

Адаптивно-робастное управление беспилотным летательным аппаратом типа трикоптера с поворотными винтами в условиях неопределенности

Зуи Хань Нгуен*, В. В. Путов, А. А. Кузнецов, М. А. Чернышев
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
*khanhnguyen.mta@gmail.com

Аннотация. В докладе рассматривается задача синтеза адаптивно-робастного управления динамикой беспилотного летательного аппарата (БПЛА) малоизученной до настоящего времени конструкции типа трикоптера с поворотными винтами в предположении неизвестности аэродинамических коэффициентов и неизмеримости внешних возмущений. Строится математическая модель динамики трикоптера с поворотными винтами в форме уравнений Лагранжа-Эйлера, допускающая линейную (аффинную) параметризацию относительно матрицы неизвестных параметров (метод Slotine J.-J.E., Li W., 1987 и 1991, или «метод вычисления момента»). В докладе предлагается новая модификация подхода, основанного на «методе вычисления момента», допускающая нарушение структурных требований к матрице-регрессору (см. также работы Meysar Zeinali, Leila Notash, 2010, и Shaghayegh Gorji, Mohammad Javad, 2017). Строится адаптивно-робастная система управления и доказываются методом функций Ляпунова ограниченность всех сигналов системы и экспоненциальная сходимость к наибольшему инвариантному множеству, радиус которого определяется значениями обратной связи регуляризации цепей адаптации и учетом предполагаемых размеров множества возмущений. На заключительном этапе синтеза адаптивно-робастной системы, предваряющего ее техническую реализацию, в докладе рассматриваются результаты компьютерного исследования работоспособности синтезированной адаптивно-робастной системы с применением проблемно-ориентированных пакетов прикладных программ.

Ключевые слова: трикоптер с поворотными винтами; адаптивно-робастная система управления; модификация метода вычисления момента (метода Slotine-Li); неопределенные аэродинамические коэффициенты; неизвестные внешние возмущения; наибольшие инвариантные множества; моделирование

I. ВВЕДЕНИЕ

Беспилотные летательные аппараты (БПЛА) начали разрабатываться с первой половины прошлого века и использовались, в основном, в военных целях. Однако в настоящее время БПЛА начали широко использоваться в многочисленных направлениях гражданской сферы деятельности, таких как сельское хозяйство, строительство, горнодобывающая промышленность, аэросъемка и мониторинг, археология, спасение в стихийных бедствиях и т. д. [1–3]. Особенно активно развиваются БПЛА типа мультикоптеров, реализующие

вертикальные режимы взлета и посадки, позволяющие расширить их функциональность и повысить безопасность эксплуатации. В классе мультикоптеров большой интерес представляет новая малоисследованная разработка трикоптеров с поворотными винтами, имеющих значительные преимущества перед квадрокоптерами. Однако сложность математической модели трикоптеров, неопределенность аэродинамических коэффициентов и неизмеряемые аэродинамические возмущения препятствуют достижению наилучших летных характеристик и устойчивости движения в рамках традиционных систем управления. Поэтому данный доклад посвящен построению полной математической модели динамики трикоптера с поворотными винтами и разработке адаптивно-робастной системы управления предлагаемым трикоптером, эффективной в условиях неопределенности аэродинамических коэффициентов и влияния неизвестных внешних возмущений.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ТРИКОПТЕРА С ПОВОРОТНЫМИ ВИНТАМИ

Трикоптер с поворотными винтами имеет конструкцию, аналогичную конструкции конвертоплана Ми-30 [4] и конвертоплана серии ЭРА [5], и является российской разработкой (рис. 1).

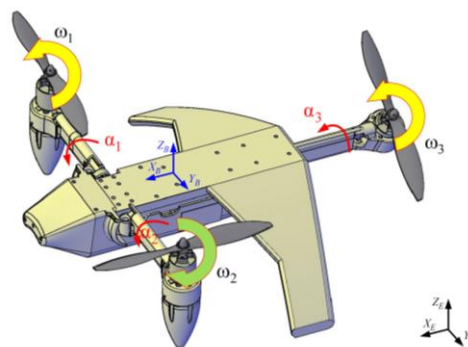


Рис. 1. Трикоптер с поворотными винтами

Механическая конструкция трикоптера с поворотными винтами имеет Т-образную форму с расположением на трех лучах винтов, приводящихся для создания тяги тремя синхронными двигателями с постоянными магнитами. Направления вращения винтов указаны на рис. 1, где два передних винта вращаются в

противоположных направлениях, а задний винт вращается в том же направлении, что и один из двух передних винтов. Такая конструкция приводит к дисбалансу угла рыскания и возникновению нежелательного крутящего момента, создаваемого винтами. Чтобы устранить этот крутящий момент, установлены три серводвигателя постоянного тока, которые обеспечивают поворот винтов в вертикальной плоскости на угол в диапазоне $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$ для создания горизонтальной составляющей силы тяги.

Не останавливаясь подробно на таких преимуществах трикоптеров с поворотными винтами в сравнении их с quadro-, гекса- и октокоптерами, как более высокая маневренность, меньшая потребляемая мощность при выполнении одних и тех же задач и отсутствие конструктивной избыточности, построим математическую модель трикоптера с поворотными винтами в форме уравнений Лагранжа–Эйлера [6]:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} = \mathbf{B}(\mathbf{q})\mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{F}_p, \quad (1)$$

где: $\mathbf{q} = [\xi^T \quad \eta^T]^T \in \mathbb{R}^6$, $\xi = [x \quad y \quad z]^T$ – вектор координат центра масс трикоптера; $\eta = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T$ – вектор углов ориентации трикоптера, \mathbb{R}^n – вещественное пространство размерности n ;

$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_a & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_a \end{bmatrix}$, $\mathbf{M}_a = \text{diag}(m \quad m \quad m)$, m – масса трикоптера, \mathbf{O} – нулевая матрица, $\mathbf{J}_a(\mathbf{q}) = \mathbf{P}_{eb}^T \mathbf{J}_{P_{eb}}$ – симметричная матрица, где \mathbf{P}_{eb} удовлетворяют формуле $\mathbf{P}_{eb} \dot{\eta} = \boldsymbol{\Omega}$ – угловой скорости трикоптера в системе координат B , связанной с БПЛА, \mathbf{J} – матрица момента инерции трикоптера; $\mathbf{G} = [0 \quad 0 \quad mg \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$;

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_a - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T \mathbf{J}_a) \end{bmatrix}; \mathbf{B}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{be} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{E}_{3 \times 3} \end{bmatrix},$$

\mathbf{E} – единичная матрица, \mathbf{R}_{be} – матрица перехода из связанной с БПЛА системы координат B в земную систему координат E ; $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ – матрица, элементы которой зависят от аэродинамических коэффициентов сил и моментов тяги (k_f и k_τ) и размеров трикоптера;

$\mathbf{u} = [\omega_1^2 \sin(\alpha_1) \quad \omega_2^2 \sin(\alpha_2) \quad \omega_3^2 \sin(\alpha_3) \quad \omega_1^2 \cos(\alpha_1) \quad \omega_2^2 \cos(\alpha_2) \quad \omega_3^2 \cos(\alpha_3)]^T$ – вектор входа, где ω_i – скорость вращения i -го винта, α_i – угол наклона i -го винта ($i = 1, 2, 3$);

$\mathbf{F}_d(\dot{\mathbf{q}}) = \left[-(\mathbf{R}_{be} \mathbf{d}_\xi \mathbf{D}_\xi(\dot{\mathbf{q}}))^T \quad -(\mathbf{d}_\eta \mathbf{D}_\eta(\dot{\mathbf{q}}))^T \right]^T$ – вектор обобщенных сил и моментов

сопротивления, $\mathbf{d}_\xi = \text{diag}(d_x \quad d_y \quad d_z)$, $\mathbf{d}_\eta = \text{diag}(d_\phi \quad d_\theta \quad d_\psi)$, $d_x, d_y, d_z, d_\phi, d_\theta, d_\psi$ – коэффициенты аэродинамического

сопротивления; $\mathbf{F}_p(t) = [\mathbf{F}_c^T \quad \boldsymbol{\tau}_c^T]^T \in \mathbb{R}^6$ – вектор обобщенных неизвестных внешних возмущений. В данной работе считаем, что известны границы внешних возмущений, $\|\mathbf{F}_p(t)\| \leq d$, где d – известная постоянная величина.

III. СИНТЕЗ АДАПТИВНО-РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим известный метод синтеза адаптивно-робастного управления нелинейным многостепенным механическим объектом, допускающим линейную (аффинную) параметризацию (относительно матрицы неизвестных параметров), предложенный в [7, 8] Слотиним и Ли и названный методом вычисления момента. Отметим, что непосредственному применению метода Слотина–Ли в рассматриваемой задаче препятствует то обстоятельство, что матрица-регрессор не является полностью известной, как это требуется методом Слотина–Ли, в силу частичной неизвестности параметров матриц \mathbf{H} , \mathbf{d}_ξ и \mathbf{d}_η .

В работах [9, 10] используется метод вычисления момента с оценками векторов-функций, зависящих от неизвестных параметров и внешних возмущений. В данной работе предлагается алгоритм адаптивно-робастного управления, объединяющий идею метода вычисления момента и оценок неизвестных аэродинамических коэффициентов матриц \mathbf{H} , \mathbf{d}_ξ и \mathbf{d}_η с идеей разделения матрицы \mathbf{H} на сумму двух матриц с известными и неизвестными параметрами.

Преобразуем матричное уравнение (1) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\mathbf{H}_k - \mathbf{H}_0)\mathbf{u} &= \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} - \mathbf{BDF}_{dB} - \mathbf{F}_p \\ \Leftrightarrow \mathbf{B}\mathbf{H}_k\mathbf{u} &= \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G} + \mathbf{B}(\mathbf{H}_0\mathbf{u} + \mathbf{DF}_{dB}) - \mathbf{F}_p, \end{aligned} \quad (2)$$

где \mathbf{H}_k – матрица с известными постоянными элементами, $\mathbf{H}_0 = (\mathbf{H}_k - \mathbf{H})$ и $\mathbf{D} = \text{diag}(d_x \quad d_y \quad d_z \quad d_\phi \quad d_\theta \quad d_\psi)$ – матрицы с неизвестными элементами, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ – вектор управления и $\mathbf{F}_{dB} = [\mathbf{D}_\xi^T(\dot{\mathbf{q}}) \quad \mathbf{D}_\eta^T(\dot{\mathbf{q}})]^T \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$.

Следуя [7, 8], введем вектор $\mathbf{s}(t) = \dot{\mathbf{e}} + \boldsymbol{\Lambda}\mathbf{e}$, где $\mathbf{e}(t) = \mathbf{q}_d(t) - \mathbf{q}(t)$ – вектор ошибок отслеживания, \mathbf{q}_d – вектор желаемых траекторий трикоптера, $\boldsymbol{\Lambda}$ – положительно определенная матрица.

Введем виртуальную переменную следующего вида [7, 8]:

$$\dot{\mathbf{q}}_r(t) = \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{s}(t) = \dot{\mathbf{q}}_d(t) + \boldsymbol{\Lambda}\mathbf{e}. \quad (3)$$

Поскольку матрицы $\mathbf{M}(\mathbf{q})$, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$, \mathbf{G} , $\mathbf{B}(\mathbf{q})$ известны то переменная $\mathbf{u}_0 = \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}_r + \mathbf{G}$ также известна. Пусть $\hat{\mathbf{H}}_0$, $\hat{\mathbf{D}}$ – оценки матриц \mathbf{H}_0 и \mathbf{D} , $\tilde{\mathbf{H}}_0 = \mathbf{H}_0 - \hat{\mathbf{H}}_0$, $\tilde{\mathbf{D}} = \mathbf{D} - \hat{\mathbf{D}}$ – ошибки оценивания матриц.

Предлагаемый в докладе закон адаптивно-робастного управления имеет следующий вид:

$$\mathbf{u} = \left[\mathbf{B}(\mathbf{H}_k - \hat{\mathbf{H}}_0) \right]^{-1} (\mathbf{u}_0 + \mathbf{B}\hat{\mathbf{D}}\mathbf{F}_{dB} + \mathbf{K}\mathbf{s}), \quad (4)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{H}}}_0 = \boldsymbol{\Gamma}_1 (\mathbf{B}^T \mathbf{s} \mathbf{u}^T - \sigma_1 \hat{\mathbf{H}}_0); \quad \dot{\hat{\mathbf{D}}} = \boldsymbol{\Gamma}_2 (\mathbf{B}^T \mathbf{s} \mathbf{F}_{dB}^T - \sigma_2 \hat{\mathbf{D}}). \quad (5)$$

где σ_1, σ_2 – положительные числа, являющиеся параметрическими обратными связями (сигма-модификациями [11, 12]); $\boldsymbol{\Gamma}_1 = \boldsymbol{\Gamma}_1^T > 0$ и $\boldsymbol{\Gamma}_2 = \boldsymbol{\Gamma}_2^T > 0$.

При использовании метода функций Ляпунова можно показать, что закон адаптивно-робастного управления (4) с функциями настройки (5) обеспечивает ограниченность всех сигналов системы и экспоненциальную сходимость к инвариантному множеству, радиус которого определяется значениями обратных связей регуляризации цепей адаптации и учетом предполагаемых размеров множества возмущений. Норма ошибки слежения экспоненциально сходится к инвариантному множеству Δ . При отсутствии внешних возмущений значение Δ можно сделать сколь угодно малым за счет уменьшения коэффициентов обратных связей σ_1 и σ_2 .

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Исследование работоспособности построенной адаптивно-робастной системы управления трикоптером с поворотными винтами выполняется путем моделирования с помощью пакета прикладных программ MATLAB/Simulink при следующих номинальных значениях аэродинамических коэффициентов: $k_x = 0.2 \cdot 10^{-4}$, $k_f = 0.25 \cdot 10^{-3}$, $d_x = 0.0242$, $d_y = 0.0316$, $d_z = 0.0546$, $d_\phi = 0.01$, $d_\theta = 0.0105$, $d_\psi = 0.0121$.

В адаптивном законе (5), поскольку существует сильная связь между $\mathbf{H}_k - \hat{\mathbf{H}}_0$ и \mathbf{u} , выбор \mathbf{H}_k и начального значения $\hat{\mathbf{H}}_0(0)$ очень важен. Если значение $\hat{\mathbf{H}}_0(0)$ выбрано очень малым, \mathbf{u} станет очень большим, а затем $\hat{\mathbf{H}}_0$ станет очень большим, это вызовет сильные колебания и может даже привести к отказу управления. Если значение $\hat{\mathbf{H}}_0(0)$ выбрано очень большим, \mathbf{u} станет очень малым, а затем $\hat{\mathbf{H}}_0$ станет очень малым, это вызовет небольшое изменение $\hat{\mathbf{H}}_0$ и может привести к отказу управления. В работе были выбраны следующие значения матриц: $\mathbf{H}_k = \mathbf{E}_{6 \times 6}$, $\hat{\mathbf{H}}_0(0) = 0.1 \cdot \text{ones}(6, 6)$, $\hat{\mathbf{D}}(0) = \mathbf{O}_{6 \times 6}$, где $\text{ones}(6, 6)$ – матрица размера 6×6 , все элементы которой – единицы; $\sigma_1 = 10^{-4}$, $\sigma_2 = 10^{-4}$, $\mathbf{K} = 75\mathbf{E}_{6 \times 6}$, $\mathbf{\Lambda} = 1.5\mathbf{E}_{6 \times 6}$, $\mathbf{\Gamma}_1 = 10^{-4}\mathbf{E}_{6 \times 6}$, $\mathbf{\Gamma}_2 = 8 \cdot 10^{-4}\mathbf{E}_{6 \times 6}$. Вектор внешнего возмущения выбран как $\mathbf{F}_p(t) = [5 \sin t \ 8 \sin 2t \ 10 \sin 3t \ 10 \sin t \ 8 \sin 2t \ 5 \sin 3t]^T$.

Результаты компьютерного моделирования показаны на рис. 2–8.

а) Подача ступенчатого задающего сигнала

На рис. 2 показаны переходные процессы переменных системы при номинальных значениях аэродинамических коэффициентов. На рис. 3–4 показаны переходные процессы переменных системы при увеличении и при уменьшении до 3 раз номинальных значений аэродинамических коэффициентов соответственно. На рис. 5 показаны переходные процессы переменных системы при воздействии внешних возмущений.

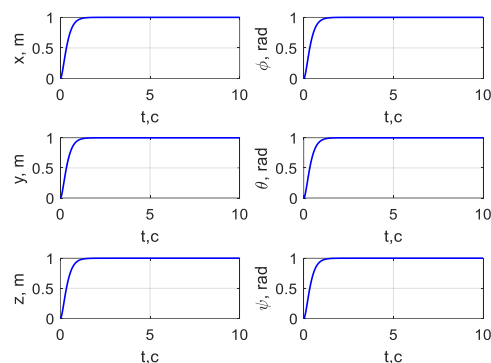


Рис. 2. При номинальных значениях аэродинамических коэффициентов

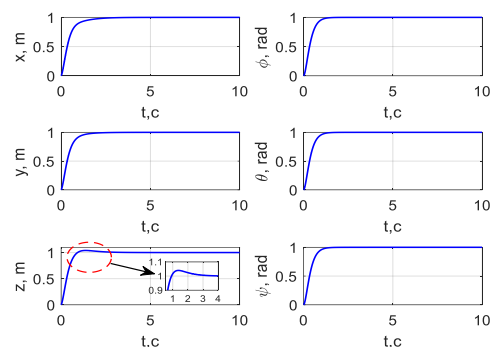


Рис. 3. При увеличении до 3 раз значений аэродинамических коэффициентов

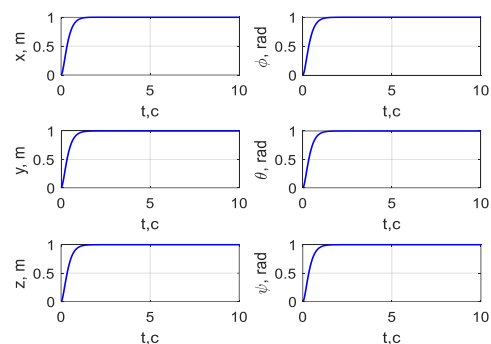


Рис. 4. При уменьшении до 3 раз значений аэродинамических коэффициентов

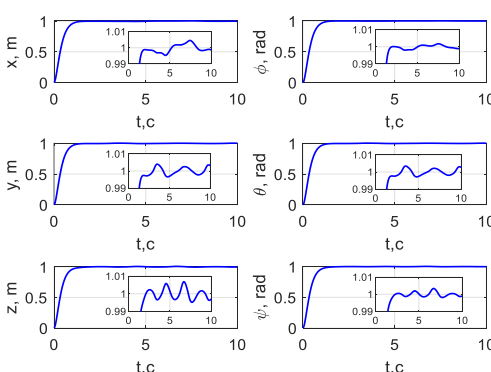


Рис. 5. При наличии внешних возмущений

б) Воспроизведение траектории

На рис. 6 и 7 показано воспроизведение траектории спиральной формы при отсутствии и при наличии внешних возмущений соответственно, где сплошные линии – траектория трикоптера, штриховые линии –

заданная (программная) траектория трикоптера. На рис. 8 показаны ошибки слежения переменных системы в условиях влияния внешних возмущений.

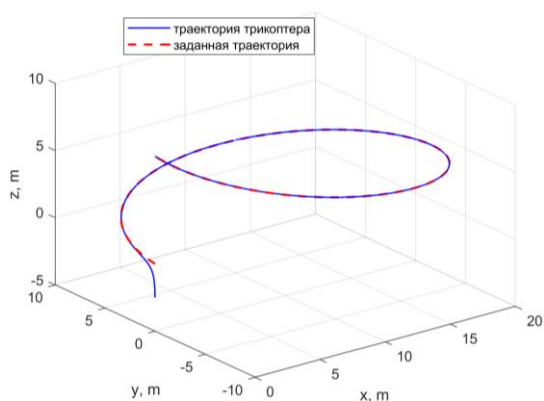


Рис. 6. Траектория трикоптера при отсутствии возмущений

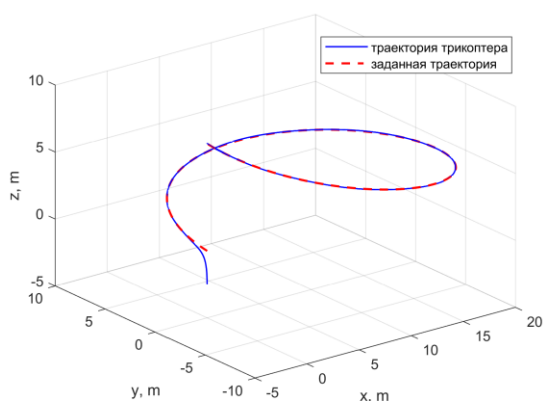


Рис. 7. Траектория трикоптера при наличии возмущений

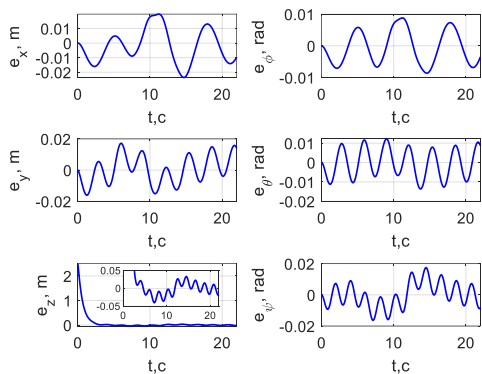


Рис. 8. Ошибки слежения трикоптера при наличии возмущений

Из представленных результатов моделирования на рис. 2–8 следует, что построенная адаптивно-робастная система управления трикоптером с поворотными винтами вполне удовлетворяет требованиям повышения летных характеристик и устойчивости движения в условиях неопределенности аэродинамических коэффициентов и влияния неизвестных внешних возмущений.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение доклада можно сделать следующие выводы:

- Построена полная нелинейная математическая модель динамики трикоптера с поворотными винтами.
- Предложена новая модификация метода вычисления момента и построена адаптивно-робастная система управления.
- Методом функций Ляпунова показано, что синтезированная система управления обеспечивает ограниченность всех сигналов системы и экспоненциальную сходимость переменных состояния и ошибки адаптации к инвариантному множеству.
- Результаты компьютерного моделирования подтверждают эффективность построенной адаптивно-робастной системы управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Nonami K. Prospect and recent research & development for civil use autonomous unmanned aircraft as UAV and MAV. *J. Syst. Des. Dyn.* 2007, 1, 120–128.
- [2] P. Vanblyenburgh. UAVs: An overview, *Air & Space Europe*, vol. 1, no. 5-6, pp. 43–47, 1999.
- [3] K.P. Valavanis, Ed. *Advances in Unmanned Aerial Vehicles: State of the Art and the Road to Autonomy*, ser. International Series on Intelligent Systems, Control, and Automation: Science and Engineering. Springer, 2007, vol. 33.
- [4] Конвертоплан Ми-30 (проект). [Электронный ресурс] – URL: <https://topwar.ru/20847-konvertoplan-mi-30-proekt.html> (дата обращения: 02/2023).
- [5] Беспилотные авиационные системы. [Электронный ресурс] – URL: https://files.sk.ru/navigator/company_files/1120970/164028207_7_aeroXonewshortrus082021.pdf (дата обращения: 02/2023).
- [6] З.Х. Нгуен, В.В. Путов. Моделирование и исследование движения беспилотных летательных аппаратов типа трикоптера с поворотными винтами. *Материалы юбилейной XXV конференции молодых ученых «Навигация и управление движением»*, 2023 г.
- [7] J.J.E. Slotine and W. Li. On the adaptive control of robot manipulators, *Int J. Robotics Res.*, vol. 6, pp. 49-57, 1987.
- [8] Jean-Jacques, E. Slotine, Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, Inc. A Division of Simon & Schuster Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 1991.
- [9] Meysar Zeinali, Leila Notash. Adaptive sliding mode control with uncertainty estimator for robot manipulators, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 45, iss. 1, pp. 80-90, 2010.
- [10] Shaghayegh Gorji, Mohammad Javad Yazdanpanah. A robust adaptive sliding mode controller for robot manipulators, *2017 Artificial Intelligence and Robotics (IRANOPEN)*, pp. 170-176.
- [11] P.A. Ioannou and P. V. Kokotovic, *Adaptive Systems with Reduced Models*, Berlin: Springer-Verlag, 1983.
- [12] An-Chyau Huang, Ming-Chih Chien. Adaptive control of robot manipulators: a unified regressor-free approach, *Singapore World Scientific*, 2010. 276 p.