

Моделирование и исследование движения беспилотного летательного аппарата типа октокоптер

Е. В. Илатовская

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

E-mail: evilatovskaia@etu.ru

Д. П. Михайлов

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

E-mail: dpmikhailov@etu.ru

Аннотация. В докладе рассматривается математическая модель беспилотного летательного аппарата (БПЛА) типа октокоптер. Проводится синтез и сравнение линейных и нелинейных систем управления путем моделирования с помощью программного пакета MATLAB/Simulink при изменяющихся параметрах полезной нагрузки.

Ключевые слова: БПЛА, октокоптер, системы управления, моделирование, адаптивный регулятор, ПИД-регулятор

I. ВВЕДЕНИЕ

Современные беспилотные летательные аппараты имеют много областей применения. Не останавливаясь на применении в военной сфере, наиболее популярными являются аэрофотосъемка и видеосъемка; поисково-спасательные операции; сельское хозяйство и мониторинг урожая [1]. В последнее время БПЛА начинают использовать для доставки различных грузов: от медикаментов и средств первой помощи при чрезвычайных ситуациях до курьерской доставки еды и посылок в черте города. В связи с тем, что вес полезной нагрузки меняется в широких пределах, классические алгоритмы управления не обеспечивают достаточную робастность системы управления. Возникает необходимость в более сложных адаптивных алгоритмах управления.

В данной работе рассмотрена математическая модель октокоптера. Данный вид БПЛА был выбран в виду конфигурации из восьми несущих винтов. Октокоптеры обладают повышенной надежностью, устойчивостью и грузоподъемностью и могут быть использованы для задач доставки грузов [2].

Рассмотрены две системы управления: первая – классический ПИД регулятор, применяемый в подавляющем большинстве систем управления БПЛА [3][4]; вторая – адаптивная система управления, синтезированная на основе положений, предложенных в работе [5].

II. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

A. Полная математическая модель

Согласно [6–8], динамику октокоптера можно описать с помощью второго закона Ньютона для

поступательного и вращательного движения в виде уравнений вида

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}_I(t)}{dt} &= \frac{1}{m} \vec{F}_I(t) \\ \frac{d\vec{\omega}_I(t)}{dt} &= I_I^{-1} \left(\vec{M}_I(t) - \frac{dI_I}{dt} \vec{\omega}_I(t) \right), \end{aligned}$$

где $\vec{F}(t)$ и $\vec{M}(t)$ – равнодействующие всех сил и моментов, действующих на октокоптер, m – масса октокоптера, $\vec{v}(t)$ – линейная скорость октокоптера, $I(t)$ – тензор инерции (линейный оператор момента инерции), $\vec{\omega}(t)$ – угловая скорость октокоптера, индекс I означает, что используемая система координат инерциальная (глобальная, связанная с Землей), а индекс B будет означать систему координат, связанную с телом (локальная).

В инерциальной системе координат сложно определять переменные, поэтому их сначала находят в локальной системе координат, а потом умножают на матрицу поворота R_{BI} [7], со свойствами

$$R_{BI} = R_{IB}^T; \quad \dot{R}_{IB} = -\omega_B \times R_{IB}, \quad (1)$$

где $s(\cdot)$ и $c(\cdot)$ – функции синуса и косинуса, записанные таким образом для краткости, φ , θ и ψ – углы крена, тангажа и рысканья/курса соответственно.

Тогда скорость и момент импульса в локальной системе координат можно найти по формулам

$$\vec{v}_B(t) = R_{IB} \vec{v}_I(t); \quad \vec{L}_B(t) = R_{IB} \vec{L}_I(t), \quad (2)$$

Если взять производную от (2) с учетом (1), то получим

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}_B(t)}{dt} &= \dot{R}_{IB} \vec{v}_I(t) + R_{IB} \frac{d\vec{v}_I(t)}{dt} = -\vec{\omega}_B \times R_{IB} \vec{v}_I(t) + \\ &+ R_{IB} \frac{1}{m} \vec{F}_I(t) = -\vec{\omega}_B \times \vec{v}_B(t) + \frac{1}{m} \vec{F}_B(t) \end{aligned}$$

С учетом того, что в локальной системе координат тензор инерции постоянен, выразим угловую скорость из (2) и получим

$$\vec{\omega}_B = I_B^{-1} R_{IB} \vec{L}_I(t),$$

Производная угловой скорости вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\omega}_B(t)}{dt} &= I_B^{-1} \left(-\vec{\omega}_B(t) \times R_{IB} \vec{L}_I(t) + R_{IB} \vec{M}_I(t) \right) = \\ &= I_B^{-1} \left(\vec{M}_B(t) - \vec{\omega}_B(t) \times (I_B \vec{\omega}_B(t)) \right) \end{aligned}$$

Равнодействующая сила и момент в связанной системе координат определяются формулами.

$$\begin{aligned} \vec{F}_B(t) &= \vec{F}_M(t) + \vec{F}_D(t) + \vec{F}_O(t) + R_{IB} m \vec{g} \\ \vec{M}_B(t) &= \vec{M}_M(t) + \vec{M}_D(t) + \vec{M}_O(t) \end{aligned}$$

где индексы M , D и O – обозначают двигатели (тяга и ее момент), силу сопротивления воздуха (вместе с ветром), внешнее возмущение (задается оператором и как правило равно нулю), \vec{g} – ускорение свободного падения.

Пусть двигатели будут пронумерованы, как это показано на рис. 1 [8].

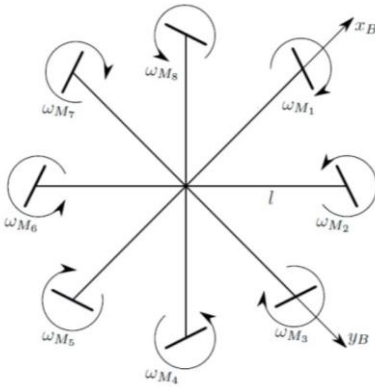


Рис. 1. Вид октокоптера при нормальной ориентации

Чтобы иметь возможность управлять октокоптером по курсу, векторы сил каждой винтомоторной группы будут повернуты вокруг каждого луча на небольшой угол γ ($1 \dots 5^\circ$).

Силу тяги можно найти как сумму сил от каждого двигателя по формуле

$$\vec{F}_M(t) = C_T \sum_{i=1}^8 \omega_{M_i}^2(t) \vec{e}_{M_i},$$

где C_T – коэффициент пропорциональности между силой тяги и квадратом угловой скорости, $\vec{\omega}_{M_i}(t)$ – угловая скорость i -го двигателя, \vec{e}_{M_i} – орты i -го двигателя, рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} \vec{e}_{M_1} &= (0, -s(\gamma), -c(\gamma))^T, \vec{e}_{M_2} = \left(-\frac{s(\gamma)}{\sqrt{2}}, \frac{s(\gamma)}{\sqrt{2}}, -c(\gamma) \right)^T \\ \vec{e}_{M_3} &= (s(\gamma), 0, -c(\gamma))^T, \vec{e}_{M_4} = \left(-\frac{s(\gamma)}{\sqrt{2}}, -\frac{s(\gamma)}{\sqrt{2}}, -c(\gamma) \right)^T \\ \vec{e}_{M_5} &= (0, s(\gamma), -c(\gamma))^T, \vec{e}_{M_6} = \left(\frac{s(\gamma)}{\sqrt{2}}, -\frac{s(\gamma)}{\sqrt{2}}, -c(\gamma) \right)^T \\ \vec{e}_{M_7} &= (-s(\gamma), 0, -c(\gamma))^T, \vec{e}_{M_8} = \left(\frac{s(\gamma)}{\sqrt{2}}, \frac{s(\gamma)}{\sqrt{2}}, -c(\gamma) \right)^T \end{aligned}$$

Сила сопротивления воздуха при отсутствии ветра выражается в виде [6]

$$\vec{F}_D(t) = -0.5\rho C_D \begin{pmatrix} A_{yz} v_x |v_x| \\ A_{xz} v_y |v_y| \\ A_{xy} v_z |v_z| \end{pmatrix},$$

где ρ – плотность воздуха, C_D – коэффициент сопротивления (зависит от обтекаемости формы октокоптера), A – площадь проекции октокоптера в осях yz , xz и xy .

Момент сил тяги двигателей определяется по формуле

$$\vec{M}_M(t) = \sum_{i=1}^8 \vec{r}_{M_i} \times \vec{e}_{M_i} C_T \omega_{M_i}^2(t),$$

где \vec{r}_{M_i} – вектор центра i -ой винтомоторной группы, определяется формулами

$$\begin{aligned} \vec{r}_{M_1} &= (l, 0, 0)^T, \vec{r}_{M_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(l, l, 0)^T \\ \vec{r}_{M_3} &= (0, l, 0)^T, \vec{r}_{M_4} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-l, l, 0)^T \\ \vec{r}_{M_5} &= (-l, 0, 0)^T, \vec{r}_{M_6} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-l, -l, 0)^T \\ \vec{r}_{M_7} &= (0, -l, 0)^T, \vec{r}_{M_8} = \frac{1}{\sqrt{2}}(l, -l, 0)^T \end{aligned}$$

где l – длина луча у винтомоторной группы.

Момент сопротивления воздуха определяется формулой

$$\vec{M}_D(t) = -0.5\rho C_D \begin{pmatrix} A_{xy} \omega_x |\omega_x| l_x \\ A_{xy} \omega_y |\omega_y| l_y \\ 8A_{yz} \omega_z |\omega_z| l_z \end{pmatrix}.$$

Таким образом, динамика поступательного и вращательного движения октокоптера описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}_B(t)}{dt} &= \frac{1}{m} (\vec{F}_M(t) + \vec{F}_D(t) + \vec{F}_O(t)) + R_{IB} \vec{g} - \vec{\omega}_B(t) \times \vec{v}_B(t) \\ \frac{d\vec{\omega}_B(t)}{dt} &= I_B^{-1} (\vec{M}_M(t) + \vec{M}_D(t) + \vec{M}_O(t) - \vec{\omega}_B(t) \times (I_B \vec{\omega}_B(t))) \end{aligned} \quad (3)$$

Интегрируя (3), можно получить линейную и угловую скорость октокоптера в локальной системе координат, а затем и в инерциальной системе координат по формулам

$$\vec{v}_I(t) = R_{BI} \vec{v}_B(t); \quad \vec{\omega}_I(t) = W_{BI} \vec{\omega}_B(t),$$

где W_{BI} – матрица преобразования из угловой скорости октокоптера из локальной системы координат в глобальной, может быть найдена в соответствии с [7].

Рассмотрим, как вектора из первого уравнения (3) будут выглядеть в проекции на оси подвижной системы координат, получим

$$\begin{aligned} R_{IB} \vec{g} &= g R_{IB} \vec{e}_{Iz} = g \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \sin \varphi \cos \theta \\ \cos \varphi \cos \theta \end{bmatrix}; \\ -\vec{\omega}_B(t) \times \vec{v}_B(t) &= \begin{bmatrix} v_{Bz} \omega_{By} - v_{By} \omega_{Bz} \\ v_{Bx} \omega_{Bz} - v_{Bz} \omega_{Bx} \\ v_{By} \omega_{Bx} - v_{Bx} \omega_{By} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Тогда проекция линейного ускорения на ось z примет вид

$$\begin{aligned} \frac{dv_{Bz}(t)}{dt} &= \frac{1}{m} (F_{Mz}(t) + F_{Dz}(t) + F_{Oz}(t)) + \\ &+ g \cos \varphi \cos \theta - v_{By} \omega_{Bx} + v_{Bx} \omega_{By} \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом может быть получено уравнение движения октокоптера по оси z .

В. Упрощенная математическая модель

Поскольку в этой работе рассматривается только управление по оси z , уравнение (4) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \frac{dv_{Bz}(t)}{dt} &= \frac{1}{m} (F_{Mz}(t) + F_{Dz}(t) + F_{Oz}(t)) + g \\ F_{Mz}(t) &= -\sum_{i=1}^8 F_{Mi}(t) \cos \gamma \\ F_{Dz}(t) &= -0,5\rho C_D A_{xy} v_{Bz} |v_{Bz}| \end{aligned} \quad (5)$$

Чтобы найти координату z октокоптера, необходимо проинтегрировать уравнение (5) дважды.

III. СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ

А. ПИД-регулятор

Управление, создаваемое ПИД-регулятором можно вычислить по формуле

$$\begin{aligned} u(t) &= K_p e + \frac{K_i}{s} e + K_d s e, \\ e &= z - u_0 \end{aligned}$$

где K_p , K_i , K_d – коэффициенты пропорционального, интегрального и дифференциального звеньев регулятора соответственно, а e – ошибка между действительным значением координаты z и желаемым u_0 .

В. Адаптивное управление

Пусть эталонная модель с желаемой динамикой имеет вид

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{M1}(t) \\ x_{M2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{M1} & a_{M2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{M1}(t) \\ x_{M2}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_M \end{bmatrix} u_0,$$

где $x_{M1}(t)$, $x_{M2}(t)$ – это переменные состояния эталонной модели, a_{M1} , a_{M2} , b_M – постоянные параметры эталонной модели.

Управление для двигателей можно вычислить по формуле

$$u(t) = u_0 + u_a; \quad u_a = k_A^T x + k_b u_0,$$

где u_a – адаптивное управление, k_A , k_b – настраиваемые параметры адаптивного закона, x – вектор состояния октокоптера. При этом

$$\begin{cases} \dot{k}_A^T = -b_M^T P e x^T \Gamma_A \\ \dot{k}_b = -\gamma_b b_M^T P e u_0 \end{cases},$$

где $e = x - x_M$ – вектор ошибки между желаемым состоянием объекта и эталонной моделью, P – симметричная положительно определенная матрица, удовлетворяющая уравнению (6), Γ_A – симметричная положительно определенная матрица, γ_b – положительный коэффициент усиления алгоритмов настройки. Также, отметим, что

$$A_M^T P + P A_M = -Q, \quad (6)$$

где Q – любая симметричная положительно определенная матрица.

С. Моделирование

В программном пакете MATLAB/Simulink была составлена компьютерная модель октокоптера с двумя исследуемыми системами управления, представленная на рис. 2.

Подадим единичное ступенчатое воздействие с амплитудой 5 метров. Ограничим вход u от 0 до 200.

Параметры октокоптера и эталонной модели:

$$m = 14 \text{ кг}, \quad g = 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}, \quad \gamma = 3^\circ, \quad 0.5\rho C_D A_{xy} = 50.$$

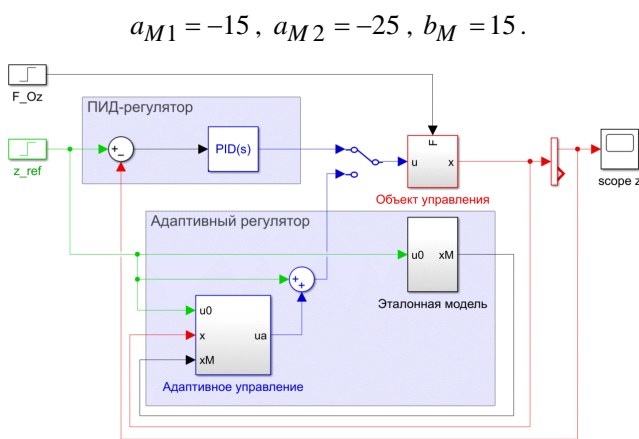


Рис. 2. Схема компьютерной модели в Simulink

Параметры ПИД- и адаптивного регулятора:

$$K_p = 20, K_i = 2, K_d = 20, \gamma_b = 10$$

$$Q = \begin{bmatrix} 30 & 38 \\ 38 & 48 \end{bmatrix} \rightarrow P = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}; G_A = \begin{bmatrix} -10 & 0 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$$

Получим следующие графики переходных процессов, показанные на рис. 3.

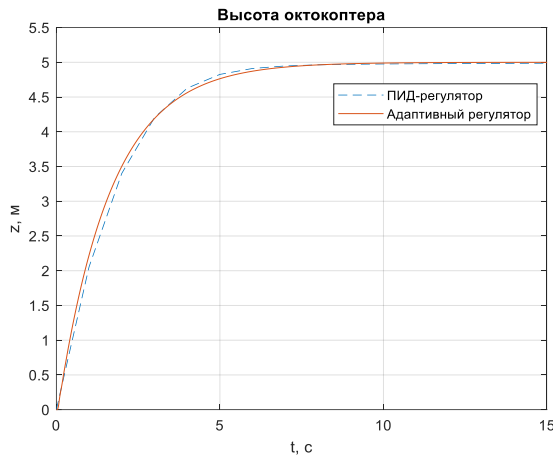


Рис. 3. Графики переходных процессов при разном управлении

При выбранных параметрах регуляторов графики переходных процессов практически полностью совпадают.

Исследуем переходные процессы при изменении массы октокоптера, наличии возмущающих воздействий, а также смене задания. Результаты моделирования приведены на рис. 4.

При увеличении массы октокоптера в 3 и 7 раз (на рис. 4 – $m*3$ и $m*7$, соответственно) у ПИД-регулятора увеличивается время регулирования, у адаптивного регулятора появляются незначительные колебания при старте движения.

При наличии возмущающих воздействий (на рис. 4 – F_{Oz}) ПИД-регулятору нужно время, чтобы вернуться к заданной координате, затухающие колебания адаптивного регулятора не выходят за пределы 5 % критерия.

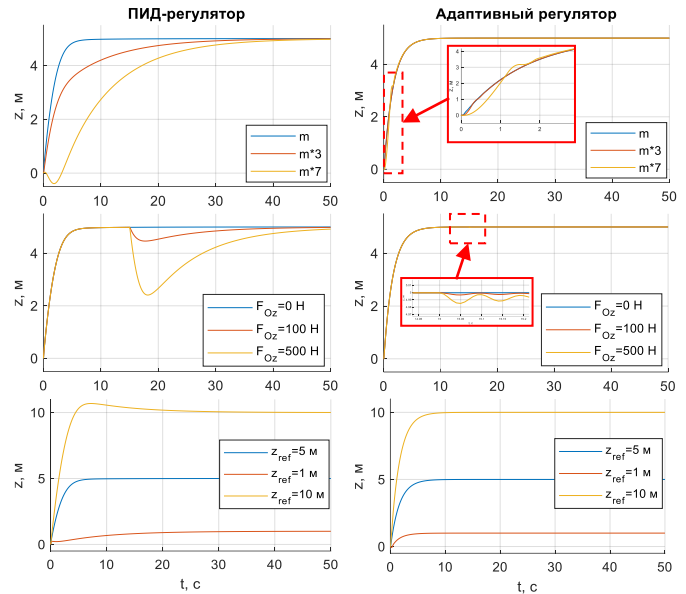


Рис. 4. Графики переходных процессов при изменяющихся условиях

При смене задания (на рис. 4 – z_{ref}) у ПИД регулятора изменяется форма переходного процесса, у адаптивного регулятора изменения незначительны.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описана математическая модель объекта управления типа октокоптер. Произведён синтез и сравнительный анализ двух регуляторов: ПИД- и адаптивного регуляторов. Адаптивный регулятор, синтезированный в настоящей работе, относится к области прямого адаптивного управления, благодаря чему исключается этап идентификации параметров объекта управления. Результаты моделирования показали следующие количественные значения. При увеличении нагрузки объекта управления в 7 раз, перерегулирование у обоих регуляторов не появилось. Время регулирования ПИД-регулятора увеличилось с 4,5 до 29,5 с, адаптивного – не изменилось. Адаптивный регулятор, синтезированный в этой работе, справляется с изменяющейся нагрузкой лучше ПИД-регулятора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Towards the Unmanned Aerial Vehicles (UAVs): A Comprehensive Review / S.A.H. Mohsan, M.A. Khan, F. Noor [etc.] // Drones. 2022. Vol. 6. № 6.
- [2] Finger D.F. A review of configuration design for distributed propulsion transitioning VTOL aircraft / D.F. Finger, C. Braun, C. Bil // Asia-Pacific International Symposium on Aerospace Technology-APISAT. 2017. pp. 3-5.
- [3] Lopez-Sanchez I. PID control of quadrotor UAVs: A survey / I. Lopez-Sanchez, J. Moreno-Valenzuela // Annual Reviews in Control. 2023. Vol. 56.
- [4] Oersted H. Review of PID Controller Applications for UAVs / H. Oersted, Y. Ma // arXiv preprint arXiv:2311.06809. 2023.
- [5] Путев В.В., Шелудько В.Н. Адаптивные и модальные системы управления многомассовыми нелинейными упругими механическими объектами. Санкт-Петербург: Элмор, 2007. 244 с.
- [6] Mikkelsen M. Development, Modelling and Control of a Multirotor Vehicle. 2015. p. 118.
- [7] Oscarson O. Design, Modeling and Control of an Octocopter / O. Oscarson. 2015. pp. 1-104.
- [8] Щекатуров А.М. Методика моделирования динамики октокоптера. Москва: ДМК-Пресс, 2021, 288 с.