

Адаптивное робастное управление многостепенным механическим объектом с компенсацией трения

Ле Хонг Куанг, Чан Данг Хоа,
Чан Тхань Туан

Военно-морская академия
Нячанг, Вьетнам

quang180880@gmail.com

А. А. Кузнецов

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

Аннотация. В докладе рассматривается задача построения адаптивного робастного управления многостепенным механическим объектом в условиях неопределенных параметров и функций, учитывающих трение с приведением нелинейной математической модели объекта к каскадной структуре и ее аффинной параметризации относительно матриц неизвестных параметров. Синтез адаптивной робастной системы с компенсацией трения осуществляется методом адаптивного обхода интегратора, применяемого к нелинейным объектам, которые линейно (аффинно) параметризованы относительно матриц (векторов) неизвестных параметров. Исследования алгоритмов компенсации трения проводятся с использованием программы MATLAB/Simulink.

Ключевые слова: многостепенной нелинейный механический объект, неопределенные параметры, адаптивное робастное управление, компенсация неизвестного трения, метод обратного обхода интегратора

I. ВВЕДЕНИЕ

Задача устойчивого адаптивного управления многостепенными нелинейными механическими объектами с неизвестными параметрами на протяжении многих лет всегда привлекала внимание исследователей, удовлетворяя практические потребности повышения точности управления [1–4]. Компенсация трения является одним из основных вопросов исследования проблемы устойчивого управления многостепенными нелинейными механическими объектами из-за его важной роли в эффективности управления. Неспособность компенсировать трение может привести к большим ошибкам отслеживания системы управления. Управление компенсацией трения обычно включает три процесса: построение модели трения, определение параметров трения и соответствующая компенсация трения. Трение сочленения обычно моделируется как нелинейная функция его скорости, которая в основном описывается суммой кулоновского трения и вязкого трения [5–8]. В данном исследовании предложен метод адаптивной компенсации трения для решения задачи устойчивого управления многостепенными нелинейными механическими объектами с неизвестной динамикой. Неизвестное трение представляется

линейной (аффинной) параметризацией относительно неизвестной матрицы. Кроме того, математическая модель движения робота преобразуется к каскадной форме, а алгоритм управления синтезируется на основе метода адаптивного обхода интегратора, применяемого к нелинейным объектам параметризованным линейно по матрице (вектору) относительно неизвестных параметров.

В данном докладе рассматривается проблема применения методов компенсации трения к задаче управления многостепенным нелинейным механическим объектом с учетом неизвестного трения и синтезируется адаптивная робастная система управления многостепенным нелинейным механическим объектом на основе метода адаптивного обхода интегратора с функциями настройки с адаптивной компенсацией трения [1, 3, 9].

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОСТЕПЕННОГО МНОГОСТЕПЕННОГО МЕХАНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА

Дифференциальные уравнения, описывающие движение многостепенного нелинейного механического объекта, имеют вид [6–7]

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}(\mathbf{q}) + \mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\tau}, \quad (1)$$

где $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ – вектор положений или углов вращения сочленений; $\dot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$ – вектор скоростей вращения; $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^n$ – обобщенные силы, формируемые электроприводами в сочленениях; $\mathbf{M}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – матрица-функция моментов инерции, неособенная, симметричная и положительно определенная для всех \mathbf{q} ; $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – матрица-функция кориолисовых и центробежных сил; $\mathbf{D}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^n$ – вектор-функция сил тяжести; $\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}})$ – вектор силы трения; n – число степеней.

Введем модель кулоновского и вязкого трения как [7, 8]

$$\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\text{sign}(\dot{\mathbf{q}}), \quad (2)$$

где $\mathbf{A} \in \text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_n) > 0$, $\mathbf{B} = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_n) > 0$, и $\text{sign}(\dot{q}) = [\text{sign}(\dot{q}_1), \text{sign}(\dot{q}_2), \dots, \text{sign}(\dot{q}_n)]^T$.

III. РОБАСТНОЕ АДАПТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ С КОМПЕНСАЦИЕЙ И ТРЕНИЯ

Будем полагать, что объект полностью управляем и наблюдаем, а компоненты векторов \mathbf{q} , $\dot{\mathbf{q}}$ доступны измерению. Примем составной вектор $\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_2^T)^T$, $\mathbf{x}_1 = \mathbf{q}$, $\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{q}}$, вектором состояния системы (1), приведенной к форме Коши и запишем уравнение (1) в блочной каскадной форме следующего вида:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{x}_2; \\ \dot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{M}^{-1}[\boldsymbol{\tau} - \mathbf{C}\mathbf{x}_2 - \mathbf{D} - \mathbf{F}]; \end{cases} \quad (3)$$

где $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{x}_1)$, $\mathbf{C} = \mathbf{C}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$, $\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{x}_1)$, $\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_2)$.

Каскадная структура уравнений (3) позволяет использовать метод обратного обхода интегратора к построению нелинейной робастной адаптивной системы управления с компенсацией трения [1, 3, 9].

Шаг 1. Введем новые переменные

$$\mathbf{z}_1 = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_d, \quad \mathbf{z}_2 = \mathbf{x}_2 - \boldsymbol{\alpha}, \quad (4)$$

где \mathbf{x}_d – программный сигнал для \mathbf{x}_1 , а переменную $\boldsymbol{\alpha}$ будем рассматривать как виртуальное управление.

Дифференцируя \mathbf{z}_1 по (4) и принимая во внимание (3), получим

$$\dot{\mathbf{z}}_1 = \mathbf{z}_2 + \boldsymbol{\alpha} - \dot{\mathbf{x}}_d. \quad (5)$$

Примем виртуальное управление $\boldsymbol{\alpha}$ в виде

$$\boldsymbol{\alpha} = -\mathbf{k}_1 \mathbf{z}_1 + \dot{\mathbf{x}}_d, \quad (6)$$

где \mathbf{k}_1 – положительно определенная симметричная матрица.

Шаг 2. Дифференцируя \mathbf{z}_2 по (4) и подставляя производную $\dot{\mathbf{x}}_2$ из уравнения (3), получим

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{z}}_2 &= \mathbf{M}^{-1}[-\mathbf{C}\mathbf{x}_2 - \mathbf{D} + \boldsymbol{\tau} - \mathbf{F} - \mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\alpha}}] = \\ &= \mathbf{M}^{-1}[-\mathbf{C}\mathbf{x}_2 - \mathbf{D} + \boldsymbol{\tau} - \mathbf{F} - \mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\alpha}}]. \end{aligned} \quad (7)$$

Линейная (аффинная) параметризация относительно неизвестной матрицы $\boldsymbol{\Theta}_f$ определяется равенством вида:

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\text{sign}(\dot{\mathbf{q}}) = \boldsymbol{\Theta}_f^T \boldsymbol{\Phi}_f \quad (8)$$

где $\boldsymbol{\Theta}_f = [\boldsymbol{\theta}_{f_1}, \boldsymbol{\theta}_{f_2}, \dots, \boldsymbol{\theta}_{f_n}] \in R^{2n \times n}$, а ее столбцы $\boldsymbol{\theta}_{f_i} \in R^{2n}$, $(i = \overline{1, n})$, $\boldsymbol{\Phi}_f = \boldsymbol{\Phi}_f(\mathbf{x}_2) \in R^{2n \times 1}$ – известный регрессор.

Матрицы \mathbf{M} , \mathbf{C} и вектор \mathbf{D} в уравнении (1) не определены, поэтому введем аффинную параметризацию относительно $m \times n$ -матрицы $\boldsymbol{\Theta}_\alpha$, удовлетворяющую равенству вида:

$$\mathbf{M}\dot{\boldsymbol{\alpha}} + \mathbf{C}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{D} = \boldsymbol{\Theta}_\alpha^T \boldsymbol{\Phi}_\alpha, \quad (9)$$

где $\boldsymbol{\Theta}_\alpha = [\boldsymbol{\theta}_{\alpha_1}, \boldsymbol{\theta}_{\alpha_2}, \dots, \boldsymbol{\theta}_{\alpha_n}] \in R^{m \times n}$ – матрица неизвестного состояния со столбцами $\boldsymbol{\theta}_{\alpha_i} \in R^m$, $(i = \overline{1, n})$, $\boldsymbol{\Phi}_\alpha = \boldsymbol{\Phi}_\alpha(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \boldsymbol{\alpha}, \dot{\boldsymbol{\alpha}}) \in R^{m \times 1}$ – известный регрессор.

Выберем функцию Ляпунова

$V_{2a} = \frac{1}{2} \mathbf{z}_2^T \mathbf{z}_2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\alpha_i}^T \boldsymbol{\Gamma}_{\alpha_i}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\alpha_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \boldsymbol{\Gamma}_{f_i}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}$, где $\boldsymbol{\Gamma}_{\alpha_i} = \boldsymbol{\Gamma}_{\alpha_i}^T > 0$; $\boldsymbol{\Gamma}_{f_i} = \boldsymbol{\Gamma}_{f_i}^T > 0$; $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\alpha_i} = \boldsymbol{\theta}_{\alpha_i} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{\alpha_i}$, $i = \overline{1, n}$; $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_i} = \boldsymbol{\theta}_{f_i} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}$, $i = \overline{1, n}$. Вычислив производную \dot{V}_{2a} по соответствующим выражениям, получим

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2a} &= \dot{V}_2 + \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\alpha_i}^T \boldsymbol{\Gamma}_{\alpha_i}^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_{\alpha_i} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \boldsymbol{\Gamma}_{f_i}^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} = \\ &= -\mathbf{z}_1^T \mathbf{c}_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_2 + \mathbf{z}_2^T (\boldsymbol{\tau} - \hat{\boldsymbol{\Theta}}_\alpha^T \boldsymbol{\Phi}_\alpha - \hat{\boldsymbol{\Theta}}_f^T \boldsymbol{\Phi}_f) - \mathbf{z}_2^T \tilde{\boldsymbol{\Theta}}_\alpha^T \boldsymbol{\Phi}_\alpha - \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\alpha_i}^T \boldsymbol{\Gamma}_{\alpha_i}^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_{\alpha_i} - \mathbf{z}_2^T \tilde{\boldsymbol{\Theta}}_f^T \boldsymbol{\Phi}_f - \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \boldsymbol{\Gamma}_{f_i}^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i}. \end{aligned}$$

Далее применим равенства выражения

$$\mathbf{z}_2^T \tilde{\boldsymbol{\Theta}}_\alpha^T = \sum_{i=1}^n \mathbf{z}_{2,i} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\alpha_i}^T, \quad \mathbf{z}_2^T \tilde{\boldsymbol{\Theta}}_f^T = \sum_{i=1}^n \mathbf{z}_{2,i} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T, \quad \text{в которых } \mathbf{z}_{2,i} - i\text{-я компонента вектора } \mathbf{z}_2.$$

Тогда, продолжая расчет \dot{V}_{2a} , имеем

$$\begin{aligned} \dot{V}_{2a} &= -\mathbf{z}_1^T \mathbf{k}_1 \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_1^T \mathbf{z}_2 + \mathbf{z}_2^T (\boldsymbol{\tau} - \hat{\boldsymbol{\Theta}}_\alpha^T \boldsymbol{\Phi}_\alpha - \hat{\boldsymbol{\Theta}}_f^T \boldsymbol{\Phi}_f) - \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{\alpha_i}^T \left\{ \sum_{i=1}^n (\mathbf{z}_{2,i} \boldsymbol{\Phi}_\alpha + \boldsymbol{\Gamma}_{\alpha_i}^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_{\alpha_i}) \right\} - \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_i}^T \left\{ \sum_{i=1}^n (\mathbf{z}_{2,i} \boldsymbol{\Phi}_f + \boldsymbol{\Gamma}_{f_i}^{-1} \dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i}) \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда выберем

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_{\alpha_i} = -\boldsymbol{\Gamma}_{\alpha_i} \mathbf{z}_{2,i} \boldsymbol{\Phi}_\alpha, \quad i = \overline{1, n}, \quad (11)$$

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}_{f_i} = -\boldsymbol{\Gamma}_{f_i} \mathbf{z}_{2,i} \boldsymbol{\Phi}_f, \quad i = \overline{1, n}, \quad (12)$$

и принимаем итоговое выражение закона управления в виде

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathbf{z}_1 - \mathbf{k}_2 \mathbf{z}_2 + \hat{\boldsymbol{\Theta}}_\alpha^T \boldsymbol{\Phi}_\alpha + \hat{\boldsymbol{\Theta}}_f^T \boldsymbol{\Phi}_f, \quad (13)$$

где \mathbf{k}_2 – положительно определенная симметричная матрица; $\hat{\Theta}_\alpha = [\hat{\theta}_{\alpha_1}, \hat{\theta}_{\alpha_2}, \dots, \hat{\theta}_{\alpha_n}] \in R^{m \times n}$ – матрица со столбцами $\hat{\theta}_{\alpha_i} \in R^m, i = \overline{1, n}$ – матрица оценки Θ_α .

Подставив (11), (12), (13) в (10), получим

$$\dot{V}_{2a} = -\mathbf{z}_1^T \mathbf{k}_1 \mathbf{z}_1 - \mathbf{z}_2^T \mathbf{k}_2 \mathbf{z}_2 \leq 0, \quad (14)$$

Следовательно, $V_{2a} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, что вместе с (13) обеспечивает пределы $\lim_{x \rightarrow \infty} \mathbf{z}_1 = \lim_{x \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_d) = 0$ и $\lim_{x \rightarrow \infty} \mathbf{z}_2 = 0$.

IV. ПРИМЕР

Расчетная схема трехстепенного манипуляционного робота типовой конструкции показана на рис. 1, где $m_i, l_i, i = \overline{1, 3}$ обозначены, соответственно, массы и плечи звеньев манипулятора, $q = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$.

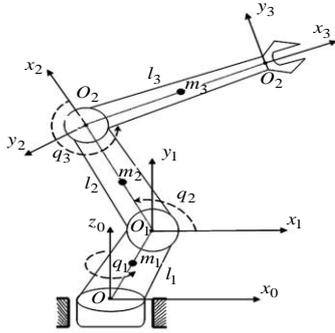


Рис. 1. Трехстепенный манипулятор

В соответствии с уравнением (1), матрицы \mathbf{M}, \mathbf{C} и вектор \mathbf{D} имеют следующее строение:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{22} & M_{23} \\ 0 & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D} = [D_1 \ D_2 \ D_3]^T.$$

Введем

обозначения:

$$\begin{aligned} a_1 &= (m_1 / 12 + m_2 / 4 + m_3 / 4) l_1^2; & a_8 &= (m_3 / 2) l_3 g; \\ a_2 &= (m_2 / 6 + m_3 / 2) l_2^2; & a_3 &= (m_3 / 6) l_3^2; \\ a_4 &= (m_3 / 4) l_1 l_3; & a_6 &= (m_3 / 4) l_2 l_3; \\ a_7 &= (m_3 + m_2 / 2) l_2 g; & q_6 &= 2q_2 + q_3; \\ a_5 &= (m_2 / 4 + m_3 / 2) l_1 l_2; & q_4 &= 2q_2; \\ q_5 &= q_2 + q_3; & q_7 &= 2q_2 + 2q_3; & c_i &= \cos(q_i); \\ s_i &= \sin(q_i), i = \overline{1, 7}. \end{aligned}$$

С помощью алгоритмов расчета в программе Mathcad15 получим: $M_{33} = 2a_3$;

$$M_{11} = a_1 + a_2 + a_3 + a_2 c_4 + a_3 c_7 + 2a_4 c_5 + 2a_5 c_2 + 2a_6 (c_3 + c_6);$$

$$M_{22} = 2a_2 + 2a_3 + 4a_6 c_3; \quad M_{23} = M_{32} = 2a_3 + 2a_6 c_3.$$

$$C_{11} = -a_3 s_7 \dot{q}_2 - a_2 s_4 \dot{q}_2 - a_4 s_5 \dot{q}_2 - a_5 s_2 \dot{q}_2 - 2a_6 s_6 \dot{q}_2 - a_3 s_7 \dot{q}_3 - a_4 s_5 \dot{q}_3 - a_6 s_3 \dot{q}_3 - a_6 s_6 \dot{q}_3;$$

$$C_{12} = -a_3 s_7 \dot{q}_1 - a_2 s_4 \dot{q}_1 - a_4 s_5 \dot{q}_1 - a_5 s_2 \dot{q}_1 - 2a_6 s_6 \dot{q}_1;$$

$$C_{13} = -a_3 s_7 \dot{q}_1 - a_4 s_5 \dot{q}_1 - a_6 s_3 \dot{q}_1 - a_6 s_6 \dot{q}_1;$$

$$C_{21} = -C_{12}; \quad C_{22} = -2a_6 s_3 \dot{q}_3; \quad C_{31} = -C_{13};$$

$$C_{23} = -2a_6 s_3 (\dot{q}_2 + \dot{q}_3); \quad C_{32} = 2a_6 s_3 \dot{q}_2. \quad D_1 = 0;$$

$$D_2 = a_7 c_2 + a_8 c_5; \quad D_3 = a_8 c_5.$$

Пусть $p_1 = \dot{\alpha}_1; p_2 = \dot{\alpha}_1 + c_4 \dot{\alpha}_1 - s_4 \dot{q}_2 \alpha_1 - s_4 \dot{q}_1 \alpha_2$;

$$p_3 = \dot{\alpha}_1 + c_7 \dot{\alpha}_1 - s_7 \dot{q}_2 \alpha_1 - s_7 \dot{q}_3 \alpha_1 - s_7 \dot{q}_1 \alpha_2 - s_7 \dot{q}_1 \alpha_3;$$

$$p_4 = 2c_5 \dot{\alpha}_1 - s_5 \dot{q}_2 \alpha_1 - s_5 \dot{q}_3 \alpha_1 - s_5 \dot{q}_1 \alpha_2 - s_5 \dot{q}_1 \alpha_3;$$

$$p_5 = 2c_2 \dot{\alpha}_1 - s_2 \dot{q}_2 \alpha_1 - s_2 \dot{q}_1 \alpha_2;$$

$$p_8 = 2\dot{\alpha}_2 + 2\dot{\alpha}_3 + s_7 \dot{q}_1 \alpha_1$$

$$p_6 = 2c_3 \dot{\alpha}_1 + 2c_6 \dot{\alpha}_1 - s_3 \dot{q}_3 \alpha_1 - 2s_6 \dot{q}_2 \alpha_1 - s_6 \dot{q}_3 \alpha_1 - 2s_6 \dot{q}_1 \alpha_2 - s_3 \dot{q}_1 \alpha_3 - s_6 \dot{q}_1 \alpha_3;$$

$$p_7 = 2\dot{\alpha}_2 + s_4 \dot{q}_1 \alpha_1;$$

$$p_9 = s_5 \dot{q}_1 \alpha_1;$$

$$p_{10} = s_2 \dot{q}_1 \alpha_1; \quad p_{12} = c_2$$

$$p_{11} = 4c_3 \dot{\alpha}_2 + c_3 \dot{\alpha}_3 + s_6 \dot{q}_1 \alpha_1 - s_3 (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \alpha_3 - s_3 \dot{q}_3 \alpha_2;$$

$$p_{13} = c_5;$$

$$p_{14} = s_3 \dot{q}_1 \alpha_3 \alpha_1 + s_6 \dot{q}_1 \alpha_1 + 2c_3 \dot{\alpha}_2 + 2s_3 \dot{q}_2 \alpha_2,$$

где (14) $\mathbf{a} = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]^T$; (17) $\dot{\mathbf{a}} = [\dot{\alpha}_1 \ \dot{\alpha}_2 \ \dot{\alpha}_3]^T$.

С помощью алгоритмов расчета в программе Mathcad 15 получены также следующие элементы матрицы Θ_α и вектора $\varphi_\alpha(q, \dot{q}, \alpha, \dot{\alpha})$:

$$\Theta_\alpha = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & 2a_6 & a_7 & a_8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 & a_4 & 0 & 0 & 0 & a_7 & a_6 \end{bmatrix}$$

$$\varphi_\alpha = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4 \ p_5 \ p_6 \ p_7 \ p_8 \ p_9 \ p_{10} \ p_{11} \ p_{12} \ p_{13} \ p_{14}]^T$$

В этом моделировании предполагается, что модель трения имеет вид

$$\mathbf{F}(\dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} + \begin{bmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \text{sign}(\dot{\mathbf{q}}).$$

$$\Theta_f = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix};$$

$$\varphi_f = [\dot{q}_1 \ \dot{q}_2 \ \dot{q}_3 \ \text{sign}(\dot{q}_1) \ \text{sign}(\dot{q}_2) \ \text{sign}(\dot{q}_3)]^T.$$

V. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Компьютерное исследование модели трехстепенного манипулятора проводилось со следующими числовыми параметрами его сочленений:

$$m_1=6\text{кг}; m_2=5\text{кг}; m_3=5\text{кг} \quad g=9.8, l_1=1\text{м}; l_2=1\text{м}; l_3=1\text{м}.$$

$$\Gamma_{\alpha 1} = 0.1I_{14 \times 14}; \quad \Gamma_{\alpha 2} = 0.2I_{14 \times 14}; \quad \Gamma_{\alpha 3} = 0.3I_{14 \times 14};$$

$$\Gamma_{f1} = 3I_{6 \times 6}; \quad \Gamma_{\alpha 2} = 3.2I_{6 \times 6}; \quad \Gamma_{\alpha 3} = 3.1I_{6 \times 6};$$

$$k_1 = \text{diag}(44, 44, 44), \quad k_2 = \text{diag}(75, 75, 75).$$

Программные траектории манипулятора

$$q_d = \begin{bmatrix} q_{1d} \\ q_{2d} \\ q_{3d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \sin(7\pi t) \\ 1 + \sin(8\pi t) \\ 1 + \sin(9\pi t) \end{bmatrix}$$

Из рис. 2 видно, что реальные траектории $q_i(t)$, $i=1,2,3$, звеньев манипулятора под действием робастного адаптивного управления с компенсацией трения отслеживают программные траектории $q_{id}(t)$, $i=1,2,3$, со скоростью сходимости быстрее, чем убывание функции $1 - \exp(-\frac{1}{0,033}t)$ или $\left\{ -\exp(-\frac{1}{0,04}t) \right\}$, т. е. время сходимости в пятипроцентную трубку составляет для варианта $1 \leq 0,1c$.

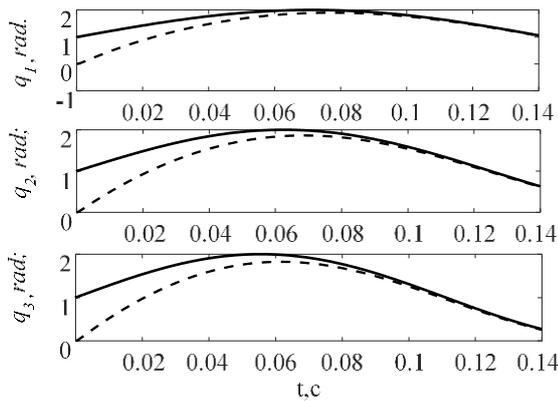


Рис. 2. Траектории манипулятора q_1, q_2, q_3 и q_{1d}, q_{2d}, q_{3d}

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В докладе рассмотрена задача построения адаптивной робастной системы управления неопределенным многостепенным нелинейным механическим объектом, с адаптивной компенсацией трения. Предлагаемая система синтезируется методом адаптивного обхода интегратора с функциями настройки с приведением многостепенного нелинейного механического объекта к каскадной форме. Приводятся некоторые результаты моделирования построенной системы адаптивного робастного управления, с системой адаптивной компенсации трения, вычисленные с помощью программ, разработанных в Matlab/Simulink.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Fradkov A.L., Miroshnik I.V., Nikiforov V.O. Nonlinear and adaptive control of complex systems. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1999.
- [2] Iuannon P.A., Kokotovic P.V. Instability analysis and improvement of robustness of adaptive control // Automatica. 1984. Vol. 20, №.5. P. 583-594.
- [3] Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. Nonlinear and Adaptive Control Design. N.Y.: John Wiley and Sons. New-York. 1995.
- [4] Le Hong Quang, Putov V.V., Sheludko V.N. Adaptive control of a multi-degree nonlinear mechanical object // International Scientific Conference «FarEastCon-2020». Oct. 6-9, 2020.
- [5] H. Olsson, K. Astrom, C. Canudas de Wit, M. Gafvert, and P. Lischinsky. Friction models and friction compensation // European Journal of Control, vol. 4, pp. 176-195, 1998.
- [6] Bona B, Indri M. Friction compensation in robotics: An overview // In: Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. Seville Spain, 2005. 4360-4367
- [7] Sanxiu W, Shengtao J. Adaptive Friction Compensation of Robot Manipulator. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin-Heidelberg, 2011.
- [8] Armstrong-Helouvy B, Dupont P, De Wit C C. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction // Automatica, 1994, 30: 1083-1138.
- [9] Мирошник И.В., Никифоров В.О. Синтез линейных систем автоматического управления. СПб.: Изд-во: СПбГУИТМО, 2000. 76 с.