha_1^c + \varphi_1(x_1)^T \theta - \dot{x}_r) - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} = \\ &= z_1 (z_2 + \alpha_1^c + \varphi_1(x_1)^T \hat{\theta} - \dot{x}_r) - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} (\dot{\hat{\theta}} - \Gamma \varphi_1(x_1) z_1) \end{aligned} \quad (29)$$

где $\hat{\theta} \in R^m$ – функция, подлежащая определению.

Если бы переменная x_2 была фактическим управлением u , то есть $x_2 = \alpha_1 = u$, то выбором $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_1$

$$\tau_1 = \varphi_1(x_1) z_1, \quad (30)$$

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - \varphi_1(x_1)^T \hat{\theta} + \dot{x}_r \quad (31)$$

$$\text{обеспечивалось бы равенство } \dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 \leq 0 \quad (32)$$

и, как следствие, искомая стабилизация точки $x_1 = 0$.

Однако x_2 не является управлением. Поэтому будем рассматривать функцию α_1 лишь как первую функцию стабилизации, а функцию τ_1 – первой функцией настройки.

Подставляя (31) в (29), а также учитывая ошибку фильтрации $\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1^c - \alpha_1$, получим

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 z_2 + z_1 \tilde{\alpha}_1 - \tilde{\theta}^T (\Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} - \tau_1). \quad (33)$$

Слагаемое $z_1 z_2$ будет скомпенсировано на следующих шагах синтеза.

Уравнение замкнутой системы на данном этапе может быть получено путем подстановки (31) в (27), с учетом $\tilde{\alpha}_1 = \alpha_1^c - \alpha_1$, как

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 + \varphi_1(x_1)^T \tilde{\theta} + \tilde{\alpha}_1. \quad (34)$$

Шаг 2. Введем обозначение $z_3 = x_3 - \alpha_2^c$ и, учитывая (2), найдем производную z_2

$$\dot{z}_2 = x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta - \dot{\alpha}_2^c = z_3 + \alpha_2^c + \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta - \dot{\alpha}_2^c \quad (35)$$

Рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (36)$$

и найдем ее производную в силу системы (35):

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -c_1 z_1^2 + z_1 \tilde{\alpha}_1 + z_2 (z_1 + z_3 + \alpha_2^c + \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta - \dot{\alpha}_2^c) + \\ &+ \tilde{\theta}^T (\tau_1 + \varphi_2(x_1, x_2) z_2 - \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}}) \end{aligned} \quad (37)$$

Если бы переменная x_3 являлась управлением u , то было бы $z_3 = 0$ в (35), (37) и избавиться от влияния члена $\tilde{\theta}^T$ в (37) можно было бы выбором $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_2$, где

$$\tau_2 = \tau_1 + \varphi_2(x_1, x_2) z_2. \quad (38)$$

и чтобы обеспечить равенство $\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2$, выберем виртуальное управление на втором шаге

$$\alpha_2 = -z_1 - c_2 z_2 - \varphi_2(x_1, x_2)^T \hat{\theta} + \dot{\alpha}_2^c. \quad (39)$$

В силу того, что x_3 не является управлением u , то $z_3 \neq 0$. Производная \dot{V}_2 в этом случае, учитывая (39) и принимая во внимание $\tilde{\alpha}_2 = \alpha_2^c - \alpha_2$, будет

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_1 \tilde{\alpha}_1 + z_2 \tilde{\alpha}_2 + z_2 z_3 + \tilde{\theta}^T (\tau_2 - \Gamma^{-1} \hat{\theta}), \quad (40)$$

а уравнение (35), подставляя в него (39) и учитывая $\tilde{\alpha}_2 = \alpha_2^c - \alpha_2$, принимает вид

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2 z_2 + z_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \tilde{\theta} + \tilde{\alpha}_2. \quad (41)$$

Слагаемое $z_2 z_3$ и влияние члена $\tau_2 - \Gamma^{-1} \hat{\theta}$ будет скомпенсировано на следующем шаге синтеза.

Шаг 3. Учитывая (2), запишем производную по времени переменной

$$z_3 = x_3 - \alpha_2^c \text{ как } \dot{z}_3 = u - \dot{\alpha}_2^c. \quad (42)$$

Рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 \quad (43)$$

и найдем ее производную в силу системы (42):

$$V_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_1 \tilde{\alpha}_1 + z_2 \tilde{\alpha}_2 + z_3 (z_2 + u - \dot{\alpha}_2^c) + \tilde{\theta}^T (\tau_2 - \Gamma^{-1} \hat{\theta}) \quad (44)$$

Избавиться от влияния члена $\tilde{\theta}$ в (44) можно выбором $\hat{\theta} = \Gamma \tau_3$, где, в виду отсутствия в уравнении \dot{x}_3 неизвестных постоянных параметров, будет $\tau_3 = \tau_2$ (45)

Выберем итоговое управление u

$$u = -z_2 - c_3 z_3 + \dot{\alpha}_2^c. \quad (46)$$

Подстановкой (45) и (46) в (44) обеспечивается равенство $V_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + z_1 \tilde{\alpha}_1 + z_2 \tilde{\alpha}_2$. (47)

Уравнение замкнутой системы на данном этапе может быть получено путем подстановки (46) в (42)

$$\dot{z}_3 = -z_2 - c_3 z_3. \quad (48)$$

V. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.

Проведем моделирование объекта (1) с адаптивным управлением, построенным на основе метода адаптивного обхода интегратора с избыточной параметризацией и метода адаптивного обхода интегратора с использованием функций настройки при $x_r = 0.2 \sin(2t + 2)$, $c_1 = 20$, $c_2 = c_3 = 50$ $\Gamma = 0.01 I_{2 \times 2}$:

а) адаптивный обход интегратора с функциями настройки с параметрами фильтра для α_1 : $\zeta = 0.7$, $\omega_n = 15$; для α_2 : $\zeta = 0.5$, $\omega_n = 65$;

б) адаптивный обход интегратора с избыточной параметризацией с параметрами фильтра для α_1 : $\zeta = 0.7$, $\omega_n = 15$; для α_2 : $\zeta = 0.9$, $\omega_n = 65$;

в) адаптивный обход интегратора с функциями настройки с параметрами фильтра для α_1 : $\zeta = 0.4$, $\omega_n = 100$; для α_2 : $\zeta = 0.8$, $\omega_n = 150$;

г) адаптивный обход интегратора с избыточной параметризацией с параметрами фильтра для α_1 : $\zeta = 0.4$, $\omega_n = 100$; для α_2 : $\zeta = 0.8$, $\omega_n = 150$.

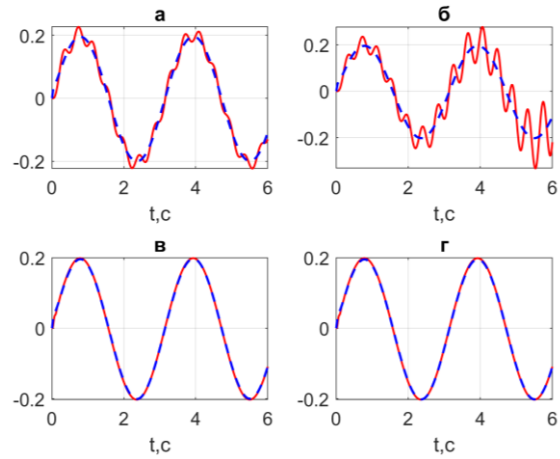


Рис. 1. Графики переходных процессов с адаптивным управлением, без фильтрации виртуальных управлений (синяя пунктирная линия) и с фильтрацией виртуальных управлений (красная сплошная линия)

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В докладе рассмотрены адаптивные системы управления нелинейными объектами, построенные на основе методов адаптивного обхода интегратора с избыточной параметризацией и с использованием функций настройки с отфильтрованными аналогами виртуальных управлений. По результатам проведенных исследований можно сделать следующее заключение: адаптивные системы, построенные по предлагаемой усовершенствованной процедуре, базирующейся на объединении методов адаптивного обхода интегратора с методом фильтрации «чистых» производных виртуальных управлений, гораздо менее трудоемки в синтезе и значительно проще в структурной и программной реализации, чем аналогичные адаптивные системы, синтезированные стандартными методами адаптивного обхода интегратора с избыточной параметризацией и с использованием функций настройки, и почти не уступают им в эффективности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Халил Х.К. Нелинейные системы. М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2009. 832 с.
- [2] Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
- [3] Андриевский Б.Р., Бобцов А.А., Фрадков А.Л. Методы анализа и синтеза нелинейных систем управления. М.-Ижевск: Издательство «ИКИ», 2018. 336 с.
- [4] Антонов В.Н., Терехов В.А., Тюкин И.Ю. Адаптивное управление в технических системах: Учеб. пособие. СПб.: Издательство С.-Петербургского университета, 2001. 244 с.
- [5] Тюкин И.Ю., Терехов В.А. Адаптация в нелинейных динамических системах. М.: Издательство ЛКИ, 2008. 384 с.
- [6] Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. Nonlinear and Adaptive Control Design. Wiley-Interscience, New York. 1995. 559 p.
- [7] Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V., Morse A.S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. IEEE Trans. Automat. Control. 1991. Vol. 36. № 11. P. 1241-1253.
- [8] Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. Adaptive Nonlinear Control Without Overparametrization. Systems and Control Letters. 1992. Vol. 19. P. 177-185.
- [9] Farrell J.A., Polycarpou M., Sharma M., and Dong W., Command filtered backstepping, IEEE TAC. 2009. vol. 54, № 6, P. 1391-1395.
- [10] Dong W., Farrell J. A., Polycarpou M. M., Djapic V., Sharma M. Command filtered adaptive backstepping. IEEE Trans. Control Syst. Technol., vol. 20, no. 3, pp. 566-580, May 2012.