

Применение матрицы коэффициентов относительного усиления и сингулярного разложения для синтеза системы управления многосвязного объекта управления

И. Б. Цехместрук¹, Р. Л. Барашкин², В. Е. Попадько³

РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина

¹tsekh.v@mail.ru, ²barashkin.r@gubkin.ru, ³pve@gubkin.ru

Аннотация. В работе разрабатывается система управления многосвязного объекта на примере ректификационной колонны с применением сингулярного разложения и матрицы коэффициентов относительного усиления. Для объекта управления построена модель в пакете имитационного моделирования. На основе численных экспериментов с имитационной моделью объекта получены временные ряды для идентификации параметров матрицы коэффициентов усиления передаточных функций. С помощью сингулярного разложения определены направления наибольшего и наименьшего усиления объекта по векторам входных и выходных переменных. Сингулярное разложение позволило ответить на вопрос о целесообразности выбранного состава входных и выходных векторов переменных. Для выбранных векторов была рассчитана матрица коэффициентов относительного усиления, которая использовалась для выбора децентрализованной системы управления. Расчет матрицы коэффициентов относительного усиления, и визуализация сингулярного разложения выполнялась в среде математического моделирования MatLab. По результатам применения методов предложена структура системы управления многосвязного объекта управления и определены показатели качества регулирования.

Ключевые слова: динамическое моделирование, система управления многосвязного объекта, матрица коэффициентов относительного усиления, сингулярное разложение, синтез системы управления, ректификационная колонна

I. ВВЕДЕНИЕ

Модернизация современного производства связана с ужесточением требований к обеспечению безопасности эксплуатации технологических процессов и снижению себестоимости производимой продукции [1]. Изменения в технологических процессах, использование рекуперативных линий, которые приводят к образованию положительных обратных связей, требуют использования соответствующих методик для синтеза систем управления.

На современном этапе развития методик синтеза систем управления для комплексных технологических процессов разработан ряд подходов, которые можно сгруппировать следующим образом: эвристические методики, основанные на опыте предыдущих исследователей [2] и методики, основанные на математическом аппарате [3, 4].

Строгость формулировки решаемой задачи и однозначность полученного решения, в части прикладного использования дают преимущество математическим методам в решении задач синтеза систем автоматического управления (САУ). Широко используются математические методы: методика расчета управляющих степеней свободы [5], расчет коэффициентов регулятора [6] и др.

В работе рассмотрены одни из наиболее часто применяемых методов для анализа технологических процессов: сингулярное разложение (СР) матриц [7] и матрица коэффициентов относительного усиления (МКОУ) [8].

С помощью сингулярного разложения был проанализирован объект управления, получены характерные направления объекта, которые определяют направление наибольшего и наименьшего усиления, и проведен анализ взаимодействия между входными и выходными векторами.

С помощью МКОУ [9] была оценена степень взаимовлияния входных и выходных переменных, возможность построения децентрализованной системы управления и выбора парных переменных.

Рассмотренные методы применяются для синтеза системы управления типового объекта нефтегазовой отрасли – ректификационной колонны. С помощью СР производилась оценка выбора векторов входных и выходных параметров и определение характерных направлений. На основе полученных результатов определялись парные переменные и предложена децентрализованная система управления.

II. МЕТОДОЛОГИЯ

A. Сингулярное разложение матриц передаточных функций

При анализе технологического объекта, в данной работе использовалось сингулярное разложение, которое позволяет любую матрицу G размерностью $n \times n$ привести к виду (1):

$$G = U\Sigma V^H, \quad (1)$$

где U – матрица левых сингулярных векторов, Σ – диагональная матрица сингулярных значений, V – матрица правых сингулярных векторов.

Применяя СР к многосвязному объекту управления, который может быть представлен в виде матрицы коэффициентов усиления (МКУ), можно решить следующие задачи [4]:

- Определить характерные направления объекта управления.
- Оценить корректность выбора входных и выходных векторов переменных.
- Оценить робастность предложенной системы управления.

Характерные направления можно записать в следующей математической постановке:

$$G * V_{max} = \sigma_{max} * U_{max},$$

$$G * V_{min} = \sigma_{min} * U_{min},$$

где V_{max} (V_{min}) представляет собой запись направления с наибольшим (наименьшим) усилением, которое характеризует следующее: если на МКУ объекта управления G подать управляющее воздействие в направлении максимального (минимального) усиления U_{max} (U_{min}), то выходной вектор изменится в направлении максимального (минимального) усиления V_{max} (V_{min}), а само изменение длины вектора (коэффициент усиления) будет соответствовать максимальному (минимальному) сингулярному числу σ_{max} (σ_{min}).

Затем, исследуя полученные значения сингулярных чисел для матрицы объекта G , можно сделать вывод о целесообразности дальнейшего исследования САУ, основанной на выбранных входных и выходных векторах переменных.

В. Матрица коэффициентов относительного усиления

В основе теории матриц коэффициентов относительного усиления лежит коэффициент относительного усиления (КОУ) λ_{ij} , который определяется в соответствии с выражением:

$$\lambda_{ij} = \left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_u / \left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_y, \quad (2)$$

где $\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_u$ – коэффициент усиления «разомкнутого» контура, $\left(\frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_y$ – коэффициент усиления «замкнутого» контура.

Результатом вычисления КОУ будет являться МКОУ, представленная в виде (3).

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{1,1} & \dots & \lambda_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{n,1} & \dots & \lambda_{n,m} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Таким образом, основываясь на рассчитанных КОУ (2) и МКОУ (3), можно получить следующие характеристики технологического объекта:

- Мету многосвязности процесса.
- Наиболее «развязанные» пары управляющая – регулируемая переменная.

МКОУ вычисляется на основе матрицы передаточных функций K по формуле (4).

$$\Lambda = K \otimes (K^{-1})^T. \quad (4)$$

С. Получение матрицы коэффициентов усиления

В рамках исследования на первом этапе определялась МКУ с использованием имитационной модели рассматриваемого объекта управления. МКУ определялась следующим образом [4]:

1. Подается ступенчатое воздействие с помощью управляющей переменной u_1 на регулируемую переменную y_i . При этом остальные управляющие переменные остаются неизменными. Такое воздействие приведет к отклику всех регулируемых переменных процесса $y_1, y_2 \dots y_n$.
2. Повторяется шаг 1 для всех остальных управляющих переменных.
3. Коэффициент усиления по каждой паре регулируемой и управляющей переменных будет определяться по следующей формуле:

$$K_{ij} = \Delta y_i / \Delta u_j. \quad (5)$$

В результате, из полученных коэффициентов усиления будет получены матрица коэффициентов усиления вида:

$$G = \begin{bmatrix} K_{11} & \dots & K_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

В дальнейшем матрица (6) используется для получения МКОУ и СР, и дальнейшего анализа технологического процесса.

Д. Нормирование матрицы коэффициентов усиления

В общем случае для обеспечения количественного соответствия описания реального технологического процесса с помощью МКУ, её следует нормировать. В данной работе нормировка необходима для анализа с помощью СР, для МКОУ, благодаря свойствам данной методики [8], нормировку проводить не обязательно.

Нормирование МКУ осуществлялось к диапазону $[0,1]$ с помощью нормирующего коэффициента $\hat{x} = x^{max} - x^{min}$, на основе минимально и максимально допустимых значений управляющих и регулируемых параметров.

Результирующая формула нормировки выглядит следующим образом:

$$x = \frac{\Delta x}{\hat{x}}. \quad (7)$$

III. ПОЛУЧЕНИЕ МАТРИЦ ИССЛЕДУЕМОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

А. Исследуемый технологический процесс

В качестве объекта управления в данной работе исследовался один из типовых технологических процессов в нефтегазовой отрасли – колонна ректификации. Которая широко применяется на различных производствах различных отраслей промышленности. В работе рассматривается тарельчатая колонна, представленная на рис. 1.

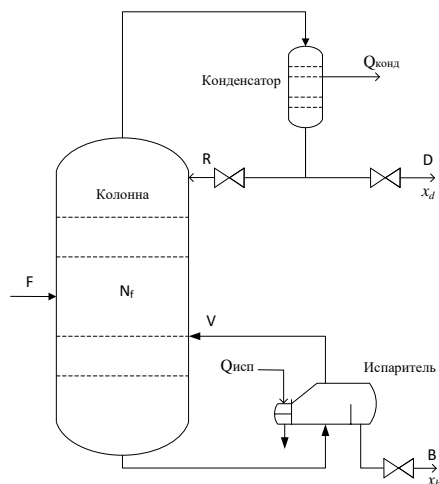


Рис. 1. Технологическая схема ректификационной колонны

В. Получение матрицы коэффициентов усиления

Для исследования технологического процесса, с помощью МКОУ и СР, составим матрицу коэффициентов усиления ректификационной колонны со следующими входными и выходными переменными, размерностью 2×2 .

Входные переменные:

- x_1 – Расход рефлюкса R, [кг/ч].
- x_2 – Расход паровой фазы на выходе испарителя V, [кг/ч].

Выходные переменные:

- y_1 – Мольная доля пропана в дистилляте D, x_d , [моль/моль].
- y_2 – Мольная доля пропана в кубовом продукте B, x_b , [моль/моль].

Затем, с использованием разработанной имитационной модели, был проведен эксперимент и получена ненормированная матрица коэффициентов усиления, представленная в (8):

$$G = \begin{bmatrix} 8.945e^{-5} & -4.305e^{-5} \\ 1.493e^{-5} & -8.211e^{-5} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Для анализа с помощью СР необходимо нормировать матрицу (8). Для нормировки были определены следующие нормирующие коэффициенты для вектора входных и выходных переменных:

$$x_{\text{норм}} = \begin{bmatrix} 5300 \\ 2000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{кг/ч} \\ \text{кг/ч} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$y_{\text{норм}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{моль/моль} \\ \text{моль/моль} \end{bmatrix}.$$

В результате, используя (7), была получена следующая нормированная матрица коэффициентов усиления:

$$G_{\text{норм}} = \begin{bmatrix} 0.4741 & -0.0861 \\ 0.0791 & -0.1642 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

IV. АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

А. Сингулярное разложение матрицы коэффициентов усиления

Используя разработанный в MatLab скрипт расчета и отображения, для полученной нормированной МКУ ректификационной колонны (10) рассчитано СР, результаты которого приведены в табл. 1.

ТАБЛИЦА 1. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА СИНГУЛЯРНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ

	Характерные направления и сингулярные числа		
	Направление входа	Сингулярное число	Направление выхода
Наибольшее усиление	$\begin{bmatrix} -0.96882 \\ 0.24775 \end{bmatrix}$	0.49476	$\begin{bmatrix} -0.24775 \\ -0.96882 \end{bmatrix}$
Наименьшее усиление	$\begin{bmatrix} -0.97148 \\ -0.23711 \end{bmatrix}$	0.14358	$\begin{bmatrix} -0.23711 \\ 0.97148 \end{bmatrix}$

Отличие коэффициентов усиления от нуля, делает целесообразным дальнейший анализ ректификационной колонны на выбранных входных и выходных векторах параметров.

На рис. 2 приведены характерные направления максимального и минимального усиления, а также диаграмма изменения коэффициента усиления по направлениям входного вектора, построенная с помощью разработанного скрипта. Предложенная диаграмма позволяет определить близость управляющего воздействия к характерным направлениям.

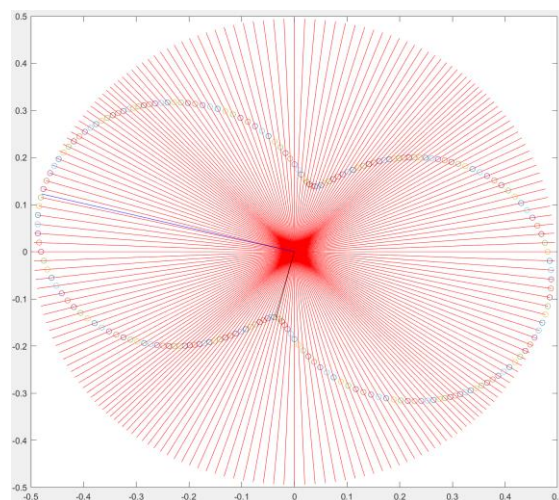


Рис. 2. Характерные направления и изменение коэффициента усиления по направлениям входного вектора

В. Анализ объекта с помощью матрицы коэффициентов относительного усиления

На основе полученных результатов расчета СР с использованием разработанного скрипта отображения СР, на основе МКУ (8) была построена следующая МКОУ:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1.0959 & -0.0959 \\ -0.0959 & 1.0959 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Проанализировав КОУ в МКОУ (11), была предложена следующая развязанная децентрализованная САУ со следующими контурами:

- Расход рефлюкса R ↔ Мольная доля пропана в дистилляте x_d .
- Расход паровой фазы на выходе испарителя V ↔ Мольная доля пропана в кубовом продукте x_b .

С. Синтез системы управления для рассматриваемого процесса

В результате проведенного анализа было синтезировано две системы автоматического регулирования (САР) многосвязного объекта управления – ректификационной колонны: САР1, основанная на результатах МКОУ (11) и альтернативная САР2 со следующей структурой:

- Расход паровой фазы на выходе испарителя V ↔ Мольная доля пропана в дистилляте x_d .
- Расход R ↔ Мольная доля пропана в кубовом продукте x_b .

Для тестирования САР, для регуляторов были заданы следующие уставки:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.969619 \\ 0.078890 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{моль/моль} \\ \text{моль/моль} \end{bmatrix}.$$

В результате, были получены следующие переходные процессы:

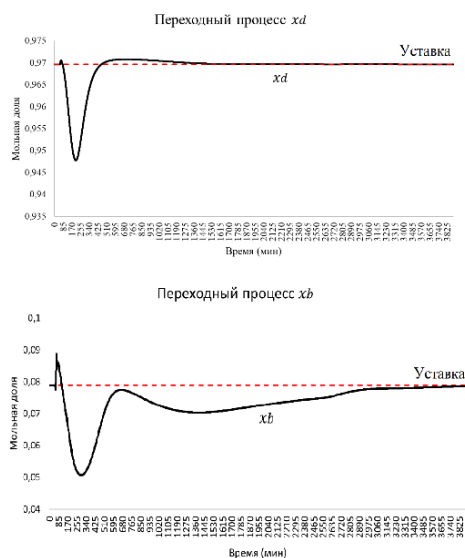


Рис. 3. Переходные процессы САР1 ректификационной колонны, основанной на МКОУ (11)

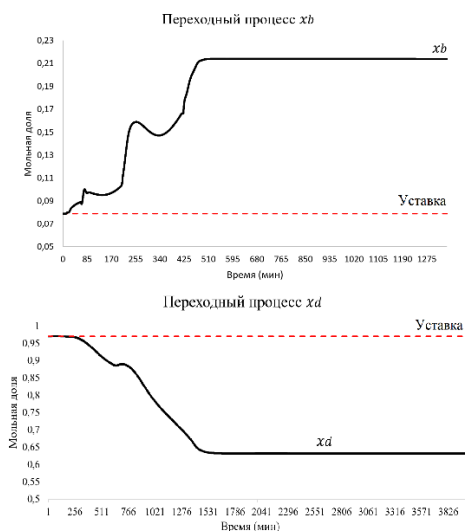


Рис. 4. Переходные процессы альтернативной САР2 ректификационной колонны

Анализ переходных процессов на рис. 3 и рис. 4 показывает, что САР1, синтезированная с помощью рассмотренных математических методов, приводит регулируемые параметры ректификационной колонны к заданным значениям, в отличие от САР2, со следующими показателями качества (табл. 2), что доказывает работоспособность выбранной методики синтеза САР.

ТАБЛИЦА II. ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА САР2

Показатель качества	Параметр регулирования САР1	
	x_d	x_b
Перерегулирование, %	2.25	35
Время регулирования, мин	0	2507

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе была синтезирована системы автоматического управления для типового технологического объекта – ректификационной колонны с помощью сингулярного разложения и матрицы коэффициентов относительного усиления. Выполнена оценка степени взаимодействия и проверена корректность выбора вектора входных и выходных параметров с помощью сингулярного разложения. С помощью матрицы коэффициентов относительного усиления была определена децентрализованная структура САУ с минимальной многосвязностью.

В пакете имитационного моделирования была разработана модель ректификационной колонны и реализованы предложенная структура системы автоматического регулирования (САР1) и альтернативная (САР2). Сравнительный анализ работы структур САР1 и САР2 показал, что предложенная САР1 вывела регулируемые параметры на заданные значения в отличие от альтернативной, что подтверждает работоспособность рассмотренных методов для решения задач синтеза САР многосвязных объектов управления.

В дальнейших исследованиях будет проведена детальная настройка параметров регуляторов и выполнен анализ робастности предложенной структуры САР для рассматриваемого технологического процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Baidoo M.F., Snarvold K.S., Hodneland S., Brodtkorb T.W. (2011). Process design and economical investigation of natural gas dehydration plants.
- [2] Larsson T. and Skogestad S., Model Ident Control, 21 (2000) 209.
- [3] Skogestad I. Postlethwaite: Multivariable Feedback Control; Analysis and Design, 2nd edn. (Wiley-Interscience, Chichester 2005).
- [4] Seborg D.E., Edgar T.F., and Mellichamp D.A. Process Dynamics and Control. Wiley, New York, NY, 1989.
- [5] Murthy Konda, N.V.S.N., Rangaiah G.P., Krishnaswamy P.R. (2006) A simple and effective procedure for control degrees of freedom.
- [6] Skogestad S.: Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. J. Process Control 13, 291–309 (2003).
- [7] Nguyen T.C., Barton G.W., Perkins J.D., & Johnston R.D. (1988). Condition Number Scaling Policy for Stability Robustness Analysis. AICHE Journal, 34(7), 1200–1206.
- [8] Bristol E.H. (1966). On a new measure of interaction for multi-variable process control. IEEE Transactions on Automatic Control AC-11, 1: 133–134.
- [9] Tsekhmestruk I.B., Barashkin R.L. and Popadko V.E., "Relative Gain Array Application for Typical Chemical Process," 2022 IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON), Yekaterinburg, Russian Federation, 2022, pp. 1770-1773, doi: 10.1109/SIBIRCON56155.2022.10017013.