Экспериментальное тестирование эвристических методов решения задач векторной упаковки грузов в контейнеры

М. С. Есин[1], А. А. Корепанова[2], А. А. Сабреков[3]

[1,2,3] *Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук (СПб ФИЦ РАН), Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации Российской академии наук (СПИИРАН)*

[1]mse@dscs.pro, [2]aak@dscs.pro, [3]aas@dscs.pro

***Аннотация*. В статье рассматривается концепция агрегатора калькуляторов стоимости перевозки грузов, которые предназначены для автоматического расчета стоимости по параметрам груза и пунктам отправки и доставки. В рамках повышения функциональности агрегатора актуальна задача эффективного распределения грузов по партиям, которая сводится к NP-трудной задаче дискретной оптимизации – упаковки грузов в контейнеры. Приведены постановки задачи упаковки в одномерном и трехмерном пространствах, а также в пространстве векторов-грузов. Проведен сравнительный анализ эвристик размещения и сортировки для постановки задачи в одномерном случае, потенциально применимых для решения задачи в трехмерном пространстве.**

Ключевые слова: задача упаковки-раскроя, NP-трудные задачи, эвристическая оптимизация, разработка веб-сервисов

I. Введение

Важным направлением развития современной логистики является цифровизация процессов. Переход на автоматизированные логистические системы, исключая влияние человеческого фактора, решает множество задач, например, повышает эффективность складских помещений или оптимизирует маршруты доставки. Кроме того, многие логистические компании развивают автоматизированные калькуляторы – продукты, созданные с целью упрощения доступа к предложениям компании. Такой калькулятор доставки может быть предложен клиентам компаниями для предварительного расчета стоимости перевозки по габаритам и весу груза, а также начальной и конечной точке.

Автоматизированность калькуляторов позволяет клиентам компании самостоятельно рассчитывать стоимость доставки без телефонных звонков и иных обращений в компанию. Точность полученных сроков и стоимости доставки груза зависит от актуальности тарифов, используемых при расчете, а также точности измерения грузов, поэтому калькуляторы доставки можно считать автоматизированной альтернативой обращению в компанию. Подробная концепция калькуляторов доставки была описана в исследовательской работе на конференции ИБРР-2021 [1].

На базе лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики (ТиМПИ) СПб ФИЦ РАН развивается логистический портал Cargotime.ru, одним из разделов которого является агрегатор калькуляторов, который консолидирует данные о доставке с 40 сайтов компаний, предоставляя разнородные коммерческие предложения в едином формате.

Калькуляторы компаний часто не предоставляют возможность ввести информацию о каждом грузе отдельно, учитывая для расчета только общие габариты партии груза. Однако, когда известны только суммарные объем и вес партии, резко падает точность расчета калькуляторов по сравнению с вводом грузов по отдельности. К тому же неясно, как делить на меньшие части партию грузов, заданную общим объемом и весом, если её габариты превышают лимиты компании на объём контейнера, в котором перевозится одна партия. Во избежание подобных ситуаций грузы в калькуляторе сервиса Cargotime.ru вводятся только по отдельности.

В связи с этим существует потребность в эффективном распределении грузов по партиям таким образом, чтобы соблюдались лимиты размеров партии, и при этом партия заполняла максимально возможное свободное пространство в контейнере. Калькулятор рассчитывает стоимость каждой отдельной партии и в результате клиент будет получать более точный расчёт стоимости перевозки своей партии грузов, что позволит ему выбрать наиболее выгодный вариант из предлагаемых разными перевозчиками.

В статье рассмотрены эвристические подходы к решению экстремальной задачи упаковки грузов в контейнеры, к которой сводится задача эффективного распределения грузов по партиям.

II. Обзор литературы

Задача эффективного распределения грузов по контейнерам относится к задачам дискретной оптимизации [2] и сводится к классу задач оптимизации раскроя, покрытия и упаковки. Методы решения таких задач находят применение в сталепрокатной и бумажной промышленности, в складских предприятиях и даже в компьютерных науках [3].

Одними из первых задачу оптимизации ресурсов в 40-ых и 50-ых решали советские ученые Л. В. Канторович и В. А. Залгаллер [4] [5] и американские ученые Gilmore и Gomory [8] [9] в 60-ых.

Классификации задач оптимизации упаковки была предложена несколькими группами ученых. В 1971 году Канторовичем и Залгаллером в [6] была представлена первая классификация, основанная на статьях отечественных авторов. В 1990 году Dyckhoff в [10] предложил первую всемирно принятую классификацию задач упаковки-раскроя, основанную на четырех признаках: размерности пространства грузов, характере оптимизации, количестве контейнеров и кратности грузов.

В 1979 году была доказана NP-трудность нахождения оптимального решения в подобных задачах [7], после чего исследователи в этой области сконцентрировались на разработке приближенных алгоритмов.

Таким образом, проблема эффективной упаковки грузов как NP-трудная задача оптимизации решается уже на протяжении более полувека и остается актуальной темой для исследования ввиду своей практической значимости.

Из-за особенностей области применения задачи эффективной упаковки грузов, описанных ниже, в данной работе исследуется поведение распространенных методов решения задачи упаковки на разных классах тестов, характеризующихся кратностью каждого типа грузов и количеством уникальных грузов в наборе с целью дальнейшего их применения для более сложных, метаэвристических методов.

III. Формулировка задач

A. *Bin-Packing-Problem (BPP)*

Задача упаковки в контейнеры (*Bin Packing Problem*) была сформулирована в [7] в следующем виде.

Имеется конечное множество грузов, а также вместимость контейнера B. На множестве грузов определена числовая функция, ставящая в соответствие каждому грузу число – его размер.

Требуется найти такое разбиение грузов на множества, чтобы для каждого множества сумма значений весовой функции грузов не превосходила вместимость B, при этом число множеств в разбиении нужно минимизировать.

В соответствии с классификацией задач упаковки и раскроя [10], задача BPP решается в одномерном случае и нацелена на минимизацию контейнеров при использовании нескольких одинаковых контейнеров.

B. *Vector-Bin-Packing-Problem (VBPP)*

Однако в случае распределения грузов необходимо учитывать и вес, и объем грузов, поэтому для моделирования процесса распределения грузов нужно использовать задачу векторной упаковки (*Vector Bin Packing Problem*), которая является обобщением задачи BPP в том смысле, что грузы измеряются не числовой, а векторной функцией, которая характеризует грузы в разных измерениях.

Соответственно, нужно найти такое разбиение грузов на множества, чтобы для каждого множества сумма значений компонентов векторов-грузов не превосходила вместимость контейнера в каждом из измерений.

Одними из первых задачу векторной упаковки сформулировали Garey, Graham, Johnson и Yao [11]. Далее в статье мы будем использовать обозначение 2D-VBPP, подразумевая, что задача учитывает вес и объем грузов в качестве компонентов векторов. Все признаки VBPP из классификации задач упаковки и раскроя, описанной выше, совпадают с BPP.

C. *3D-Bin-Packing-Problem (3D-BPP)*

Задача 2D-VBPP учитывает объем и вес грузов, а также вместимость и грузоподъемность контейнера. Но из того, что для каждого контейнера после упаковки соблюдены ограничения по общему объему и весу, еще не следует, что грузы, будучи объектами в трехмерном пространстве, помещаются в контейнер без самопересечений.

Чтобы гарантировать корректность упаковки, нужно решать задачу ортогональной векторной упаковки в трехмерном случае [12], то есть размещать параллелепипеды-грузы в большие параллелепипеды-контейнеры, при этом учитывая вес грузов и грузоподъемность контейнера. Такую задачу будем называть 3D-BPP. Эта задача будет рассматриваться на следующем шаге, данная статья же посвящена рассмотрению более простого случая: 2D-VBPP.

IV. Анализ методов решения

Точные алгоритмы, такие как полный перебор [13] или метод ветвей и границ [14], так или иначе, перебирают все или часть от множества возможных решений и получают оптимальное решение, но не всегда быстро, что критично, учитывая то, что от скорости распределения грузов зависит время выполнения всего запроса клиента. Поэтому для решения BPP, 2D-VBPP и 3D-BPP в контексте получения приближенного решения в кратчайшие сроки было решено применять эвристические и метаэвристические методы, работающие за приемлемое полиномиальное время.

К тому же, важен особый контекст задачи. Во-первых, сильно ограничено количество видов грузов, которые может ввести пользователь: это связано с тем, что зачастую упакованные грузы крепятся к деревянным поддонам фиксированных размеров или помещаются в стандартные коробки. Во-вторых, как следствие, повышается кратность грузов, то есть количество одинаковых грузов в партии. Учесть эти факторы при переборе решений достаточно сложно. Как мы увидим далее, приведенные ниже эвристики по-разному реагируют на изменение кратности и количества типов грузов, что позволяет подстраиваться под входные данные, выбирая подходящую эвристику.

V. Эвристические методы для BPP и 2D-VBPP

Эвристики для задач упаковки, рассмотренные в рамках статьи, можно разделить на два типа: эвристики сортировки и эвристики размещения. Их композиция является итоговой эвристикой, применимой для набора грузов, которая возвращает разбиение грузов на партии.

A. *Эвристика сортировки*

Эвристика сортировки для BPP заключается в сортировке грузов по их весам. Для 2D-VBPP все немного сложнее: требуется задать линейный порядок на множестве векторов, для чего выбирается весовая функция, сопоставляющая вектору число. В рамках статьи для 2D-VBPP были рассмотрены следующие эвристики сортировки:

- Максимум или минимум из двух измерений приводится в качестве самого простого подхода [14]. Подобные весовые функции не учитывают оба измерения.

- Произведение элементов учитывает оба измерения, поэтому фактор случайности играет здесь меньшую роль по сравнению с предыдущим подходом [16].

- Линейная комбинация с усредненными коэффициентами позволяет оценивать вклад каждого из измерений на основе среднего значения этого измерения по всем грузам [16].

- Суррогатная весовая функция заточена именно на 2D-VBP и, как и предыдущий подход, позволяет учитывать оба измерения [17]. Функция выражается как:

$$S_j = aW_j + (1 - a) V_j, \text{ где}:$$
$$a = \sum_j \frac{W_j}{\sum_i (W_i + V_i)},$$
$$W_j - \text{вес } j\text{-ого груза}, V_j - \text{объем } j\text{-ого груза},$$
$$S_j - \text{значение весовой функции } j\text{-ого груза}$$

B. Эвристика размещения

Эвристика размещения для задач BPP и 2D-VBPP состоит из выбора подходящего контейнера для упаковки текущего груза, порядок которых выбран эвристикой сортировки.

Одна из эвристик размещения – First-Fit-Decreasing [18] – заключается в следующем. Грузы сортируются по убыванию значения весовой функции, далее текущий груз помещается в первый контейнер, у которого есть свободное для него место.

Одним из улучшений FFD является Modified-First-Fit-Decreasing [19]. Грузы предварительно разбиваются на 4 класса по значению весовой функции:

- грузы > ½ и ≤ 1 от вместимости контейнера
- грузы > ⅓ и ≤ ½ от вместимости контейнера
- грузы > ⅙ и ≤ ⅓ от вместимости контейнера
- остальные грузы

В каждом контейнере может находиться не более одного груза из первого класса, не более двух грузов из второго класса и не более четырех из третьего класса, при этом в контейнере не могут быть представители всех трех классов.

На первом этапе алгоритма для каждого груза из первого класса резервируется свой контейнер. На втором этапе для каждого контейнера по убыванию заполненности пытаются поместить самый большой нераспределенный груз из второго класса или пару самых больших нераспределенных грузов из третьего класса. На третьем этапе в каждый из контейнеров пытаются поместить оставшиеся грузы из третьего класса. Для оставшихся грузов применяется FFD.

Эвристические методы решения задачи 3D-BPP, которая представляет наибольший интерес, часто схожи с эвристическими методами для BPP и 2D-VBPP [12], [15]. В [20] для решения 3D-BPP без учета веса применяется генетический алгоритм на основе решений, полученных с помощью эвристик. Важно провести сравнительный анализ эвристик для 2D-VBPP, потому что представляется возможным переиспользовать их в метаэвристических методах решения 3D-BPP (с учетом веса).

VI. Тестирование и анализ

Для оценки работы алгоритмов размещения и сортировки на одинаковых входных данных были протестированы все 8 комбинаций двух эвристик размещения и четырех эвристик сортировки. Для тестирования было разработано 9 классов тестов, характеризующиеся по количеству типов грузов, то есть количеству уникальных по весу и объему грузов в наборе, и кратности грузов.

Тесты для каждого из классов были сгенерированы случайно в соответствии с характеристиками классов, приведенных ниже, всего для каждого из классов тестов было сгенерировано 100 тестов.

Из-за того, что найти точное решение за приемлемое время методом полного перебора можно только для очень малого числа случаев, решения алгоритмов сравниваются не с точным решением, а между собой. В зависимости от результатов, полученных на определенном тесте, алгоритмам присваивалось от 0 до 7 баллов: 7 баллов за лучший результат, 0 – за худший. Причем, если несколько алгоритмов показали одинаковый, например, третий результат, то всем присваивается 5 баллов. Таким образом, на одном классе тестов алгоритм может получить от 0 до 700 баллов.

A. Кратность и количество типов грузов

Границы количества типов и кратности типов для 9 классов приведены на рис. 1. Размеры каждого груза для всех 9 классов не превышают размеры контейнера.

№ класса	Классы тестов	Min количество	Max количество	Min кратность	Max кратность
1	Высокая кратность, низкое количество типов	3	6	350	450
2		7	9	150	200
3		10	12	75	125
4	Средняя кратность, среднее количество типов	12	15	30	60
5		18	25	18	25
6		30	60	12	15
7	Низкая кратность, высокое количество типов	75	125	10	12
8		150	200	7	9
9		350	450	4	6

Рис. 1. Границы тестовых классов для изучения корреляции результатов с кратностью типов

Границы подобраны так, что высокая кратность типов грузов влечет за собой низкое число типов, а низкая кратность — высокое число типов. Результаты на тестовых подклассах со средней кратностью и средним числом типов не должны сильно отличаться от результатов на классах с высокой (низкой) кратностью и высоким (низким) количеством типов, не представленных в этом наборе классов. Тесты в подобных классах отличаются только общим количеством грузов, при этом отношение между кратностью и количеством типов сохраняется.

Перейдем непосредственно к результатам тестирования. Для 1-ого класса тестов результаты представлены на рис. 2. На нем и далее вертикальная ось отвечает за количество полученных баллов, а горизонтальная ось — за использованную эвристику сортировки, где avg_sum_dim, max_dim, prod_dim и surrogate_weight — среднее по компонентам, максимум по компонентам, произведение компонентов и суррогатная весовая функция соответственно.

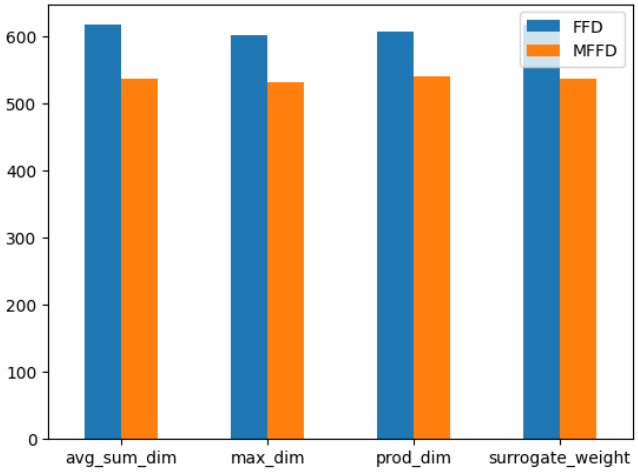

Рис. 2. Результаты работы алгоритмов на 1-ом классе тестов

В целом, алгоритмы, использующие FFD, работают лучше, чем использующие MFFD, причем результаты почти не зависят от выбора эвристики сортировки.

По мере уменьшения кратности (рис. 3) картина меняется: на 3-ем классе тестов MFFD начинает работать лучше FFD, причем в комбинации с FFD лучше себя проявляют эвристики сортировки, использующие оба измерения, то есть все, кроме max_dim.

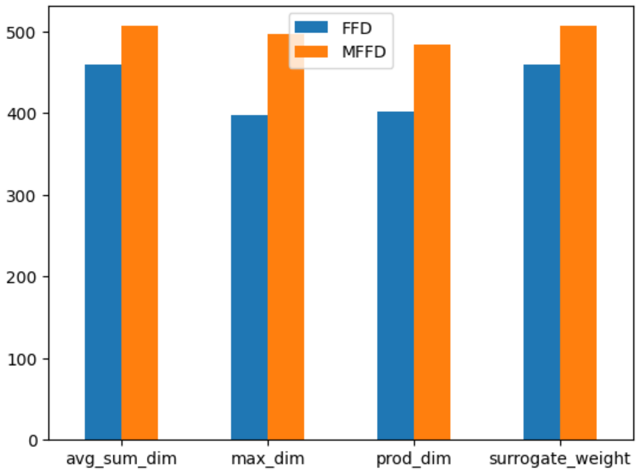

Рис. 3. Результаты работы алгоритмов на 3-ем классе тестов

Тенденция, полученная для 3-его класса тестов, сохраняется и для других классов по мере уменьшения кратности, на рис. 4 приведены результаты для 6-ого класса, а на рис. 5 – результаты для 9-ого класса тестов:

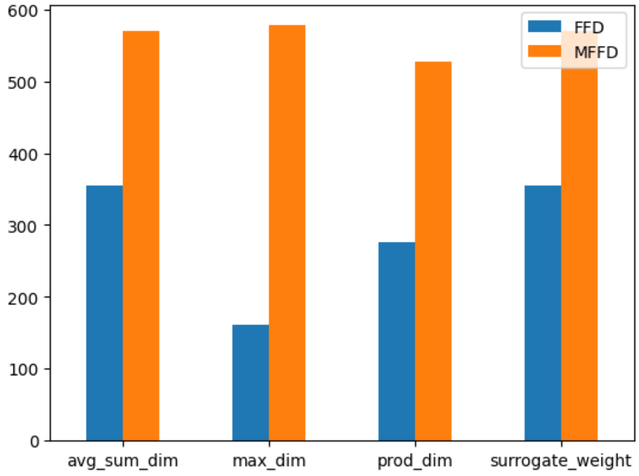

Рис. 4. Результаты работы алгоритмов на 6-ом классе тестов

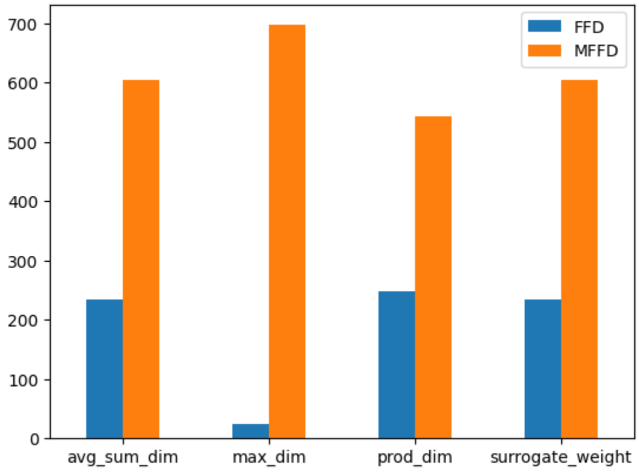

Рис. 5. Результаты работы алгоритмов на 9-ом классе тестов

Примечательно, что эвристика сортировки по максимуму из компонентов ведет себя абсолютно противоположно при разных эвристиках размещения: при FFD это однозначно худший из алгоритмов, а при MFFD – лучший.

B. Выводы

Из результатов тестирования следует, что универсального эвристического алгоритма среди рассмотренных нет, потому что одни хорошо работают на одних входных данных, а другие – на других. Имеет смысл определять класс входных данных, опираясь на отношение между кратностью типов и количеством типов, чтобы использовать подходящие эвристики и добиваться наилучших результатов. Потенциально, подобная классификация входных данных может использоваться в метаэвристических подходах к решению задач 2D-VBPP и 3D-BPP.

VII. Заключение

В статье была рассмотрена концепция агрегатора калькуляторов стоимости доставки грузов, позволяющих рассчитывать примерную стоимость доставки грузов без прямого участия компании. Работа агрегатора непрерывно связана с решением экстремальной задачи эффективного распределения грузов по контейнерам. Приведенные эвристические методы решения задач BPP и 2D-VBPP были протестированы на нескольких классах тестов, после чего был сделан вывод о том, что эффективность эвристик зависит от кратности и количества грузов в изначальном наборе. Данные об эффективности приведенных эвристик планируется использовать при оценке метаэвристических подходов к решению задачи 3D-BPP.

Список литературы

[1] Абрамов М. В., Есин М. С. Агрегация сведений и оценка параметров грузовых маршрутов на основе методов машинного обучения в условиях информационного дефицита // ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ РЕГИОНОВ РОССИИ (ИБРР-2021), Материалы XII Санкт-Петербургской межрегиональной конференции, Санкт-Петербург, 2021. С. 328-330.

[2] Леонтьев В. К. Дискретная оптимизация // Журнал вычислительной математики и математической физики, 47:2, 2007. С. 338–352.

[3] Horowitz E., Sahni S. Exact and Approximate Algorithms for Scheduling Nonidentical Processors // ACM vol. 23, iss. 2, 1976, pp. 317–327.

[4] Канторович Л. В. Методы рационального раскроя металла // Производственно-технический бюллетень НК боеприпасов СССР. № 7-8, 1942. С. 21-29.

[5] Канторович Л. В., Залгаллер В. А. Расчет рационального раскроя промышленных материалов. Л.: Лениздат, 1951.

[6] Канторович Л. В., Залгаллер В. А. Рациональный раскрой промышленных материалов. Новосибирск: Наука, 1971. 300 с.

[7] Johnson D. S., Garey M. R. Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness // BELL LABORATORIES MURRAY HILL, NEW JERSEY, 1979.

[8] Gilmore P. C., Gomory R. E. A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem // Journal of Operations Research, INFORMS, vol. 9, 1961, pp. 849-859.

[9] Gilmore P. C., Gomory R. E. The Theory and Computation of Knapsack Functions // Journal of Operations Research, vol. 14, 1966, pp. 1045-1075.

[10] Dyckhoff H. A typology of cutting and packing problems // Journal of Operational Research, vol. 44, 1990, pp. 145-159.

[11] Garey M. R., Graham R. L., Johnson D. S., Yao A. C. Resource Constrained Scheduling as Generalized Bin Packing // Journal of Combinatorial Theory A. 21, 1976, pp. 257–298.

[12] Чеканин В. А. Развитие методов решения задач плотной упаковки объектов произвольной формы и различной размерности: автореферат дис. … докт. техн. наук: 05.01.01 / Москва, Московский гос. технологический университет «СТАНКИН» 2021. 40 с.

[13] Filippi C., Agnetis A., An asymptotically exact algorithm for the high-multiplicity bin packing problem // Journal of Mathematical Programming, vol. 104, 2005, pp. 21-37.

[14] C. R. Spieksma A Branch-and-Bound Algorithm For The Two-Dimensional Vector Packing Problem // Computers Ops Res. vol. 21, No. 1, 1994, pp. 19-25.

[15] Dube E., Kanavathy L., Owave Co Za Optimizing Three-Dimensional Bin Packing Through Simulation // Proceedings of the Sixth LASTED International Conference MODELING, SIMULATION, AND OPTIMIZATION, Gaborone, Botswana, 2006

[16] Panigrahy R., Talwar K., Uyeda L., Wieder U. Heuristics for Vector Bin Packing, Microsoft, 2011.

[17] Caprara A., Toth P. Lower bounds and algorithms for the 2-dimensional vector packing problem // Discrete Applied Mathematics vol. 111, 2001, pp. 231-262.

[18] Dósa G., The Tight Bound of First Fit Decreasing Bin-Packing Algorithm Is $FFD(I) \le 11/9 \ OPT(I) + 6/9$ // Combinatorics, Algorithms, Probabilistic and Experimental Methodologies, First International Symposium, ESCAPE 2007, Hangzhou, China, April 7-9, 2007, pp. 1-11.

[19] Johnson D. S., Garey M. R. A 71/60 theorem for bin packing // JOURNAL OF COMPLEXITY vol. 1, 1985, pp. 65-106.

[20] Xueping L., Zhaoxia Z., Zhang K. A genetic algorithm for the three-dimensional bin packing problem with heterogeneous bins // IIE Annual Conference and Expo 2014, May 2014