

Система управления перевёрнутым маятником с инерционным колесом

К. С. Суравнёва, Г. В. Бельский, М. М. Копычев

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

mmkopychev@etu.ru

Аннотация. В докладе рассматривается разработка лабораторного стенда и системы управления поддержанием положения неустойчивого равновесия перевёрнутого маятника с инерционным колесом. Приводится обзор технических решений в области стабилизации объектов типа перевёрнутого маятника, с целью поиска решений построения прототипа объекта, и его математической модели. Построенная математическая модель объекта управления показала управляемость объекта. Собран прототип исследовательского лабораторного стенда перевёрнутого маятника, включающего в себя плечо, закреплённое в подшипниковой опоре в основании, мотор-редуктор постоянного тока с энкодером и инерционным колесом на валу и драйвером для обеспечения тока двигателя, микроконтроллерную систему управления вращением вала двигателя и, соответственно, управления моментом на валу для изменения угла наклона плеча стенда. Проведены испытания разработанного исследовательского лабораторного стенда с ПИД-регулятором. Испытания показали, что разработанная конструкция управляема, и положение неустойчивого равновесия может поддерживаться за счёт вращения инерционной массы на валу электродвигателя.

Ключевые слова: перевёрнутый маятник; микроконтроллер; система управления; исследовательский стенд; самостабилизирующийся объект; объект управления

I. ВВЕДЕНИЕ

Исследовательские лабораторные стенды и прототипы могут быть использованы для апробации различных методов линейного и нелинейного управления, а также для обучения основам построения таких систем [1]. Наличие нелинейной динамики позволяет лучше понять и применить на практике методы построения систем автоматического управления в таких областях, как робототехника, аэрокосмическое приборостроение, морской транспорт. Существует достаточное число различных вариаций классической модели перевёрнутого маятника, среди них: маятник с инерционным колесом (рис. 1а), маятник на подвижной тележке (рис. 1б), маятник с двумя и тремя степенями подвижности (рис. 1в), маятник Фурута с подвижным основанием (рис. 1г), а также – многие другие [2–5].

Возможно простейшим и оттого – самым наглядным примером самобалансирующегося объекта, который может быть использован в качестве лабораторного исследовательского стенда для изучения проектирования систем автоматического управления положением

неустойчивого объекта, является одномассовый инерционный перевёрнутый маятник, или, как его также часто называют, маятник с инерционным колесом.



Рис. 1. Исследовательские стенды с самостабилизацией

Этот объект построен на принципе использования момента инерции колеса (или – маховика), расположенного на валу электродвигателя, что позволяет поддерживать положение неустойчивого равновесия всего объекта управления в целом. Рассмотрим более подробно выкладки по такому объекту в литературе.

В работе [6] авторами представлен анализ, управление и сравнение микроконтроллерных систем управления нелинейной динамической моделью маятниковой инерционной массы. Исследуются классические методики, такие как ПИД-регулятор и управление с обратной связью по переменным состояниям. Метод Ляпунова предложен для анализа устойчивости предлагаемых нелинейных регуляторов, а также используется для разработки законов управления, гарантирующих глобально асимптотически устойчивые условия в замкнутом контуре. Также предусмотрена стратегия самоподъёма штанги объекта для приведения её в желаемую рабочую зону в вертикальном верхнем положении из произвольного исходного положения. Результаты моделирования показывают, что можно получить такое же динамическое поведение системы, соответствующим образом регулируя коэффициент усиления управления. На рис. 2 приведён результат

моделирования для случая наличия внешних возмущений.

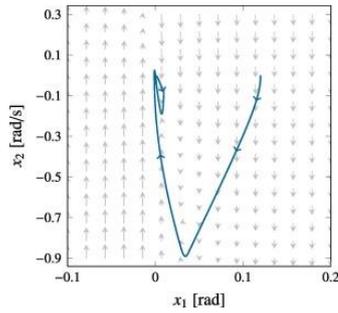


Рис. 2. Фазовая траектория для случая внешних возмущений

В работе [7] также рассматривается задача стабилизации маятника с инерционным колесом при произвольных начальных условиях. Предлагается закон управления переключением для раскачивания маятника и приведения его в равновесие, относительно перевернутого положения. Предложен нелинейный закон управления раскачиванием плеча, обеспечивающий глобальную стабилизацию маятника относительно перевернутого положения. При проектировании регулятора системы управления используется схема управления градиентом скорости на основе энергии (EBSG). Предложена модификация метода EBSG для обеспечения достижимости перевернутого положения маятника для всех начальных состояний системы. Регулятор разработан на основе управления переменной структурой с принудительным скользящим режимом. Представлены результаты численного моделирования, показывающие достижение поставленной цели управления с помощью управляющего воздействия малой величины. На рис. 3 приведены результаты моделирования системы.

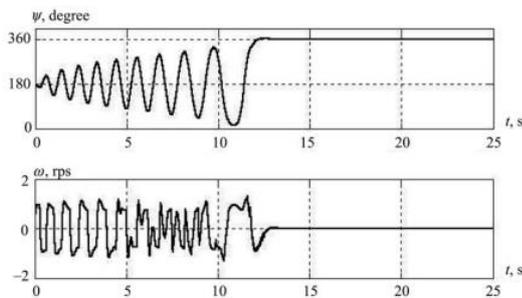


Рис. 3. Результаты численного моделирования (верхний график – временная зависимость угла наклона плеча маятника, нижний – временная зависимость скорости вращения маховика)

Авторы работы [8] рассматривают процесс управление ориентацией аэрокосмических устройств с использованием инерционных масс в качестве приводов. За счет управляемого изменения скорости и изменения углового момента с помощью инерционных масс можно управлять колебаниями и скоростью изменения направления твердых тел в пространстве. Таким образом, основная идея этой работы состоит в том, чтобы представить тематическое исследование с различными конфигурациями хорошо известного маятника с инерционным колесом. Первый основан на классической конфигурации, а второй, новый,

представляет собой маятник с двумя инерционными массами, которые расположены так, как это показано на рис. 4.

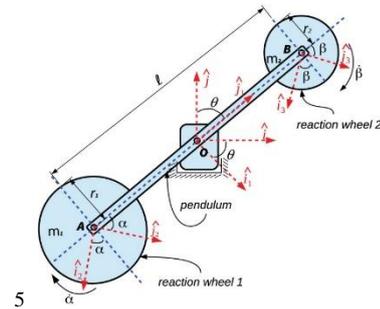


Рис. 4. Перевернутый маятник с двумя инерционными массами

В данной работе авторами рассматривается перевернутый маятник с одной инерционной массой, микроконтроллерной системой управления поддержанием положения неустойчивого равновесия (без самоподъёма плеча маятника из произвольного начального положения в рабочее вертикальное положение), основанной на ПИД-регуляторе и двигателем постоянного тока с датчиком Холла в качестве привода. Система управления была апробирована на построенной математической модели объекта управления. Результаты работы системы управления показали удовлетворительные результаты как в математической модели, так и на реальном объекте.

II. КОНСТРУКЦИЯ СТЕНДА

Прототип стенда, разработанного на кафедре систем автоматического управления Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ», приведён на рис. 5.



Рис. 5. Исследовательский стенд типа перевернутый маятник с инерционным колесом

Первой задачей, выполненной в ходе работы, было построение математической модели перевернутого маятника исследуемого типа и проведение испытаний системы управления поддержанием положения неустойчивого равновесия в построенной модели. Далее следовало перейти к разработке прототипа лабораторного стенда. Важным аспектом, по которому можно было оценить возможность управления объектом,

была его способность переключать вертикальное плечо с инерционным колесом с одного конечного положения в другое с помощью крутящего момента двигателя. Выполнение этой задачи было связано с выбором веса инерционного колеса и мощностью двигателя. Когда эта задача была выполнена, стало возможным полноценно приступить к синтезу микроконтроллерной системы управления.

Диаграмма компонентов разработанного исследовательского стенда приведена на рис. 6.

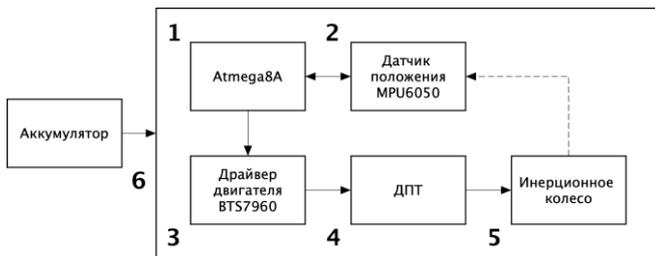


Рис. 6. Диаграмма компонентов исследовательского стенда

В качестве микроконтроллера для разработки системы управления был выбран AVR микроконтроллер Atmega8A (блок 1 на рис. 6), работающий на частоте 16 МГц. Угол отклонения плеча от положения равновесия определяется с помощью инерциального датчика на основе микросхемы MPU6050 (блок 2), общающегося с микроконтроллером по протоколу TWI (I²C). В качестве привода инерционного колеса (блок 5), приводящего в движение плечо был выбран двигатель постоянного тока (блок 4) мощностью 36 Вт с редуктором и датчиком Холла для организации обратной связи по скорости. Двигатель управляется с микроконтроллера при помощи 43 А драйвера BTS7960 (блок 3). Построенная система питается от 12 В аккумуляторной батареи (блок 6). Габариты стенда – 350×250×190 мм (В×Ш×Г), общая масса – 900 г.

III. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕВЕРНУТОГО МАТНИКА С ИНЕРЦИОННЫМ КОЛЕСОМ

На рис. 7 показана система координат, используемая для моделирования системы, где обозначено: ω_R – угловая скорость вращения колеса относительно плеча маятника; $\omega_{Inertial}$ – угловая инерционная скорость колеса; l_b – расстояние от центра масс маятника до оси; l_m – расстояние от центра масс двигателя до оси; l_r – расстояние от центра масс инерционного колеса до оси; θ – угол отклонения маятника от положительного направления оси Y; θ_R – угол поворота инерционного колеса вокруг своей оси.

Для моделирования динамики системы расстояния, скорости и ускорения должны выражаться относительно инерциальной системы координат.

Для рассматриваемого перевернутого маятника можно выделить четыре переменных состояния:

- 1) θ – угловое положение маятника;
- 2) $\dot{\theta}$ – угловая скорость маятника;
- 3) ω_R – угловая скорость инерционного колеса.

4) i – электрический ток, протекающий по обмоткам двигателя.

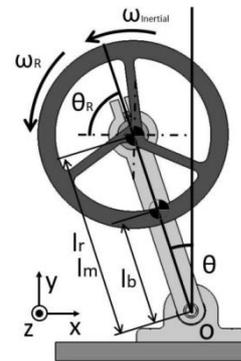


Рис. 7. Система координат

Током можно пренебречь, так как постоянная времени RL -цепи электродвигателя очень мала по сравнению с механическими постоянными времени остальных частей системы. Принимая $L = 0$, избавляемся от тока как от ещё одной переменной состояния.

Таким образом, переменными состояниями системы являются:

$$x_1 = \theta; x_2 = \dot{\theta}; x_3 = \omega_R.$$

После соответствующих преобразований и подстановок получим матрицы состояния объекта управления:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 46,14 & -10,59 & 0,02665 \\ -46,14 & 10,59 & -0,06836 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5,330 \\ 13,67 \end{bmatrix}; \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Структурная схема математической модели объекта управления приведена на рис. 8.

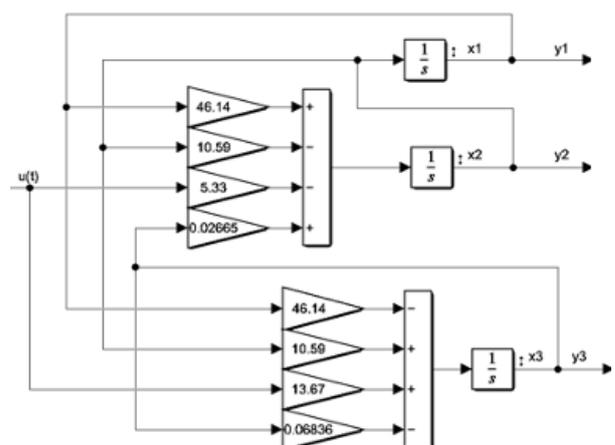


Рис. 8. Математическая модель объекта управления

Реакция объекта управления на единичное ступенчатое воздействие не удовлетворяет требованиям динамики. В связи с этим перейдем к построению регулятора.

IV. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

В качестве регулятора был выбран ПИД-регулятор. На рис. 9 а,б,в приведены результаты исследования влияния коэффициентов регулятора на переходный процесс в системе.

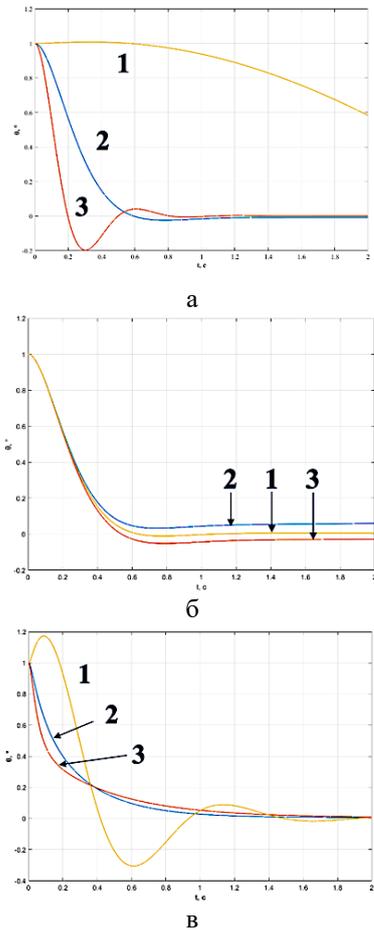


Рис. 9. Влияние коэффициентов ПИД-регулятора на угол отклонения плеча перевёрнутого маятника

На рис. 9а цифрой 1 обозначен набор параметров регулятора: $P = 17$, $I = 1$, $D = 0$; цифрой 2: $P = 20$, $I = 1$, $D = 0$; цифрой 3: $P = 14$, $I = 1$, $D = 0$. На рис. 9б цифрой 1 обозначен набор параметров регулятора: $P = 17$, $I = -1$, $D = 0$; цифрой 2: $P = 17$, $I = 2$, $D = 0$; цифрой 3: $P = 17$, $I = 0.5$, $D = 0$. На рис. 9в цифрой 1 обозначен набор параметров регулятора: $P = 17$, $I = 0.5$, $D = 1$; цифрой 2: $P = 17$, $I = 0.5$, $D = 2$; цифрой 3: $P = 17$, $I = 0.5$, $D = -1$.

Нетрудно видеть, что коэффициенты регулятора, обеспечивающие лучший результат на математической модели следующие: $P = 17$, $I = 0.5$, $D = 0$. Для объекта управления данного типа, D -составляющая не даёт существенного прироста результата.

Как было отмечено выше, для определения угла наклона плеча маятника на реальном объекте управления был использован инерциальный датчик – гироскоп совместно с акселерометром. Для определения угла наклона плеча маятника в градусах, а также компенсации дрейфа нуля гироскопа и помех акселерометра используется комплиментарный фильтр, в котором с

разным весом складываются два значения угла наклона, высчитанного с помощью акселерометра и гироскопа. Приведём здесь значения весовых коэффициентов, показавших удовлетворительные результаты: $A = 0.98$, $B = 0.02$.

Микроконтроллерная система управления с ПИД-регулятором написана на языке СИ, работает на частоте 200 Гц. Задачей системы управления является поддержание положение неустойчивого равновесия плеча маятника в пределах $\pm 7^\circ$ (когда плечо приближается к крайнему положению, система управления отключается). На рис. 10 приведена зависимость угла наклона плеча маятника на реальном объекте управления при включённой системе управления.

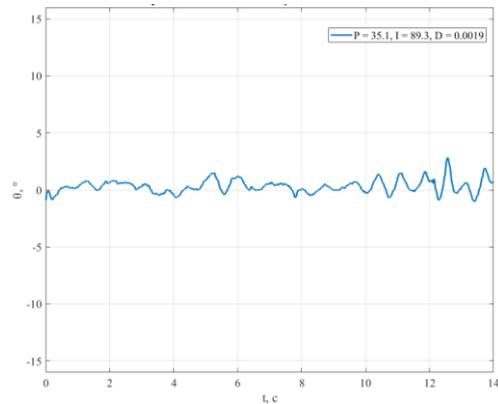


Рис. 10. Временная зависимость угла наклона плеча маятника

Из рис. 10 нетрудно видеть, что система управления, основанная на ПИД-регулятора, справляется с задачей поддержания положения неустойчивого равновесия плеча перевёрнутого маятника с помощью инерции вращающегося колеса. Коэффициенты регулятора для реального объекта имеют следующие значения: $P = 35.1$, $I = 89.3$, $D = 0.0019$.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполнения данной работы была разработана и исследована математическая модель перевёрнутого маятника с инерционным колесом. Система управления с ПИД-регулятором показала удовлетворительные результаты работы на модели. Далее был спроектирован и собран исследовательский лабораторный стенд с микроконтроллерной системой управления поддержанием положения неустойчивого равновесия плеча перевёрнутого маятника с мотор-редуктором постоянного тока и инерционной массой, а также датчиком угла наклона для организации обратной связи по положению плеча маятника. Проведённые испытания исследовательского стенда с ПИД-регулятором показали, что разработанная конструкция управляема, и положение неустойчивого равновесия может поддерживаться за счёт микроконтроллерной системы автоматического регулирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] S. Irfan, A. Mehmood, M.T. Razaq, J. Iqbal Advanced sliding mode control techniques for inverted pendulum: modeling and simulation. // Engineering Science and Technology, an International Journal, Volume 21, Issue 4, 2018, pp. 753-759.

- [2] J. Lee, R. Mukherjee, H.K. Khalil. Output feedback stabilization of inverted pendulum on a cart in the presence of uncertainties. // *Automatica*, Volume 54, 2015, pp. 146-157.
- [3] M.J. Mahmoodabadi, H. Jahanshahi Multi-objective optimized fuzzy-PID controllers for fourth order nonlinear systems. // *Engineering Science and Technology, an International Journal*, Volume 19, Issue 2, 2016, pp. 1084-1098.
- [4] A.M. El-Nagar, M. El-Bardini Practical implementation for the interval type-2 fuzzy PID controller using a low cost microcontroller. // *Ain Shams Engineering Journal*, Volume 5, Issue 2, 2014, pp. 475-487.
- [5] M.W. Spong, P. Corke, R. Lozano Nonlinear control of the Reaction Wheel Pendulum. // *Automatica*, Volume 37, Issue 11, 2001, pp. 1845-1857.
- [6] O.D. Montoya, W.Gil-González Nonlinear analysis and control of a reaction wheel pendulum: Lyapunov-based approach. *Engineering Science and Technology // an International Journal*, Volume 23, Issue 1, 2020, pp. 21-29.
- [7] B.R. Andrievsky Global stabilization of the unstable reaction-wheel pendulum. // *Automation and remote control*, 2011, Volume 72, Number 9 pp. 1981-1993.
- [8] J.F.S. Trentin, T.P. Cenale, S.D. Silva, J.M.D.S. Ribeiro Attitude control of inverted pendulums using reaction wheels: Comparison between using one and two actuators. // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 2020, Volume 234, Issue 3, pp. 420-429.