

# Математическое моделирование системы мониторинга изменений пластового давления в газовой залежи при водонапорном режиме

А. В. Плотников<sup>1</sup>, Д. А. Первухин<sup>1</sup>, В. Е. Трушников<sup>1</sup>, М. Ю. Шестопапов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский горный университет

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет

«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

arvitarlaeda@gmail.com

**Аннотация.** В статье проведён анализ негативных факторов, влияющих на добычу природного газа. Проведен анализ объектов мониторинга на предмет определения конкретных объектов мониторинга. Приведена схема информационной системы, осуществляющей мониторинг пластового давления. Разработана математическая модель истощения газовой залежи в водонапорном режиме. На основе математической модели построена компьютерная модель системы мониторинга пластового давления в газовой залежи. Приведены результаты компьютерного моделирования вытеснения природного газа пластовыми водами.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, газовое месторождение, водонапорный режим, мониторинг

## I. ВВЕДЕНИЕ

Сегодня минерально-сырьевая промышленность является одной из важнейших отраслей экономики Российской Федерации [1–3]. Одним из важнейших секторов минерально-сырьевой промышленности является добыча и переработка углеводородов. Природный газ широко используется в качестве сырья для различных отраслей промышленности и имеет важнейшее значение для энергетики [4]. В природе газ содержится в месторождениях, которые представляют собой совокупность газовых залежей. Залежь природного газа представляет собой изолированный объем пластового пространства, в котором скапливается газ. Схема антиклинальной газовой залежи представлена на рис. 1.

Газоносная часть залежи сверху охвачена непроницаемым слоем, а снизу ограничена пластовыми водами. В газоносном слое располагаются забой добывающих скважин, с помощью которых происходит добыча. При работе скважин, в окрестности их забоев начинает понижаться пластовое давление. Когда воронка понижения давления [5] достигает пластовых вод, они начинают продвигаться в направлении скважин. Из-за неоднородности газоносного пласта, в различных частях залежи плоскость газо-водяного контакта продвигается с разной скоростью, что может способствовать преждевременному обводнению скважин и формированию полностью заблокированных пластовыми водами газоносных элементов пласта [6].

Неравномерное продвижение плоскости газо-водяного контакта к забоям скважин может негативно сказаться на конечной газоотдаче залежи.

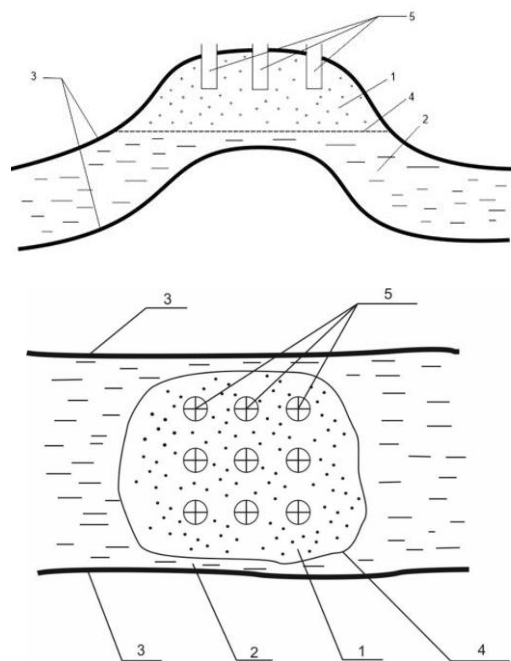


Рис. 1. Изображение объекта в двух проекциях. 1 – часть коллектора, заполненная природным газом, 2 – часть коллектора заполненная пластовыми водами, 3 – непроницаемая граница пласта, 4 – плоскость газовой контакта, 5 – перфорированные стволы скважин.

Для более равномерного продвижения пластовых вод к скважинам нужно контролировать изменение пластового давления в призабойных зонах скважин в соответствии с технологическими требованиями. Для этого создается система осуществляющая мониторинг за изменениями пластового давления в призабойных зонах скважин в реальном времени. Особенностью разрабатываемой системы мониторинга является то, что она выступает в качестве основы для пространственно-распределенной системы управления. Такая система позволит получать информацию с датчиков в скважинах в режиме реального времени и устанавливать, либо рекомендовать оператору, распределение дебитов скважин залежи в соответствии с технологическими и экономическими требованиями. Методы анализа и синтеза пространственно-распределенных систем управления [7] уже нашли применение в некоторых отраслях промышленности. Также, эти методы нашли широкое применение в управлении термодинамическими полями [8–12] и при управлении гидродинамическими процессами [13–20].

Строения газовых месторождений описано в трудах: Лейбензона Л.С., Лапука Б.Б., Стрижова И.Н., Dake L.R., Ahmed T.H.

Методы математического моделирования газоносных пластов отражено в трудах: Першина И.М., Щелкачёва В.Н., Лейбензона Л.С., Мирзаджанзаде А.Х., Лапука Б.Б., Dake L.R., Ahmed T.H.

Современные технологии мониторинга и автоматического управления в отрасли добычи природного газа рассмотрены в трудах: Горева С.М., Праховой М.Ю., Андреева Е.Б., Ерёмкина Н.А.

## II. СИСТЕМА МОНИТОРИНГА

Объектом мониторинга разрабатываемой системы является пластовое давление на забоях скважин. На основе данных, полученных с датчиков в скважинах, вычисляется прогнозируемое положение плоскости газовой контакта. Установка в скважине измерительных и исполнительных устройств уже применялась в нефтегазовой промышленности [21, 22]. Схема информационной системы мониторинга в составе системы управления представлена на рис. 2. Данные поступают на контроллер, который вырабатывает управляющее воздействие, в виде дебита на скважинах с учетом желаемого распределения призабойных давлений.

## III. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ

В качестве объекта для исследования выбран элемент пласта одного из эксплуатируемых месторождений Европы. В рамках исследования, эксплуатация залежи ведётся с помощью девяти добывающих скважин. Схема объекта представлена на рис. 3. Эксплуатационные скважины – вертикального типа. Хотя в настоящее время в мире широко распространены наклонно-направленные скважины [23], все еще остается много месторождений, оборудованных вертикальными скважинами.

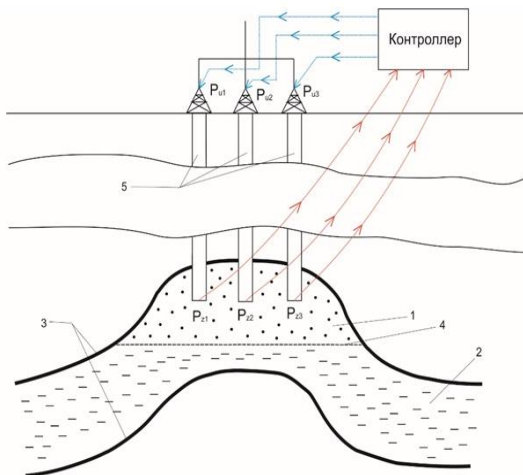


Рис. 2. Схема управления. 1 – часть коллектора, заполненная природным газом, 2 – часть коллектора заполненная пластовыми водами, 3 – непроницаемая граница пласта, 4 – плоскость газовой контакта, 5 – перфорированные стволы скважин, P<sub>11</sub>, P<sub>12</sub>, P<sub>13</sub> – устьевые давления скважин, P<sub>21</sub>, P<sub>22</sub>, P<sub>23</sub> – забойные давления скважин

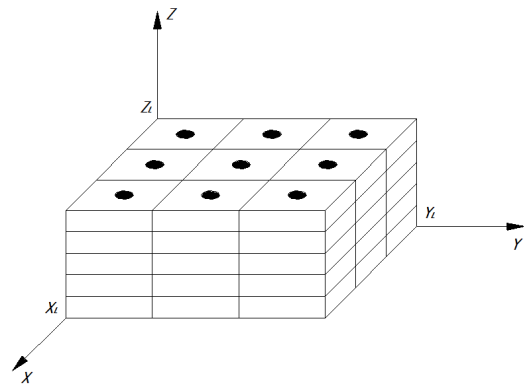


Рис. 3. Блочная модель выбранного объекта элемента пласта

Объект имеет следующие геометрические размеры:

$$X_L = 3000 \text{ м}; Y_L = 3000 \text{ м}; Z_{Lmax} = 113 \text{ м},$$

где  $X_L$  и  $Y_L$  – размеры объекта по координатам X и Y соответственно,  $Z_{Lmax}$  – максимальный размер объекта по оси Z.

Для отображения неоднородной структуры пласта, объект разделен на 45 блоков с различными коэффициентами пористости и проницаемости. Каждый из сорока пяти блоков обладает следующими размерами:

$$X_B = 1000 \text{ м}; Y_B = 1000 \text{ м}; Z_B = 22,6 \text{ м},$$

где  $X_B$ ,  $Y_B$  и  $Z_B$  – размеры одного блока по координатам X, Y и Z соответственно.

Распределения пористости и проницаемости [24–26] с указанием конкретных значений представлены на рис. 4 и 5.

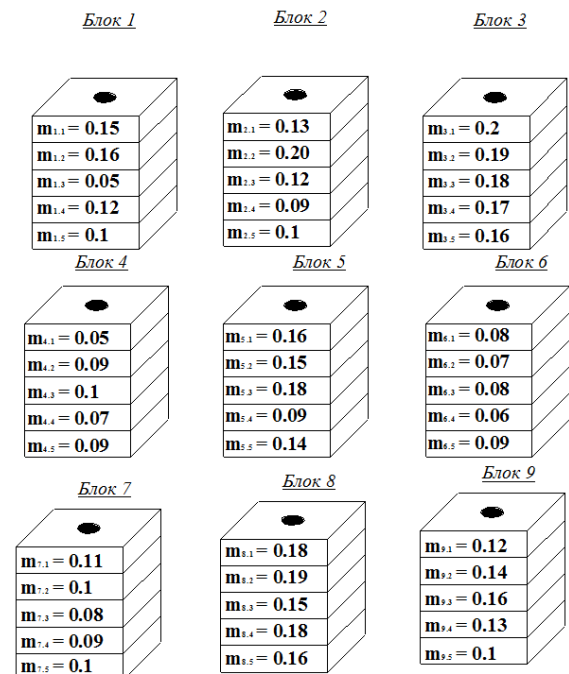


Рис. 4. Распределение значений пористости

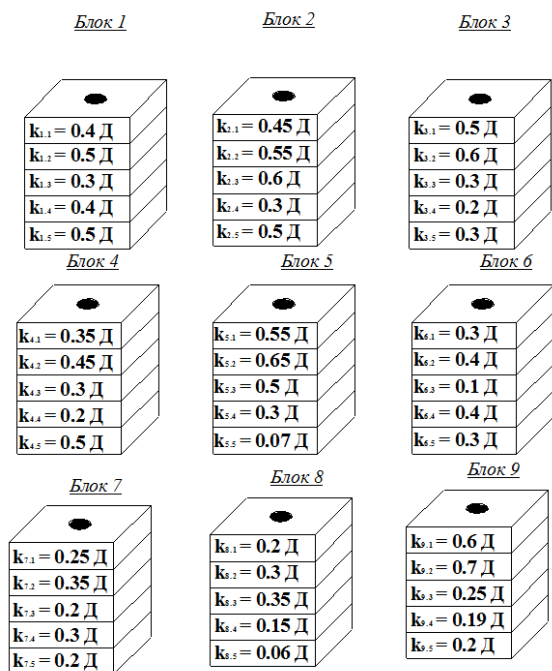


Рис. 5. Распределение значений проницаемости

В рамках исследования предполагается, что пласт недеформируемый, а процесс движения газа изотермический. Кроме того, в исследовании предполагается, что поверхность газ-вода движется только вдоль оси Z.

#### IV. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Основной математической модели является уравнение изменения давления в точке пространства. Для газоносной части пласта оно примет следующий вид [5]:

$$\frac{D}{p} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2}; \quad (1)$$

$$0 < x < x_L; 0 < y < y_L; z_d < z < z_L;$$

$$D = \frac{m\mu_1}{nk}; P = p^{\frac{n+1}{n}},$$

где  $p = p(x,y,z,t)$  – пластовое давление в определенной точке залежи в момент времени  $t$ ,  $t$  – время,  $m$  – пористость пласта,  $\mu_1$  – абсолютная вязкость газа,  $k$  – проницаемость пласта,  $x, y, z$  – координаты точки в пространстве, для которой ведется расчет,  $z_d$  – координата плоскости газовой контакта по оси  $z$ ,  $x_L, y_L, z_L$  – конечные значения координат  $x, y, z$ ,

Границы объекта считаются непроницаемыми. Поведение объекта на границах описывается граничными условиями второго рода (2).

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(x, y, z_L, t)}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial p(0, y, z, t)}{\partial x} &= 0; \frac{\partial p(x_L, y, z, t)}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial p(x, 0, z, t)}{\partial y} &= 0; \frac{\partial p(x, y_L, z, t)}{\partial y} &= 0; \end{aligned} \quad (2)$$

Для водоносной части пласта уравнение изменения давления будет иметь следующий вид (3) [5]:

$$D_2 \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \quad (3)$$

$$0 < x < x_L, 0 < y < y_L, 0 < z < z_d$$

$$D_2 = \frac{m\mu_2}{k},$$

где  $\mu_2$  – абсолютная вязкость воды.

Для водоносной части также применяются граничные условия второго рода (4).

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(x, y, 0, t)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial p(0, y, z, t)}{\partial x} &= 0; \frac{\partial p(x_L, y, z, t)}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial p(x, 0, z, t)}{\partial y} &= 0; \frac{\partial p(x, y_L, z, t)}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Поведение объекта на плоскости газо-водяного контакта описывается следующими соотношениями (5):

$$-m \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right) = \frac{kn}{\mu_1(n+1)} P^{-\frac{1}{n+1}} \left( \frac{\partial P}{\partial z} \right); \quad (5)$$

$$-m \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right) = \frac{k}{\mu_2} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right),$$

Из соотношений (5) следует равенство потоков на границе газо-водяного контакта (6):

$$\frac{kn}{\mu_1(n+1)} P^{-\frac{1}{n+1}} \left( \frac{\partial P}{\partial z} \right) = \frac{k}{\mu_2} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right). \quad (6)$$

Также из соотношений (5) получаем уравнения для расчета продвижения плоскости газо-водяного контакта (7):

$$-\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{k}{m\mu_2} \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right), \quad (7)$$

С помощью метода конечных разностей был получен дискретный аналог представленной математической модели. На основе дискретной модели в среде разработки Delphi была реализована компьютерная модель работы системы мониторинга.

В рамках эксперимента начальное пластовое давление залежи имеет следующее значение:

$$p_0 = 5,05 \text{ МПа}$$

Динамическая вязкость газа и воды имеют следующие значения:

$$\mu_1 = \mu_2 = 11,2 \text{ мкПа} / \text{с}$$

В скважинах установлено следующее значение давления:

$$p_c = 4,05 \text{ МПа}$$

Результаты моделирования представлены на рис. 6 и 7.

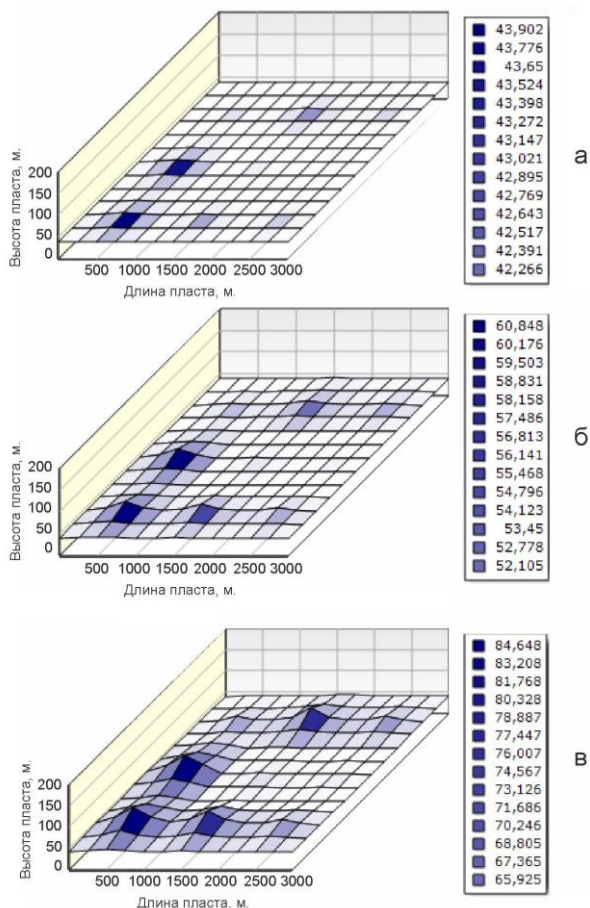


Рис. 6. Динамика поверхности ГВК за 30 (а), 90 (б), 180 (в)

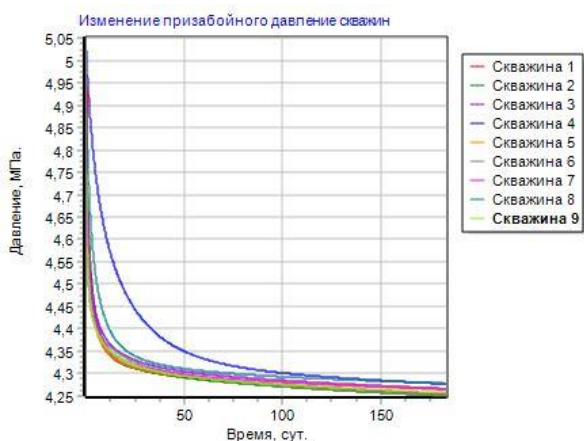


Рис. 7. Изменение призабойного давления скважин за 180 суток

Полученные данные указывают на сильное влияние неоднородности пласта на динамику продвижения поверхности газовой контактной к скважинам. На рис. 6 видно, что в различных зонах пласта динамика продвижения поверхности газовой контактной к скважинам сильно различается. Также, из рис. 7 видно, что динамика изменения пластового давления в призабойных зонах разных скважин разная. Разработанная модель системы мониторинга пластового давления станет основой пространственно-распределенной системы автоматического управления пластовым давлением, целью которой будет поддержание пластового давления в призабойных зонах пласта в соответствии с технологическими требованиями.

## V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная математическая модель системы мониторинга позволяет прогнозировать динамику изменения пластового давления в призабойной зоне скважин и динамику продвижения плоскости газовой контактной.

Также, на основе разработанной математической модели можно создать пространственно-распределенную систему автоматического управления пластовым давлением, которая позволит учесть фактор неоднородности пласта при формировании управляющего воздействия.

## БЛАГОДАРНОСТЬ

Выражаем благодарность Першину Ивану Митрофановичу (доктору технических наук, профессору, действительному члену РАЕН) и Ильюшину Юрию Валериевичу (доктору технических наук, доценту).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Litvinenko V.S. Assessment of the role of the state in the management of mineral resources / Litvinenko V.S., Petrov E.I., Vasilevskaya D.V., Yakovenko A.V., Naumov I.A., Ratnikov M.A. // Journal of Mining Institute. 2022. V. 000. S. 1-17. DOI: 10.31897/PMI.2022.100
- [2] Ereemeeva A.M., Piyashenko I.S., Korshunov G.I. The possibility of application of bioadditives to diesel fuel at mining enterprises Mining Informational and Analytical Bulletin. 2022. №10. pp. 39-49. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2022\_101\_0\_39
- [3] Morozov K.V. (2013). Key approaches to the advance degassing of coal beds of the promising Kuzbass deposits. Journal of Mining Institute, 205, 125. Retrieved from <https://pmi.spmi.ru/index.php/pmi/article/view/5505>
- [4] Stroykov G.A., Babyr N.V., Ilin I.V., & Marchenko R.S. (2021). System of comprehensive assessment of project risks in energy industry. International Journal of Engineering, Transactions A: Basics, 34(7), 1778-1784. doi:10.5829/IJE.2021.34.07A.223
- [5] Лапук Б.Б. Теоретические основы разработки месторождений природных газов. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002, 296 стр.
- [6] Стрижов И.Н., Ходанович И.Е. Добыча газа. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 376 стр.
- [7] Kukharova, T.V., Pershin, I.M. Conditions of Application of Distributed Systems Synthesis Methods to Multidimensional Object. 2018 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon 2018, 2018, 8602749. DOI: 10.1109/FarEastCon.2018.8602749.
- [8] Piyushin Y., Afanaseva O. Spatial Distributed Control System Of Temperature Field: Synthesis And Modeling (2021) ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, 16 (14), pp. 1491-1506.
- [9] Martirosyan A.V., Piyushin Y.V. Modeling of the Natural Objects' Temperature Field Distribution Using a Supercomputer. Informatics 2022, 9,62. <https://doi.org/10.3390/informatics9030062>
- [10] Martirosyan A.V., Martirosyan K.V., Grudyaeva E.K., Chernyshev A.B. "Calculation of the Temperature Maximum Value Access Time

- at the Observation Point," 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus), 2021, pp. 1014-1018.
- [11] Kukharova T.V., Ilyushin Y.V., Asadulagi M.-A.M. Investigation of the OA-300M Electrolysis Cell Temperature Field of Metallurgical Production. *Energies* 2022, 15, 9001. <https://doi.org/10.3390/en15239001>
- [12] Olga Afanaseva, Oleg Bezyukov, Dmitry Pervukhin, Dmitry Tukeev. Experimental Study Results Processing Method for the Marine Diesel Engines Vibration Activity Caused by the Cylinder-Piston Group Operations. // *Inventions* 2023, 8(3), 71; <https://doi.org/10.3390/inventions8030071>
- [13] Martirosyan A.V., Martirosyan K.V., A. M. Mir-Amal, Chernyshev A.B. "Assessment of a Hydrogeological Object's Distributed Control System Stability," 2022 Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus), 2022, pp. 768-771, doi: 10.1109/ElConRus54750.2022.9755601.
- [14] Martirosyan A.V., Kukharova T.V., Fedorov M.S. "Research of the Hydrogeological Objects' Connection Peculiarities," 2021 IV International Conference on Control in Technical Systems (CTS), 2021, pp. 34-38.
- [15] Pershin I.M., Kukharova T.V., Tsapleva V.V. Designing of distributed systems of hydrolithosphere processes parameters control for the efficient extraction of hydromineral raw materials. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, 1728(1), 012017. DOI 10.1088/1742-6596/1728/1/012017.
- [16] Pershin I.M., Papush E.G., Malkov A.V., Kukharova T.V., Spivak A.O. Operational Control of Underground Water Exploitation Regimes. *Proceedings of 2019 3rd International Conference on Control in Technical Systems, CTS 2019*, 2019, pp. 77–80, 8973323. DOI: 10.1109/CTS48763.2019.8973323.
- [17] Asadulagi, M.-A.M. Ilyushin, Y.V. Development of a distributed control system for the hydrodynamic processes of aquifers, taking into account stochastic disturbing factors. // *Water (Switzerland)*, 2023, 15(4), 770.
- [18] Asadulagi M.M. Simulation of the control system for hydrodynamic process with random disturbances / M.M. Asadulagi, G.V. Ioskov // *Topical Issues of Rational Use of Natural Resources - Proceedings Of The International Forum-Contest of Young Researchers*, 2018, St. Petersburg, 2018. St. Petersburg, 2019. P. 399-405.
- [19] Asadulagi M.M. The Use of Distributed and Lumped Type Controllers for the Hydro-lithospheric Process Control System of the Kislovodskoye Field / M.M. Asadulagi, O.S. Vasilkov // *Proceedings of 2019 3rd International Conference on Control in Technical Systems, CTS 2019*, St. Petersburg, October 30 – November 1, 2019. – St. Petersburg: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2019. P. 7-10. DOI 10.1109/CTS48763.2019.8973272.
- [20] Asadulagi M.M. Synthesis of Lumped and Distributed Controllers for Control System of Hydrodynamic Process / M.M. Asadulagi, G.V. Ioskov, E.V. Tronina // *2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon 2019*, Vladivostok, 1–4 Oct. 2019. Vladivostok: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2019. P. 8933859. DOI 10.1109/FarEastCon.2019.8933859.
- [21] Ilyushin Y.V. Development of a Process Control System for the Production of High-Paraffin Oil. *Energies* 2022, 15, 6462. <https://doi.org/10.3390/en15176462>
- [22] Ilyushin Y.V. & Fetisov Vadym. (2022). Experience of virtual commissioning of a process control system for the production of high-paraffin oil. *Scientific Reports*. 12. 1-11. <https://doi.org/10.1038/s41598-022-21778-0>.
- [23] Litvinenko V.S. & Dvoynikov M.V. (2020). Methodology for determining the parameters of drilling mode for directional straight sections of well using screw downhole motors. *Journal of Mining Institute*, 241, 105. <https://doi.org/10.31897/pmi.2020.1.105>
- [24] Petrakov D.G., Penkov G.M. & Zolotukhin A.B. (2022). Experimental study on the effect of rock pressure on sandstone permeability. *Journal of Mining Institute*, 254, 1-8. <https://doi.org/10.31897/PMI.2022.24>
- [25] Lyons W. *Working Guide to Reservoir Engineering*. 2010. Elsevier. ISBN: 978-1-85617-824-2.
- [26] SatterAbdus, Iqbal M. Ghulam, Buchwalter L. James. *Practical enhanced reservoir engineering*. Tusla, 2008.