

# Вероятностное моделирование затрат на обслуживание материальных активов, широко распространенных в рамках отдельного предприятия

И. В. Некрасов

*Институт проблем управления  
им. В.А. Трапезникова РАН*

ivannekr@mail.ru

В. С. Власов

*АНО ДПО «Корпоративный университет Сбербанка»*

vldmr.vlasov@gmail.com

**Аннотация.** В настоящей работе проведено исследование полноценной вероятностной модели прогнозирования затрат на обслуживание и ремонт различных групп однотипных технических устройств, сосредоточенных в рамках одной учетной бизнес единицы (например – крупное эксплуатирующее предприятие, компания-производитель, отраслевой учетный орган и проч.). Модель опирается на многолетние статистические данные затрат указанного типа, а также учитывает поправки на условия эксплуатации, срок службы и наработку конкретного технического устройства/агрегата. В модели различаются «фоновые» затраты на регулярное обслуживание и «пиковые» финансовые вложения, характерные для устранения крупных поломок. Разработанные расчетные методы прогнозирования затрат обоих типов сведены в единую модель планирования бюджетов.

**Ключевые слова:** материальные активы, стоимость владения, техническое обслуживание, затраты на ремонт, прогнозирование затрат, вероятностная модель, несимметричные распределения вероятности, метод максимального правдоподобия, моделирование событий, поломки оборудования

## I. ВВЕДЕНИЕ

Стоимость владения материальными активами в настоящее время является одним из ключевых факторов, определяющих экономическую эффективность промышленного предприятия [1]. В свою очередь, стоимость владения во многом определяется затратами на техническое обслуживание и ремонт, что делает вопрос прогнозирования данных затрат крайне важным элементом бизнес-планирования. Несмотря на наличие определенного успешного опыта прогнозирования технического состояния устройств и агрегатов [2] (которые, собственно, и составляют активы), финансовые модели планирования затрат на их обслуживание ограничиваются как правило усредненными значениями за несколько предыдущих лет [3]. Однако, подобные методы не учитывают модель старения и износа, зависящую от совокупности факторов, связанных как с изготовлением, так и с эксплуатацией обслуживаемых устройств. Накапливающаяся статистика обслуживания оборудования в автоматизированных системах

управления предприятий [4, 5] позволяет на современном этапе осуществлять более глубокий анализ распределения затрат на временном горизонте его жизненного цикла. В данной статье разработана вероятностная модель, использующая в качестве входных данных многолетнюю выборку исторических данных по затратам на отдельные единицы типового оборудования. Важной особенностью выборки является вариативность за счет большого количества обслуживаемых единиц техники, эксплуатируемых в разных условиях.

## II. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ ЗАТРАТ

### A. Определение интервалов затрат и соответствующих им событий

Модели вероятностного прогнозирования широко применяются в условиях недостаточности информации о параметрах, влияющих на прогнозируемую величину. В частности, прогнозирование финансовых показателей, в том числе затрат, зачастую осуществляется в условиях, когда ключевые влияющие параметры не измеряются, либо их список неполный (прогнозируемая величина определяется неизвестными факторами). В подобных случаях целесообразно использовать модели предсказания поведения самой прогнозной величины без анализа влияющих факторов. Наиболее распространенным подходом в таком случае являются вероятностные или байесовские модели [6]. При этом поведение прогнозируемой величины представляется в виде многошагового случайного процесса, каждый шаг которого имеет счетное количество возможных состояний, каждое из которых характеризуется отдельным уровнем вероятности  $P$ .

Постановка задачи в виде последовательности событий естественным образом определяет дискретную природу прогнозируемой величины по шкале времени:

$$C(t) = \{C_i\}, \quad i = 1, \dots, \frac{T}{\Delta t} \quad (1)$$

Уровень затрат может принимать значение из некоторого непрерывного диапазона, т.к. стоимость конкретного ремонта не регламентирована и определяется «по факту»:

$$C_i \in [0; C_{max}] \quad (2)$$

Непрерывность диапазона стоимости несколько затрудняет сведение прогнозной модели к событийной, т.к. в данном случае нет четкого понимания, как выделить и классифицировать типовые события ремонта из общего потока затрат. Одним из наиболее простых методов является введение интервалов разбиения исходного диапазона стоимости и группировка дискретных событий затрат по их принадлежности к полученным интервалам.

$$C_i \in \left[ \frac{(n-1) \cdot C_{max}}{N}; \frac{n \cdot C_{max}}{N} \right], \quad n = 1, \dots, N \quad (3)$$

После соотнесения каждого исторического значения затрат  $C_i$  с введенной дискретной шкалой (3) можем получить гистограмму распределения затрат по ее интервалам, представленную на рис. 1:

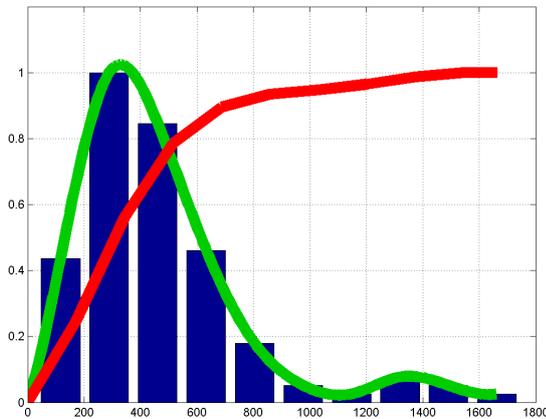


Рис. 1. Гистограмма как приближение плотности распределения затрат

Гистограмма рисунка 1 отражает частоты попадания затрат  $C_i$  в каждый  $n$ -й интервал шкалы, заданной формулой (3). Гистограмма является аппроксимацией функции плотности вероятности [6] величины затрат  $C_i$  на ремонт за определенный  $i$ -й интервал времени  $\Delta t_i$ . Формулы расчета частот и значений плотностей вероятности приведены ниже:

$$v_{n,i} = k_n \left| C_i \in \left[ \frac{(n-1) \cdot C_{max}}{N}; \frac{n \cdot C_{max}}{N} \right] \right.$$

$$p_i(n) = \frac{k_n}{K}$$

где  $k_n$  – количество событий попадания затрат  $C_i$   $i$ -го периода в  $n$ -й интервал затрат шкалы (3);  $K$  – общее количество событий затрат (сеансов обслуживания и ремонта);  $p_i(n)$  – плотность вероятности событий попадания затрат  $C_i$   $i$ -го периода в  $n$ -й интервал затрат шкалы (3).

Вероятность попадания прогнозируемого значения затрат за промежуток времени в заданный  $n$ -й интервал шкалы (3) вычисляется интегрированием функции плотности вероятности по указанному интервалу:

$$P_i(n) = P \left| C_i \in \left[ \frac{(n-1) \cdot C_{max}}{N}; \frac{n \cdot C_{max}}{N} \right] \right. = \int_{n-1}^n p_i(n) dn$$

где  $P_i(n)$  – вероятность попадания затрат  $C_i$   $i$ -го периода в  $n$ -й интервал затрат шкалы (3).

Красная линия на рис. 1 является графической интерпретацией интеграла от функции плотности вероятности, каждая ее точка для аргумента  $C_{зад}$  отображает значение вероятности попадания затрат в интервал  $C_i \in [0; C_{зад}]$ .

#### В. Подбор кривых распределения затрат

На практике, основной задачей вероятностного подхода, описанного в разделе 2.а, является точный подбор кривой распределения рис. 1. При этом, из рисунка видно, что распределение затрат на обслуживание и ремонт является нецентральным левосмещенным распределением с исключительно положительными значениями прогнозируемой переменной. Подобная форма распределения характерна, например, для следующих распределений [7] (для удобства восприятия прогнозируемая переменная затрат обозначена в функциях плотности вероятности как  $x$ ):

- Распределение Вейбулла

Функция плотности вероятности

$$f_{Weibull}(x) = m \cdot \lambda \cdot (\lambda \cdot x)^{m-1} e^{-(\lambda x)^m} \quad (4.а)$$

Функция вероятности

$$F_{Weibull}(x) = 1 - e^{-(\lambda x)^m}$$

- Распределение лог-логистическое

Функция плотности вероятности

$$f_{Log-logistic}(x) = \frac{b}{a} \cdot \frac{(x/a)^{b-1}}{(1 + (x/a)^b)^2} \quad (4.б)$$

Функция вероятности

$$F_{Log-logistic}(x) = \frac{1}{1 + (x/a)^b}$$

- Распределение лог-нормальное

Функция плотности вероятности

$$f_{Log-normal}(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2 \sigma^2}} \quad (4.в)$$

Функция вероятности

$$F_{Log-normal}(x) = \int_0^x f_{Log-normal}(x) dx$$

- Распределение экспоненциальное

Функция плотности вероятности

$$f_{exponential}(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} \quad (4.г)$$

Функция вероятности

$$F_{\text{exponential}}(x) = 1 - e^{-\lambda \cdot x}$$

- Прочие распределения: инвертированное распределение Гаусса, Гамма-распределение, распределение Пирсона 6-го типа и проч.

Следует заметить, что представленный список является далеко неполным. Распределения-кандидаты, рассматриваемые на роль аппроксимации гистограммы затрат определяются исследователем самостоятельно без каких-либо ограничений. Дальнейшие вычисления также применимы к любым распределениям без ограничения общности, однако для краткости в рамках настоящей работы в модель включены только 4 перечисленных выше распределения. Непосредственно подбор наилучшего распределения, аппроксимирующего реальную гистограмму затрат (рис. 1), целесообразно осуществлять в два этапа:

- **Шаг 1:** подбор наилучшей кривой для каждого из рассматриваемых распределений за счет подбора ее оптимальных параметров по критерию максимального правдоподобия [7]:

$$L = \prod_{k=1}^{k_n} f\left(\frac{n \cdot C_{max}}{N}\right) \quad (5)$$

где  $L$  – значение функции правдоподобия;  $f(n \cdot C_{max}/N)$  – значение плотности вероятности в точке затрат  $n \cdot C_{max}/N$ , вычисленное для рассматриваемой теоретической кривой распределения;  $k_n$  – количество событий попадания затрат  $C_i$   $i$ -го периода в  $n$ -й интервал затрат шкалы (3) для исходной гистограммой.

Подбор параметров распределения для каждой из рассматриваемых кривых можно осуществлять любым методом оптимизации [8] по критерию максимизации функции правдоподобия (5). На примере распределения Вейбулла процесс оптимизации кривых распределения представлен следующими формулами:

$$L_{\text{Weibull}}(\lambda, m) = \prod_{n=1}^N \prod_{k=1}^{k_n} f_{\text{Weibull}}\left(\frac{n \cdot C_{max}}{N}\right) \rightarrow \max_{\lambda, m}$$

$$f_{\text{Weibull}}\left(\frac{n \cdot C_{max}}{N}\right) = m \cdot \lambda \cdot \left(\lambda \cdot \frac{n \cdot C_{max}}{N}\right)^{m-1} \cdot e^{-\left(\lambda \cdot \frac{n \cdot C_{max}}{N}\right)^m}$$

Без ограничения общности выводов оптимизация кривых распределения проводилась методом прямого перебора [8] параметров распределений (4.a)–(4.r), представленных в табл. 1.

ТАБЛИЦА I. ПОДБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ КРИВЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Распределение	Ссылка на формулу	Перебираемые параметры
Вейбулла	(4a)	$\lambda, m$
Лог-логистическое	(4б)	$a, b$
Лог-нормальное	(4в)	$\sigma, \mu$
Экспоненциальное	(4г)	$\lambda$

- **Шаг 2:** выбор наилучшего распределения среди оптимизированных на шаге 1 теоретических кривых по интегральному критерию максимальной близости аппроксимированных значений и значений исходной гистограммы [7]:

$$\Delta = \int_{n=1}^N \left| \frac{k_n}{K} - f\left(\frac{n \cdot C_{max}}{N}\right) \right| dn = \sum_{n=1}^N S_n \quad (6)$$

где  $S_n$  – площади, образованные за счет отклонения значения теоретической кривой распределения от значения частоты гистограммы ( $k_n/K$ ) на  $n$ -м интервале

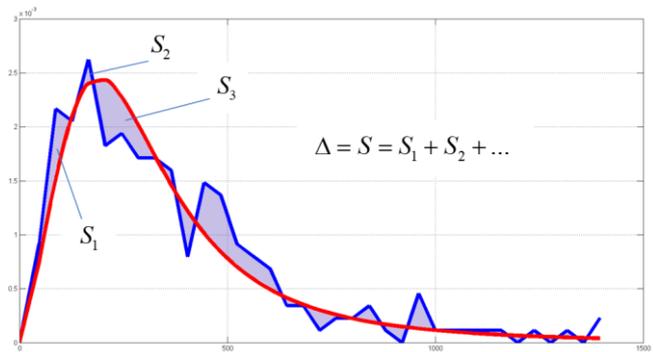


Рис. 2. Выбор кривой распределения по интегральному критерию минимального отклонения от гистограммы эксперимента

Непосредственно выбор наилучшего распределения из кривых-кандидатов, оптимизированных на шаге 1, осуществляется по критерию минимального результирующего отклонения:

$$\Delta \rightarrow \min$$

Выбранное распределение в дальнейшем используется для определения вероятностей возникновения затрат на конкретном сроке эксплуатации единицы техники.

### III. АДАПТАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ КРУПНЫХ РЕМОНТОВ: СОБЫТИЙНАЯ МОДЕЛЬ ВНЕЗАПНЫХ ОТКАЗОВ

Легко заметить, что предложенная в разделе 2 вероятностная модель представляет собой «изолированные» срезы данных о фактических поломках и затратах, понесенных на их устранение. Каждое из полученных распределений характеризует вероятность таких затрат в заданный  $i$ -й интервал времени и не учитывает зависимость последующих периодов эксплуатации от предшествующих событий. Такой подход применим к описанию независимых событий, например, регулярных сеансов технического обслуживания, направленных на поддержание приемлемого уровня технического состояния объекта, выраженного через вероятность безотказной работы.

$$P_{\text{б.а.р.}}$$

Как показано на рисунке 3, естественные процессы износа и старения техники снижают вероятность безотказной работы, в то время как мероприятия по обслуживанию и ремонту направлены на повышение указанной величины.



Рис. 3. Влияние износа и обслуживания оборудования на вероятность безотказной работы

В случае штатной работы и регулярного обслуживания вероятностные распределения затрат и безотказной работы связаны корреляционной зависимостью [9]. Однако, внезапные поломки/отказы техники зависят от других факторов [10] и не прогнозируются прямыми методами на основе затрат. Развитие внезапных отказов как правило прогнозируется специализированными вероятностными моделями, отражающими рост вероятности отказа во времени [10]. Рост вероятности отказа, либо эквивалентного снижения вероятности безотказной работы, может аппроксимироваться разными методами. Например, рассмотрим классическую экспоненциальную модель уменьшения вероятности безотказной работы [9, 10]:

$$P_{\text{б.а.р.}}(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.a)$$

Либо, в виде модели роста вероятности внезапного отказа:

$$P_{\text{отказа}}(t) = 1 - P_{\text{б.а.р.}}(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (7.б)$$

В дискретном виде, когда непрерывная шкала времени заменена на последовательность интервалов эксплуатации согласно формуле (3), экспоненциальный рост вероятности внезапного отказа моделируется в виде серии совместных последовательных событий [6,7]. Пусть вероятность отдельного события внезапного отказа на каждом  $i$ -м интервале одинакова и имеет значение  $P_{\text{отказ}}$ . Каждый последующий  $(i+1)$ -й интервал эксплуатации имеет тот же уровень независимой вероятности внезапного отказа  $P_{\text{отказ}}$ . Тогда вероятность отказа хотя бы на одном из интервалов  $i$  или  $(i+1)$  составит полную вероятность двух совместных событий за исключением случая одновременного отсутствия отказа на обоих интервалах:

$$P_{\text{отказ}}(i, i+1) = 1 - (1 - P_{\text{отказ}})^2$$

Таким образом, рост вероятности отказа за  $I$  интервалов эксплуатации составит:

$$P_{\text{отказ}}(i=1, \dots, I) = 1 - (1 - P_{\text{отказ}})^I \quad (8)$$

Заметим, что формула роста внезапного отказа как дискретного события (8) эквивалентна экспоненциальной непрерывной модели (7.б) и совпадает с ней в интервальных точках  $i=(1, \dots, I)$ .

Для реализации событийной модели крупных ремонтов, связанных с внезапными отказами, необходимо определить само событие «крупный ремонт» в терминах затрат, а также определить вероятность единичного события  $P_{\text{отказ}}$ . При изучении левосмещенных распределений [7] очевидным образом

можно выделить область высоких значений, расположенную в правой части диапазона затрат (так называемые «тяжелые хвосты распределений», рис. 1 и 4). Вероятности выпадения высоких значений затрат в этой части распределения низки, что вполне соответствует определению низкочастотных «крупных» событий. В свою очередь, физический смысл крупных затрат на ремонт как раз означает аварийные повышенные расходы на устранение «нетипичных» поломок/отказов [11].

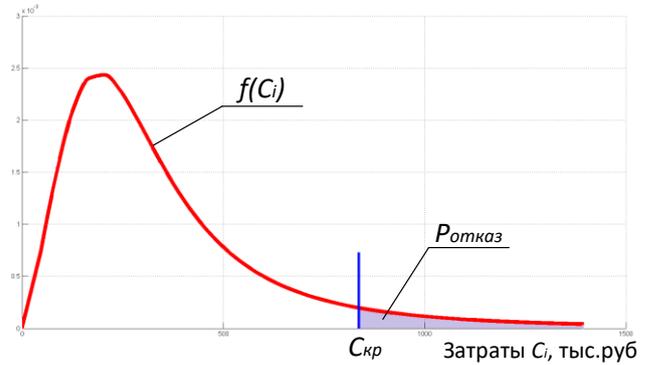


Рис. 4. Область распределения с высокими значениями и низкими вероятностями: выделение внезапных отказов

Следуя вышеописанной логике предлагается определить событие «внезапный отказ» как затраты, превышающие некоторый критический уровень  $C_{\text{кр}}$ , случающиеся разово с некоторой вероятностью, однозначно определяемой по кривой распределения и не превышающей заданного порога  $P_{\text{отказ}}$  (рис. 4). В таком случае, для завершения формирования модели, осталось сформулировать критерий выбора критического уровня затрат  $C_{\text{кр}}$ . Заметим, что с точки зрения статистики затраты выше критического уровня (далее будем называть их пиковыми затратами) могут быть интерпретированы как выбросы в измеренных значениях [12]. Стандартной методикой разделения выбросов и нормальных значений является диаграмма разброса, также известная в литературе под названием «ящик с усами». Как показано в [12], методика определения выбросов основывается на делении области значений на кварталы, вероятность попадания в каждый из которых составляет по 25 %:

$$Q_1 = C_{i_{0.25}} = \frac{n \cdot C_{\text{max}}}{N} \quad \left| \quad P\left(C_i \in \left[0; \frac{n \cdot C_{\text{max}}}{N}\right]\right) = 0.25\right.$$

$$Q_2 = C_{i_{0.5}} = \frac{n \cdot C_{\text{max}}}{N} \quad \left| \quad P\left(C_i \in \left[0; \frac{n \cdot C_{\text{max}}}{N}\right]\right) = 0.5\right.$$

$$Q_3 = C_{i_{0.75}} = \frac{n \cdot C_{\text{max}}}{N} \quad \left| \quad P\left(C_i \in \left[0; \frac{n \cdot C_{\text{max}}}{N}\right]\right) = 0.75\right.$$

В качестве границы выбросов традиционно в статистике принимается величина, отстоящая вправо от третьего квартала на полтора межквартильных расстояния [12], рис. 5:

$$C_{\text{кр}} = Q_3 + 1.5 \cdot (Q_3 - Q_1)$$

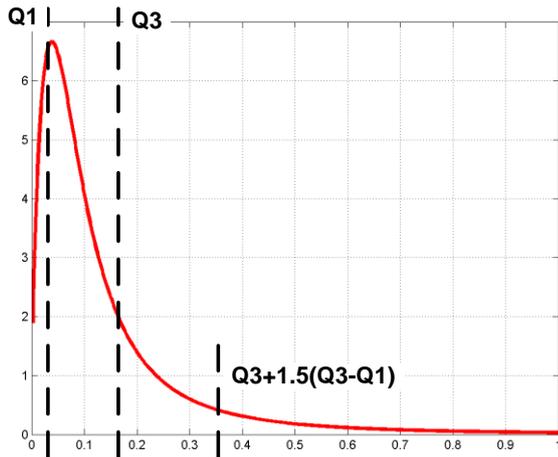


Рис. 5. Выделение выбросов распределения по критерию полуторного межквартильного расстояния

Таким образом, представленные вычисления позволяют однозначно задаться вероятностью внезапных отказов, и проводить моделирование их развития во времени, что обеспечивает событийную связь распределений затрат, найденных статистически для разных временных интервалов эксплуатации техники. Добавление событийной составляющей к распределениям вероятности, найденным в разделе 3, замыкает вероятностную модель затрат и обеспечивает ее применимость для прогнозирования в динамике.

#### IV. ОБСУЖДЕНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МОДЕЛИ: ПРИМЕР НА РЕАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В целом, физическая интерпретация процесса разделения затрат на крупные и регулярные соответствует наличию двух типов ремонтов по каждой единице техники:

- Ремонт с низкими затратами, соответствующие регулярному техническому обслуживанию техники, включая устранение мелких поломок, замену расходных материалов, осмотр и т. п. Зафиксированные затраты данного типа имеют невысокий разброс относительно среднего значения и могут обрабатываться стандартными статистическими методами. В частности, при планировании затрат данного типа удобно пользоваться, например математическим ожиданием величины.
- Ремонт с высокими затратами, соответствующие крупным поломкам основных узлов ТС (например, поломка коробки передач, выработка ресурса двигателя и т. п.). Как подробно разобрано в разделах теории надежности [9, 10], события данного типа являются зависимыми друг от друга во времени. В частности, в [9] показано, что вероятность поломки каждого типа возрастает со временем эксплуатации технического объекта, что обусловлено объективными и неизбежными причинами износа, старения и т. п. Техническая модель развития поломки однозначно интерпретируется математически как возрастание ее вероятности. Моделирование затрат данного

типа осуществляется путем анализа совместных событий на основе прямой байесовской логики [6, 7].

Реализованная вероятностная модель, по сути, представляет собой комбинацию двух перечисленных подходов. Модель содержит набор распределений затрат на ремонт и обслуживание, построенных для отдельных временных интервалов эксплуатации (жизненного цикла) определенного типа оборудования. При этом распределения связываются между собой в единую временную последовательность за счет сквозного процесса развития внезапных отказов, смоделированного байесовской цепью событий. Совокупную модель можно представить трехмерной поверхностью (рис. 6), где по горизонтальным осям откладывается возраст техники и уровень затрат на ее обслуживание и ремонт на планируемый отчетный период времени, а вертикальная ось представляет собой значение вероятности для конкретного события «затраты в ближайший интервал времени находятся в заданных горизонтальной осью границах». Пример такой поверхности для реальных затрат парка оборудования производственной компании представлен на рис. 6:

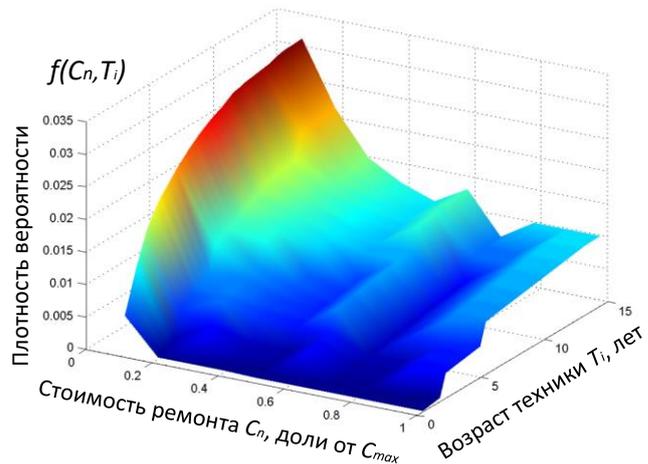


Рис. 6. Поверхность плотности распределения затрат в зависимости от возраста техники

Для использования модели достаточно задать возраст конкретной единицы техники, далее вероятность возникновения затрат в ближайший отчетный интервал времени определяется по соответствующей кривой распределения, которая является сечением поверхности рис. 6 вдоль линии затрат по уровню заданного возраста.

Пример определения затрат по построенной модели:

- Шаг 1: выбрать возраст техники, например,  $T_i = 10$  лет.
- Шаг 2: получить кривую распределения затрат путем сечения поверхности распределения вертикальной плоскостью по выбранному уровню  $T_i$
- Шаг 3: задать интересующий интервал затрат, например,  $C_n \in [0.4 \cdot C_{max}; 0.6 \cdot C_{max}]$ .
- Шаг 4: проинтегрировать кривую распределения шага 2 по выбранным пределам шага 3, получить значение вероятности.

Последовательность шагов 1–4 представлена на рис. 7.

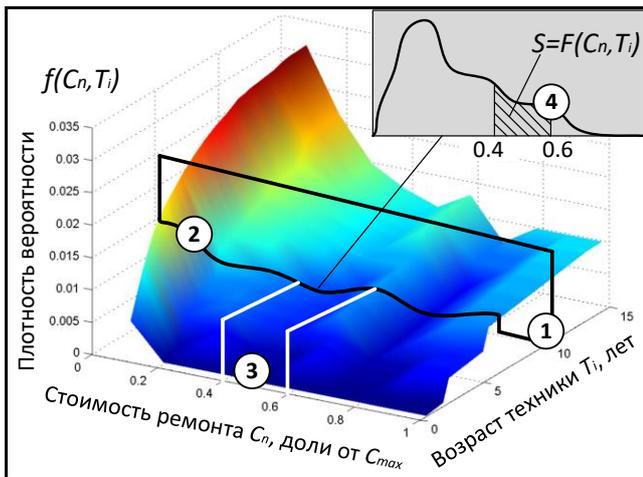


Рис. 7. Применение вероятностной модели затрат на обслуживание и ремонт оборудования (материальных активов)

## V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Технология прогонки вероятностного расчета широко применяется для прогнозирования плохо формализуемых процессов, для которых не определен (или определен не полностью) круг влияющих параметров. В настоящей работе данный подход применен к задаче прогнозирования затрат на ремонт и обслуживания техники, присутствующей в большом количестве в рамках одной хозяйствующей единицы. Большое количество однотипной техники и многолетняя история наблюдения за процессом ее обслуживания являются ключевыми условиями для реализации модели указанного типа, т. к. ее расчеты напрямую базируются на статистических данных.

Полученная модель может применяться для целей бюджетирования затрат на ремонт техники и выступать в качестве обоснования плановых мероприятий по ее обслуживанию. Планирование может осуществляться на любые будущие периоды времени с поправкой на финансовые показатели (инфляция, рост цен и т. п.). С точки зрения финансового планирования и бюджетирования [13] за интервалы времени эксплуатации, применяемые в модели, целесообразно принять стандартные бухгалтерские отчетные периоды (например, квартал или год, в зависимости от назначения построенной модели прогнозирования). В случаях неравномерной эксплуатации вместо временных интервалов удобно пользоваться наработкой техники, которая также легко приводится к временной шкале.

Однако следует заметить, что результаты вычислений предложенной модели носят вероятностный характер, а их точность напрямую зависит от количества наблюдаемых ранее событий каждого типа. Вероятностная модель обладает приемлемой точностью, зависящей от подробности истории наблюдений, однако при наличии полного списка влияющих факторов применение методов прогнозирования непосредственно технического состояния показывает большую эффективность [2].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Сафина Д.М. Управление ключевыми показателями эффективности: учеб. пособие. Казань: Казанский Университет, 2018 г. 123 с. (С. 20-22)
- [2] Садыхов Г.С., Савченко В.П., Сидняев П.И. Модели и методы оценки остаточного ресурса изделий радиоэлектроники. Москва: Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. 382с.
- [3] Управление затратами и контроллинг: учеб. пособие / Никитина Е.Б., Жуковская С.Л. Пермь: Пермский государственный национальный университет. 2019г. 129с. (С.8, С.18)
- [4] 1С:ТОИР Управление ремонтами и обслуживанием оборудования КОРП (<https://solutions.1c.ru/catalog/eam2/features?ysclid=lv01ysnalx652753063>)
- [5] SAP Plant Management: An In-Depth Look at the Key Features and Best Practice (<https://www.saptutorials.in/sap-pm-module/>)
- [6] Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва: Изд. «Высшая школа», 1972. 368 с.
- [7] Н. Джонсон, Ф. Лион. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. Методы обработки данных / пер. с англ. под ред. Э.К. Лецкого. Москва: Мир, 1980. 611 с.
- [8] Аттетков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации. Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 440 с.
- [9] Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ. Москва: Наука, 1965. 524 с.
- [10] Ефремов А.А. Теория надежности: Конспект лекций для студентов ИнЭО, обучающихся по направлению 220400 «Управление в технических системах». Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2015г. 83 с.
- [11] Положение о планировании и учете затрат по эксплуатации и ТОиР Группы компаний «Россети» ([https://www.rossetivolga.ru/i/files/2021/2/4/polozhenie\\_o\\_planirovani\\_i\\_uchete\\_zatrat\\_po\\_ekspluatatsii\\_i\\_toir.pdf](https://www.rossetivolga.ru/i/files/2021/2/4/polozhenie_o_planirovani_i_uchete_zatrat_po_ekspluatatsii_i_toir.pdf))
- [12] ГОСТ Р ИСО 16269-4-2017. Статистические методы. Статистическое представление данных. Часть 4: Выявление и обработка выбросов.
- [13] Бухгалтерский учет: учебное пособие / Ильшева Н.Н., Синянская Е.Р., Савостина О.В. Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 2016г. 156 с. (С.62, С.108)