

Синтез методов инвариантного погружения и динамического поверхностного управления нелинейными неопределенными объектами

Зуи Хань Нгуен, В. В. Путов, В. Н. Шелудько, Т. Л. Русяева

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

khanhnguyen.mta@gmail.com

Аннотация. В докладе рассматривается современный метод синтеза адаптивных регуляторов для нелинейных объектов с неопределенными параметрами, представленных в нижнетреугольной форме. Адаптивная система управления разрабатывается на основе комбинации метода обхода интегратора с использованием фильтров нижних частот первого порядка (или метода динамического поверхностного управления) и метода инвариантного погружения, основанного на аттрактивности инвариантных многообразий. Оценивание неизвестных параметров посредством метода инвариантного погружения позволяет в системе управления избегать нежелательных переходных процессов, возникающих из-за непредсказуемого динамического поведения традиционных законов настройки параметров при синтезе адаптивного управления. Методом функций Ляпунова доказывается устойчивость (робастность) замкнутой системы. Результаты моделирования в программной среде MATLAB/Simulink численного примера адаптивной системы управления неопределенным нелинейным объектом третьего порядка демонстрируют эффективность предлагаемой схемы управления.

Ключевые слова: адаптивное управление; метод обхода интегратора; метод инвариантного погружения; метод адаптивного управления на многообразии; нижнетреугольная форма; сложный нелинейный объект; параметрическая неопределенность; моделирование

I. ВВЕДЕНИЕ

Начиная с 70-х – 90-х годов прошлого века достижения теории управления проложили пути новому направлению – синтезу адаптивных систем. За последние несколько десятилетий теория адаптивного управления получила чрезвычайно мощное развитие в области решения проблем управления сложными нелинейными объектами [1–3]. При синтезе адаптивного управления часто предполагается, что неизвестные параметры системы постоянны, т. е. адаптивное управление строится в условиях параметрической неопределенности. Наиболее распространенные методы адаптивного управления зачастую синтезируются по принципу, согласно которому используется оценка неизвестных параметров в регуляторах вместо их фактических значений и устраняются компоненты, включающие неопределенные параметры в производных по времени выбранных функций Ляпунова, что приводит к созданию адаптивных законов настройки параметров. Однако сходимость оценок параметров к их фактическим значениям существует только при выполнении условия

неисчезающего возбуждения, накладываемого на управляющие воздействия. Кроме того, остаются проблемы, связанные с робастностью адаптивных регуляторов, которая приводит к ухудшению качества систем управления при быстроизменяющихся во времени неизвестных параметрах, или даже к потере устойчивости при действии неизвестных внешних возмущений.

Принцип инвариантного погружения (I&I) представляет собой новый подход к разработке нелинейных и адаптивных регуляторов и нелинейных наблюдателей для нелинейных систем в условиях неопределенности, построенный на основе понятий инвариантного погружения системы и аттрактивности многообразия. Данный метод обладает тем преимуществом, что в нем отсутствует необходимость предварительного определения функций Ляпунова для синтеза регуляторов или наблюдателей. Этот метод также не требует явного выполнения условий непосредственной компенсации или линейной параметризации объекта. Кроме того, для оценки неизвестных параметров, в отличие от традиционных методов адаптивного управления, в закон настройки параметров вводится дополнительный нелинейный компонент, что позволяет гибко строить динамику ошибок оценивания для сложных нелинейных систем в условиях неопределенности параметров. [4–7]

На основе приведенного выше анализа в докладе рассматривается задача разработки адаптивной системы на базе метода обхода интегратора с использованием фильтров нижних частот первого порядка (или на основе динамического поверхностного управления [8]) и метода инвариантного погружения. Для доказательства эффективности предлагаемого метода инвариантного погружения проводится сравнительное исследование разработанной системы управления с системой управления, построенной на основе метода адаптивного обхода интегратора с использованием функций настройки.

II. ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ НЕЛИНЕЙНОГО ОБЪЕКТА МЕТОДОМ ИНВАРИАНТНОГО ПОГРУЖЕНИЯ

Рассмотрим нелинейный объект управления вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + x_1^2 \theta_1; \\ \dot{x}_2 = \sin(x_1) + x_2^2 + x_3 + (x_2^2 + 1) \theta_2; \\ \dot{x}_3 = u + x_3 \theta_3, \end{cases} \quad (1)$$

где $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ – неизвестные постоянные параметры.

Перепишем систему (1) в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \varphi_1(x_1)\theta_1; \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2) + x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)\theta_2; \\ \dot{x}_3 = u + \varphi_3(x_1, x_2, x_3)\theta_3; \\ y = x_1, \end{cases} \quad (2)$$

где $\varphi_1(x_1) = x_1^2$; $\varphi_2(x_1, x_2) = (x_2^2 + 1)$; $\varphi_3(x_1, x_2, x_3) = x_3$; $f_2(x_1, x_2) = \sin(x_1) + x_2^2$; y – выходная переменная.

Пусть ошибки оценивания неизвестных параметров системы имеют вид:

$$\sigma_i = \hat{\theta}_i - \theta_i + \beta_i(x_i), \quad i = 1, 2, 3. \quad (3)$$

где $\hat{\theta}_i$ – оценка неизвестного параметра θ_i ; $\beta_i(x_i)$ – гладкая функция.

Динамика ошибок оценивания неизвестных параметров записывается следующей системой:

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_1 = \dot{\hat{\theta}}_1 + \frac{\partial \beta_1}{\partial x_1}(x_2 + \varphi_1\theta_1); \\ \dot{\sigma}_2 = \dot{\hat{\theta}}_2 + \frac{\partial \beta_2}{\partial x_2}(f_2 + x_3 + \varphi_2\theta_2); \\ \dot{\sigma}_3 = \dot{\hat{\theta}}_3 + \frac{\partial \beta_3}{\partial x_3}(u + \varphi_3\theta_3). \end{cases} \quad (4)$$

Выберем закон настройки как

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_1 = -\frac{\partial \beta_1}{\partial x_1}(x_2 + \varphi_1(\hat{\theta}_1 + \beta_1)); \\ \dot{\hat{\theta}}_2 = -\frac{\partial \beta_2}{\partial x_2}(f_2 + x_3 + \varphi_2(\hat{\theta}_2 + \beta_2)); \\ \dot{\hat{\theta}}_3 = -\frac{\partial \beta_3}{\partial x_3}(u + \varphi_3(\hat{\theta}_3 + \beta_3)). \end{cases} \quad (5)$$

Из систем (4) и (5) получим уравнение

$$\dot{\sigma}_i = -\frac{\partial \beta_i}{\partial x_i} \varphi_i \sigma_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (6)$$

Выберем β_i как [7]

$$\begin{cases} \beta_1 = \gamma_1 \int_0^{x_1} \chi^2 d\chi = \gamma_1 \frac{x_1^3}{3}; \\ \beta_2 = \gamma_2 \int_0^{x_2} (\chi^2 + 1) d\chi = \gamma_2 \left(\frac{x_2^3}{3} + x_2 \right); \\ \beta_3 = \gamma_3 \int_0^{x_3} \chi^3 d\chi = \gamma_3 \frac{x_3^4}{4}, \end{cases} \quad (7)$$

где $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 > 0$ – положительные числа.

Тогда система (6) преобразуется к следующему виду:

$$\dot{\sigma}_i = -\gamma_i \varphi_i^2 \sigma_i, \quad i = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Очевидно, что система (8) является линейной нестационарной.

Рассмотрим функцию Ляпунова вида

$$V_0 = \frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2). \quad (9)$$

Ее производная по времени выражается как

$$\dot{V}_0 = \sigma_1 \dot{\sigma}_1 + \sigma_2 \dot{\sigma}_2 + \sigma_3 \dot{\sigma}_3 = -\gamma_1 \varphi_1^2 \sigma_1^2 - \gamma_2 \varphi_2^2 \sigma_2^2 - \gamma_3 \varphi_3^2 \sigma_3^2 \leq 0. \quad (10)$$

Из (9) и (10) нетрудно заметить, что ошибки оценивания неизвестных параметров σ_i ограничены и функции $\varphi_i \sigma_i \in L_2(0, \infty) \quad \forall i \in \{1, 2, 3\}$. Кроме того, если функции φ_i и $\dot{\varphi}_i$ ограничены, т. е. вторая производная функции Ляпунова (9) от времени ограничена, то из леммы Барбалата следует $\varphi_i \sigma_i \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Таким образом получим точные оценки для каждой функции $\varphi_i \theta_i$ в системе (1), которые выражаются как $\varphi_i(\hat{\theta}_i + \beta_i)$, $i = 1, 2, 3$. Если $\varphi_i \neq 0$, то $\sigma_i \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, т. е. получили точные оценки для θ_i , $i = 1, 2, 3$.

III. СИНТЕЗ АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ, ОСНОВАННОЙ НА МЕТОДАХ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕРХНОСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ИНВАРИАНТНОГО ПОГРУЖЕНИЯ

В классе неопределенных нелинейных систем управления широко практикуется метод адаптивного обхода интегратора (Backstepping). Однако этот метод имеет и ощутимые недостатки, затрудняющие его практическое использование, поскольку определяемые на каждом шаге виртуальные управления и виртуальные функции настройки настолько усложняют их искомые финальные структуры, что при высоком (более 3-4) порядке нелинейного объекта представляются практически нереализуемыми.

Метод динамического поверхностного управления (DSC) был создан для преодоления указанных недостатков метода обхода интегратора [8] (терминология DSC заимствована в [8]). Этот метод разработан на основе метода обхода интегратора, в котором на каждом этапе синтеза управления используется дополнительный фильтр первого порядка.

Шаг 1. Первая динамическая поверхность выбрана как

$$z_1 = x_1 - y_d = x_1 - \alpha_{1f}, \quad (11)$$

где y_d – желаемая переменная; $\alpha_{1f} = y_d$.

Найдем производную по времени переменной z_1 :

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 - \dot{\alpha}_{1f} = x_2 + \varphi_1\theta_1 - \dot{\alpha}_{1f}. \quad (12)$$

Виртуальный управляющий сигнал для подсистемы (12) имеет вид $\alpha_1 = -c_1 z_1 - \varphi_1(\hat{\theta}_1 + \beta_1) + \dot{\alpha}_{1f}$. (13)

Отфильтруем сигнал α_1 с помощью фильтра первого порядка как

$$\tau_2 \dot{\alpha}_{2f} + \alpha_{2f} = \alpha_1 \rightarrow \dot{\alpha}_{2f} = (\alpha_1 - \alpha_{2f})/\tau_2, \quad (14)$$

где τ_2 – постоянная времени фильтра.

Обозначаем первую ошибку фильтрации как

$$e_2 = \alpha_{2f} - \alpha_1. \quad (15)$$

Шаг 2. Вторая динамическая поверхность выбрана как

$$z_2 = x_2 - \alpha_{2f}. \quad (16)$$

Ее производная по времени имеет вид

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_{2f} = f_2 + x_3 + \varphi_2 \theta_2 - \dot{\alpha}_{2f}. \quad (17)$$

Виртуальный управляющий сигнал для подсистемы (17) имеет вид

$$\alpha_2 = -z_1 - c_2 z_2 - f_2 - \varphi_2 (\hat{\theta}_2 + \beta_2) + \dot{\alpha}_{2f}. \quad (18)$$

Отфильтруем сигнал α_2 с помощью фильтра первого порядка как

$$\tau_3 \dot{\alpha}_{3f} + \alpha_{3f} = \alpha_2 \rightarrow \dot{\alpha}_{3f} = (\alpha_2 - \alpha_{3f}) / \tau_3, \quad (19)$$

где τ_3 – постоянная времени фильтра.

Обозначаем вторую ошибку фильтрации как

$$e_3 = \alpha_{3f} - \alpha_2. \quad (20)$$

В силу уравнений (12), (13), (15), (16), получим следующее выражение:

$$\dot{z}_1 = z_2 + e_2 - c_1 z_1 - \varphi_1 \sigma_1. \quad (21)$$

Шаг 3. Третья динамическая поверхность выбрана как

$$z_3 = x_3 - \alpha_{3f}. \quad (22)$$

Из уравнений (17), (18), (20), (22) получим следующее выражение:

$$\dot{z}_2 = z_3 + e_3 - z_1 - c_2 z_2 - \varphi_2 \sigma_2. \quad (23)$$

Производная по времени переменной z_3 найдена как

$$\dot{z}_3 = \dot{x}_3 - \dot{\alpha}_{3f} = u + \varphi_3 \theta_3 - \dot{\alpha}_{3f}. \quad (24)$$

Управляющий сигнал системы управления выражается следующем уравнением:

$$u = -z_2 - c_3 z_3 - \varphi_3 (\hat{\theta}_3 + \beta_3) + \dot{\alpha}_{3f}. \quad (25)$$

С учетом (25) перепишем уравнение (24):

$$\dot{z}_3 = \dot{x}_3 - \dot{\alpha}_{3f} = -z_2 - c_3 z_3 - \varphi_3 \sigma_3. \quad (26)$$

Таким образом, после 3 шагов система (1) с законом управления (25) преобразуется в следующую систему, включающую 3 динамических поверхности:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 + e_2 - \varphi_1 \sigma_1; \\ \dot{z}_2 = -z_1 - c_2 z_2 + z_3 + e_3 - \varphi_2 \sigma_2; \\ \dot{z}_3 = -z_2 - c_3 z_3 - \varphi_3 \sigma_3. \end{cases} \quad (27)$$

Видно, что производные виртуальных управляющих сигналов можно определить по входу и выходу фильтра. Это устранит громоздкость метода обхода интегратора.

Анализ устойчивости

Рассмотрим следующую функцию Ляпунова:

$$V = V_0 + \frac{1}{2} (z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 + e_2^2 + e_3^2). \quad (28)$$

Дифференцируя обе части уравнения (28) по времени с учетом (10), (14), (15), (19), (20), (27), получим

$$\begin{aligned} \dot{V} = & - \left[\sum_{i=1}^3 (\gamma_i \varphi_i^2 \sigma_i^2 + z_i \varphi_i \sigma_i + c_i z_i^2) \right] + z_1 e_2 \\ & + z_2 e_3 - e_2^2 / \tau_2 - e_3^2 / \tau_3 - e_2 \dot{\alpha}_1 - e_3 \dot{\alpha}_2. \end{aligned} \quad (29)$$

Согласно [9], $|\dot{\alpha}_1|$ и $|\dot{\alpha}_2|$ имеют максимальные значения. Пусть $|\dot{\alpha}_1|_{\max} = M_2$; $|\dot{\alpha}_2|_{\max} = M_3$.

По неравенству Юнга имеем:

$$\begin{aligned} -z_i \varphi_i \sigma_i & \leq \frac{1}{2} \varphi_i^2 \sigma_i^2 + \frac{1}{2} z_i^2, \quad i=1,2,3; \quad z_j e_{j+1} \leq \frac{1}{2} z_j^2 + \frac{1}{2} e_{j+1}^2; \\ -e_{j+1} \dot{\alpha}_j & \leq |e_{j+1} M_{j+1}| \leq \frac{e_{j+1}^2 M_{j+1}^2}{2\varepsilon} + \frac{\varepsilon}{2}, \quad j=1,2, \end{aligned} \quad (30)$$

где $\varepsilon > 0$ – произвольное положительное число.

В силу (29) и (30) получим следующее неравенство:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \left[\sum_{i=1}^3 \left(\gamma_i - \frac{1}{2} \right) \varphi_i^2 \sigma_i^2 \right] - (c_1 - 1) z_1^2 - (c_2 - 1) z_2^2 \\ & - \left(c_3 - \frac{1}{2} \right) z_3^2 - \left(\frac{1}{\tau_2} - \frac{1}{2} - \frac{M_2^2}{2\varepsilon} \right) e_2^2 - \left(\frac{1}{\tau_3} - \frac{1}{2} - \frac{M_3^2}{2\varepsilon} \right) e_3^2 + \varepsilon. \end{aligned} \quad (31)$$

Выбирая параметры регулятора так, чтобы

$$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, c_3 > \frac{1}{2}; \quad c_1, c_2 > 1; \quad \frac{1}{\tau_2} > \frac{1}{2} + \frac{M_2^2}{2\varepsilon}; \quad \frac{1}{\tau_3} > \frac{1}{2} + \frac{M_3^2}{2\varepsilon}, \quad (32)$$

можно сделать вывод, что все сигналы системы ограничены. Если выбираем параметры регулятора, удовлетворяющие условию (32) при достаточном малом значении ε , то выходной сигнал u приближается к окрестности желаемой выходной траектории u_d за конечное время. Кроме того, из ограничения всех сигналов системы следует, что функции φ_i и $\dot{\varphi}_i$ ограничены. Тогда, согласно замечанию в конце предыдущего пункта, $\varphi_i \sigma_i \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, т.е.

$$\varphi_i (\hat{\theta}_i + \beta_i) \rightarrow \varphi_i \theta_i \text{ при } t \rightarrow \infty.$$

Анализ устойчивости в условиях, изменяющихся во времени неопределенностей

Рассмотрим случай $\theta_i = \theta_i(t)$. Предположим, что $|\dot{\theta}_i(t)| \leq \Delta_i$; $|\varphi_i|^{-1} \leq \rho_i$, Δ_i и ρ_i – постоянные величины. Тогда производная по времени функции Ляпунова (28) выражается следующим неравенством:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \left[\sum_{i=1}^3 \left(\frac{\gamma_i}{2} - \frac{1}{2} \right) \varphi_i^2 \sigma_i^2 + (c_i - 1) z_i^2 \right] - \frac{1}{2} z_3^2 \\ & - \left[\sum_{j=2}^3 \left(\frac{1}{\tau_j} - \frac{1}{2} - \frac{M_j^2}{2\varepsilon} \right) e_j^2 \right] + \left(\varepsilon + \sum_{i=1}^3 \frac{(\Delta_i \rho_i)^2}{2\gamma_i} \right). \end{aligned} \quad (33)$$

Таким образом, все сигналы системы ограничены и сходятся к инвариантному множеству, которое можно сделать сколь угодно малым, увеличивая коэффициенты γ_i .

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассмотрим результаты моделирования в среде MATLAB/Simulink нелинейного объекта (1) с адаптивным управлением, синтезированным на основе метода динамического поверхностного управления, метода инвариантного погружения и метода адаптивного обхода интегратора с функцией настройки [10] $\dot{\theta}_i = k_i z_i \varphi_i$; $k_i > 0$ ($i=1,2,3$). Параметры регуляторов выбраны как $c_1 = c_2 = c_3 = 8$; $\tau_2 = \tau_3 = 10^{-3}$; $\gamma_1 = 10^3$; $\gamma_2 = 10$; $\gamma_3 = 5$; $k_1 = 10^2$; $k_2 = 20$; $k_3 = 2$; $|u| \leq 100$.

Результаты отслеживания заданного сигнала представлены на рис. 1 и 3, где «Desired» – заданный (программный) сигнал; «I&I» и «ABS» – переходные процессы (ПП) выходной переменной системы с предлагаемым методом управления и с методом адаптивного обхода интегратора с функцией настройки, соответственно. Результаты оценивания неизвестных параметров представлены на рис. 2 и 4, где «Real Value» – фактическое значение параметров; «I&I Est.» и «ABS Est.» – оценки неизвестных параметров системы с предлагаемым методом управления и с методом адаптивного обхода интегратора с функцией настройки, соответственно.

A. $\theta_1 = 2$; $\theta_2 = 1$; $\theta_3 = -1$.

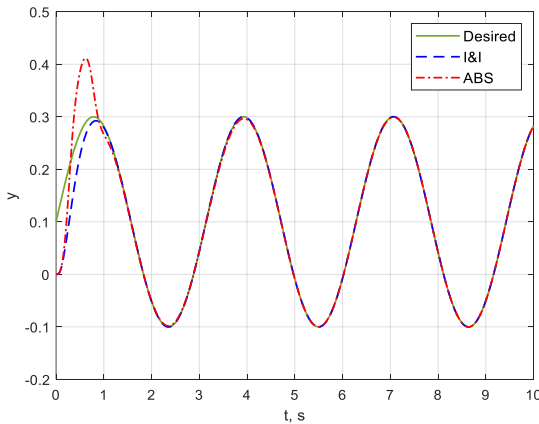


Рис. 1. ПП выходной переменной систем управления в условиях постоянных неизвестных параметров

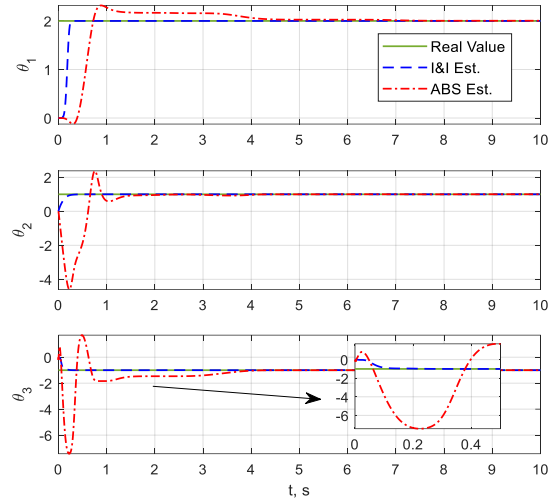


Рис. 2. Оценки параметров систем управления в условиях постоянных неизвестных параметров

B. $\theta_1(t) = 3 \sin(2\pi t) - \sin(\pi t)$; $\theta_2 = 1$; $\theta_3 = -1$.

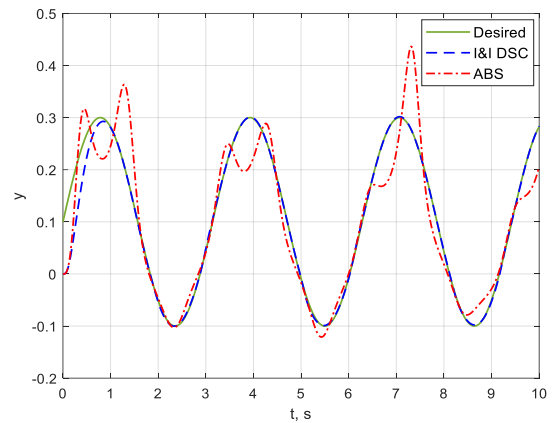


Рис. 3. ПП выходной переменной систем управления в условиях изменяющихся во времени неопределенностей

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В докладе построена адаптивная система управления сложными объектами, синтезированная на основе методов динамического поверхностного управления и инвариантного погружения в условиях неопределенности параметров. Методом функций Ляпунова доказаны ограничение всех сигналов системы и их сходимости к инвариантному множеству при постоянных и при изменяющихся во времени параметрах. Проведено сравнение систем управления с предлагаемым методом управления и с методом адаптивного обхода интегратора с функцией настройки в случаях постоянных и изменяющихся во времени параметров. Сравнительные результаты показывают, что оценивание неизвестных параметров методом инвариантного погружения позволяет в системе управления избежать нежелательных переходных процессов, возникающих из-за непредсказуемого динамического поведения традиционных законов настройки параметров при синтезе адаптивного управления.

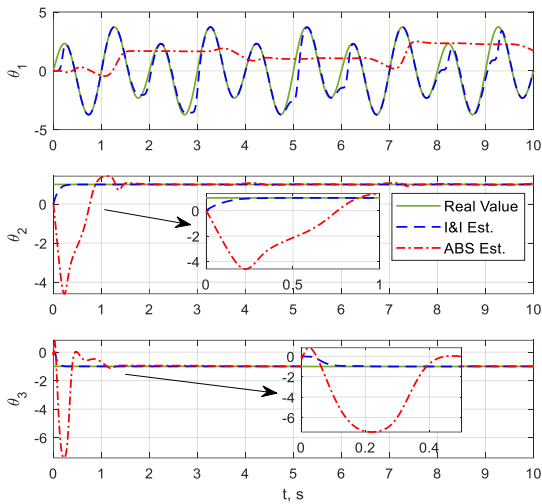


Рис. 4. Оценки параметров систем управления в условиях изменяющихся во времени неопределенностей

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Krstic M., Kanellakopoulos I. and Kokotovic P. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. Wiley-Interscience, New York, 592 p. (1995).

[2] Jean-Jacques, E. Slotine, Weiping Li. *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, Inc. A Division of Simon & Schuster Englewood Cliffs, New Jersey 07632, 459 p (1991).

[3] Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. *Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами*. СПб.: Наука, 2000. 549 с.

[4] Astolfi A. and Ortega R. «Immersion and Invariance: A New Tool for Stabilization and Adaptive Control of Nonlinear Systems» // *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 48, No. 4, 2003, pp. 590–606.

[5] Astolfi A., Karagiannis D., and Ortega R. *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*, Springer-Verlag, 2008.

[6] Тюкин И.Ю., Терехов В.А. *Адаптация в нелинейных динамических системах* / Предисл. Г.Г. Малинецкого. Изд. стер. М.: УРСС, 2014. 381 с.

[7] Guilherme F. Trigo, and Qi-Ping Chu. *Immersion and Invariance Adaptive Backstepping Spacecraft Attitude Control with Modified Rodrigues Parameters*. *Advances in Aerospace Guidance, Navigation and Control*, 709–29. Cham: Springer International Publishing, 2017.

[8] Song B. and Hedrick J.K. *Dynamic surface control of uncertain nonlinear systems: an LMI approach*: Springer Science & Business Media, 2011, 254 p.

[9] D. Wang and Jie Huang, «Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form» // in *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 16, no. 1, pp. 195-202, Jan. 2005.

[10] Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. «Adaptive Nonlinear Control without Overparametrization» // *Systems and Control Letters*. 1992. Vol. 19. P. 177-185.