

Модификация алгоритмов ШИМ в прерывистом и непрерывном режимах для трехфазного инвертора в косоугольной системе координат

Артем Н. Прокшин

Санкт-Петербургский
государственный
электротехнический
университет «ЛЭТИ»

им. В.И. Ульянова (Ленина)

Санкт-Петербургский
государственный университет

ООО «Русское

Электротехническое Общество»

anprokshin@etu.ru

АльМустафа Саад

Санкт-Петербургский
государственный
электротехнический
университет «ЛЭТИ»

им. В.И. Ульянова (Ленина)

saadmoustafa96@gmail.com

Геннадий А. Карпов

Санкт-Петербургский
государственный университет

g.a.karpov@spbu.ru

Николай И. Татаринцев

Санкт-Петербургский
государственный
электротехнический
университет «ЛЭТИ»

им. В.И. Ульянова (Ленина)

nitatarintsev@etu.ru

Алексей Д. Кузнецов

ООО «Русское
Электротехническое Общество»

adk@ruselco.com

Александр В. Трофимов

Санкт-Петербургский
государственный
электротехнический
университет «ЛЭТИ»

им. В.И. Ульянова (Ленина)

avtrofimov@etu.ru

Аннотация. Данная статья приводит вывод уравнений для ШИМ в системах управления трехфазными инверторами в косоугольной системе координат с осями, сонаправленными с измеренными фазными токами и линейными напряжениями. Простой физический смысл величин в косоугольной системе координат понуждает к пересмотру алгоритмов управления ШИМ для трехфазных инверторов в непрерывном и прерывистом режимах. Использование измеренных значений токов и линейных напряжений проще, чем переход к фазным напряжениям и переход в декартову систему координат и обратно, предлагаемый цепочкой прямых и обратных преобразований Парка и Кларк. Представленный алгоритм ШИМ для трехфазных инверторов используется в 600-киловаттной береговой зарядной станции для электрических речных трамвайчиков в городе Москва.

Ключевые слова: косоугольная система координат, прерывистый ШИМ, векторный ШИМ, непрерывный режим ШИМ

I. КОСОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ В ТРЕХФАЗНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЕ И ИХ СВЯЗЬ С ИЗМЕРЯЕМЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

Рассматриваем трехфазный инвертор напряжения, работающий совместно с электрической машиной или электрической сетью. Трехфазное соединение инвертора осуществляется без нулевого провода, следовательно мгновенные токи фаз подчиняются уравнению Кирхгофа:

$$i_A + i_B + i_C = 0. \quad (1)$$

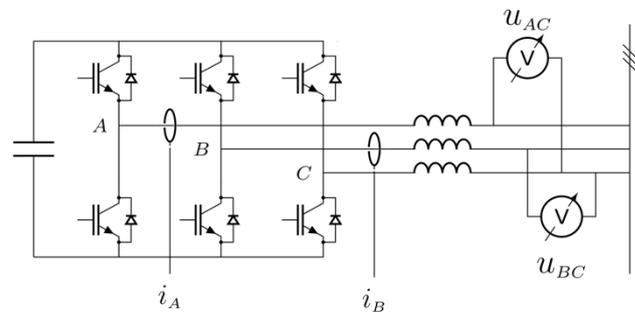


Рис. 1. Измерение токов и напряжений в трехфазном инверторе напряжения

Инвертор соединен с сетью через трехфазный дроссель, чтобы ступенчатые переключения напряжения на стороне постоянного тока не приводили к ступенчатому характеру напряжения со стороны сети. Индуктивность дросселя выбирается из условия:

$$L \frac{\Delta i}{\Delta t} = \Delta u$$

здесь Δu – линейное напряжение, Δt – полупериод ШИМ, Δi – колебания тока, обычно 5–10 % от действующего значения I . Например, для $\Delta u = 540$ В, периода ШИМ 5 кГц, тока 1000 А получаем значение $L = 0,0005$ Гн.

Схема подключения датчиков для измерения мгновенных значений токов и линейных напряжений, используемых в симметричном трехфазном инверторе

напряжения, ведомым промышленной сетью, представлена на рис. 1.

Датчики токов могут быть установлены с любой стороны от дросселя. Датчики линейного напряжения устанавливаются на стороне дросселя, противоположной инвертору. Линейные напряжения на дросселе со стороны инвертора известны из системы управления ключами и известном напряжении звена постоянного тока.

При указанном на рис. 1 расположении датчиков, пользуясь законом Кирхгоффа (1), введя «нулевой» потенциал u_0 (здесь u_0 может изменяться во времени) неизменяемого непосредственно датчиками фазного напряжения для передаваемой мощности, имеем:

$$\begin{aligned} P &= i_A u_{AC} + i_B u_{BC} = \\ &= i_A (u_A - u_0 - (u_C - u_0)) + i_B (u_B - u_0 - (u_C - u_0)) = \\ &= i_A u_A + i_B u_B - u_C (i_A + i_B) = i_A u_A + i_B u_B + i_C u_C, \end{aligned}$$

и равна мощности трех фаз.

Выражение для мощности

$$P = i_A u_{AC} + i_B u_{BC} \quad (2)$$

совпадает буквально с величиной мощности, измеряемой по методу двух ваттметров Аарона [1]: мгновенные измеренные значения i_A токовой обмотки и u_{AC} обмотки напряжения одного ваттметра, и i_B и u_{BC} – другого ваттметра. «Нулевой» потенциал u_0 фазных напряжений может совпадать с потенциалом точки соединения трех фаз по схеме звезды, но может быть выбран произвольно и, как правило, выбирается из условия:

$$u_A + u_B + u_C = 0 \quad (3)$$

В косоугольной системе координат с единичными базисными векторами вдоль осей $|\vec{e}_1| = 1$ для модуля произвольного вектора с перпендикулярными проекциями x_i и компонентами разложения x^i этого вектора по базисным векторам \vec{e}_i , где i пробегает номера осей $\{1, 2\}$, имеем:

$$|\vec{X}| = \sqrt{x_1 x^1 + x_2 x^2}.$$

Здесь и далее i в записи x^i не степень, а верхний индекс, аналогично, x_i – нижний индекс [2, 3]. Скалярное произведение двух векторов записывается в виде:

$$(\vec{X}, \vec{Y}) = x^1 y_1 + x^2 y_2 = y^1 x_1 + y^2 x_2 \quad (4)$$

Вектора \vec{e}^i , выбранные по правилу

$$(\vec{e}^i, \vec{e}^k) = \delta_k^i.$$

образуют взаимный или сопряженный, или двойственный базис. Здесь i, k пробегает номера осей $\{1, 2\}$, δ_i^j – символ Кронекера, такой что:

$$\delta_i^j = \begin{cases} 1, & \text{при } i = j \\ 0, & \text{при } i \neq j \end{cases}$$

Поскольку вектор \vec{e}^1 перпендикулярен \vec{e}_2 , а \vec{e}^2 перпендикулярен \vec{e}_1 то направление векторов \vec{e}^i можно выбрать двумя способами. Направление выбирают таким

образом, чтобы угол между \vec{e}^i и \vec{e}_i был острым. При таком определении единицы измерения базисных векторов \vec{e}^i двойственных осей не совпадают с единицами измерения базисных векторов \vec{e}_i базовых осей:

$$|\vec{e}^i| \neq |\vec{e}_i| = 1$$

Произвольный вектор \vec{X} разлагается по базовым осям

$$\vec{X} = x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2.$$

а также по сопряженным осям

$$\vec{X} = x_1 \vec{e}^1 + x_2 \vec{e}^2.$$

Координаты x_i называются ковариантными, а x^i – контравариантными.

Скалярное произведение из разложений по базовым и сопряженным осям:

$$(\vec{X}, \vec{X}) = (x^1 \vec{e}_1 + x^2 \vec{e}_2) (x_1 \vec{e}^1 + x_2 \vec{e}^2) = x^1 x_1 + x^2 x_2$$

здесь координаты x_i и x^i разных размерностей.

Ковариантные координаты можно получить из контравариантных:

$$x_k = \sum_{j=1}^2 g_{kj} x^j \quad (5)$$

где g_{kj} – метрический тензор:

$$g_{kj} = \begin{pmatrix} (\vec{e}_1, \vec{e}_1) & (\vec{e}_1, \vec{e}_2) \\ (\vec{e}_2, \vec{e}_1) & (\vec{e}_2, \vec{e}_2) \end{pmatrix}$$

Формула (5) называется «жонглирование» индексами.

В качестве базовой системы координат выберем оси измеряемых токов i_A, i_B и фазных напряжений u_A, u_B . Мгновенная измеряемая величина тока i_A есть перпендикулярная проекция изображающего вектора \vec{i} , проведенного из начала координат. У любого вектора \vec{x} , проведенного из начала координат, проекции на фазные оси А, В, С удовлетворяют уравнению $x_A + x_B + x_C = 0$, что выполняется для изображающего вектора тока \vec{i} сумма проекций которого на оси А, В, С равна нулю по закону Кирхгофа (1). Вследствие выбора потенциала u_0 (3) изображающий вектор фазного напряжения \vec{u} также проведен из начала координат. Перпендикулярные проекции вектора фазного напряжения u_k непосредственно неизменяемы. Перпендикулярные проекции i_k и u_k являются ковариантными координатами изображающих векторов \vec{i} и \vec{u} .

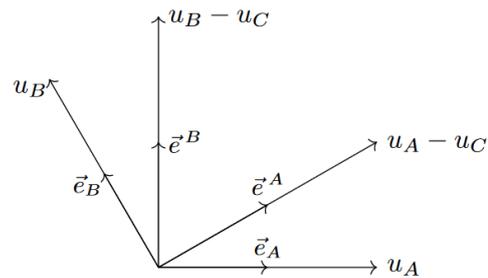


Рис. 2. Оси линейных напряжений совпадают со взаимными осями

Оси линейных напряжений $u_A - u_C$ и $u_B - u_C$ оказываются сонаправленными двойственным осям U^A и U^B , и изображены на рис. 2. С точки зрения инженера, размерность единиц базисных векторов напряжения, принятая в математике, по двойственным осям \vec{e}^k отличается от размерности единиц базисных векторов напряжения \vec{e}_k по базовым осям.

$$|\vec{e}^A| \neq |\vec{e}_A| = 1$$

Однако, мгновенная координата фазного тока i_A оказывается измеренной в правильной размерности $|\vec{e}^A|=1$ а вектор $i_A \vec{e}^A$ является векторной проекцией вектора \vec{i} на сопряженную ось i^A . Векторная проекция фазного напряжения $u_A \vec{e}^A$ и соотношения ковариантной координаты u_A и векторной проекции изображены на рис 3.

Выпишем ковариантные координаты:

$$u^k = \sum_{j=A,B} g^{kj} u_j$$

Здесь g^{kj} – обратный метрический тензор:

$$g^{kj} = \begin{pmatrix} (\vec{e}^A, \vec{e}^A) & (\vec{e}^A, \vec{e}^B) \\ (\vec{e}^B, \vec{e}^A) & (\vec{e}^B, \vec{e}^B) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/3 & 2/3 \\ 2/3 & 4/3 \end{pmatrix}$$

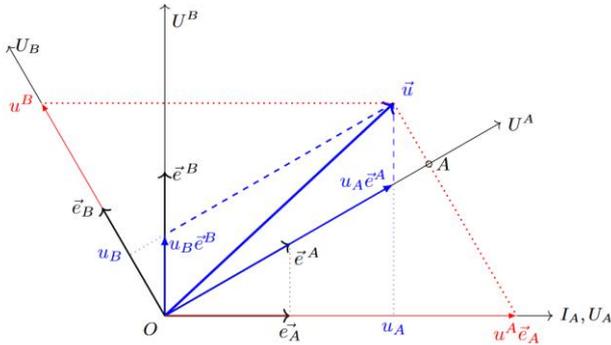


Рис. 3. Геометрическая интерпретация соотношений с контравариантной координатой u^A

$$u^A = g^{AA} u_A + g^{AB} u_B = \frac{4}{3} u_A + \frac{2}{3} u_B = \frac{2}{3} u_A - \frac{2}{3} u_C + \frac{2}{3} u_A + \frac{2}{3} u_B + \frac{2}{3} u_C$$

Здесь сумма последних трех слагаемых может быть сделана равной 0 из-за произвольности в выборе начала отсчета фазных напряжений (3). Выбрав таким образом начало отсчета, получаем:

$$u^A = \frac{2}{3} (u_A - u_C) = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{u_A - u_C}{\sqrt{3}} \quad (6)$$

Контравариантная координата u^A является разложением изображающего вектора \vec{u} по базису единичных векторов \vec{e}_k . Векторная проекция вектора

$u^A \vec{e}_A$ на двойственную ось U^A равна:

$$|OA| = \frac{u_A - u_C}{\sqrt{3}}$$

откуда для контравариантной координаты u^A получаем:

$$u^A = \frac{|\vec{e}^A|}{|\vec{e}_A|} |OA| = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{u_A - u_C}{\sqrt{3}}$$

что совпадает с выражением (6).

Для скалярного произведения (\vec{i}, \vec{v}) следуя (4) и (6)

$$(\vec{i}, \vec{v}) = i_A u^A + i_B u^B = \frac{2}{\sqrt{3}} (i_A \frac{u_A - u_C}{\sqrt{3}} + i_B \frac{u_B - u_C}{\sqrt{3}})$$

Сравнивая полученное выражение с формулой для мощности (2) получаем правило: мощность P есть скалярное произведение вектора тока, измеренного по фазным осям, и вектора линейного напряжения, измеренного по осям линейного напряжения.

$$P = (\vec{i}, \vec{v}_{\text{линейное}})$$

Наличие простого физического смысла в формулах, получаемых в косоугольной системе координат, вдохновляет переписать алгоритмы управления инвертором в косоугольной системе координат.

II. МОДИФИЦИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ

Типичный алгоритм в схеме управления инвертором напряжения показан на рис. 4.

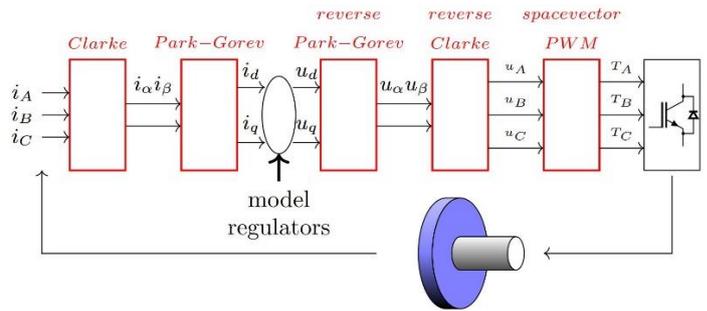


Рис. 4. Типичная схема управления инвертором напряжения

Было запланировано изменить алгоритмы ШИМ в терминах линейных напряжений и фазных токов: прямое и обратное преобразование Парка-Горева, прямое и обратное преобразование Кларк и алгоритм установки скважности ключей в фазах полумостов T_a, T_b, T_c . Все измененные блоки окрашены красным.

A. Изменение прямого и обратного преобразования Парка-Горева

Прямое преобразование Парка-Горева – это переход из стационарной координатной системы во вращающуюся координатную систему. Обратное преобразование Парка-Горева делает обратный переход из вращающейся в стационарную координатную систему.

Вместо перевода в стационарную систему с осями α и β перейдем к косоугольной стационарной системе линейных напряжений u_{ac} и u_{bc} на рис. 5.

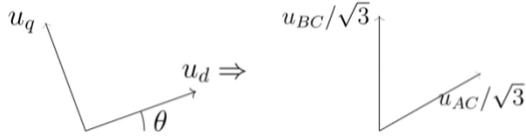


Рис. 5. Трансформация из вращающейся координатной системы в стационарную координатную систему

$$\begin{pmatrix} \frac{u_{AC}}{\sqrt{3}} \\ \frac{u_{BC}}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix}$$

Здесь u_d и u_q — это координаты изображающего вектора напряжения во вращающейся системе координат, θ — вектор между вращающейся и неподвижной системой координат. $\frac{u_{ac}}{\sqrt{3}}$ — это нормализация линейного напряжения к единице.

В. Вывод алгоритма для скважностей

Найдем координаты вектора как центр масс весов m_0, m_1, m_2 в секторе I. Максимальная амплитуда вектора линейного напряжения выбрана так, чтобы $u_{acmax} = 1, u_{bcmax} = 1$. Ось линейного напряжения U_{BC} выбрана как показано на рис. 6 из точки O' в точку O'' . Веса для сектора I расположены как показано на рис. 6.

$$\vec{u} = m_0 \vec{U}_0 + m_1 \vec{U}_1 + m_2 \vec{U}_2.$$

Из закона Архимеда для рычага

$$|u_{ac}|m_0 = (u_{acmax} - |u_{ac}|)(m_1 + m_2)$$

получаем [4] систему уравнений:

$$\begin{cases} u_{ac}m_0 = (u_{acmax} - u_{ac})(m_1 + m_2) \\ u_{bc}(m_0 + m_1) = (u_{acmax} - u_{ac})m_2 \\ m_0 + m_1 + m_2 = 1 \end{cases} \quad (3)$$

Здесь сумма $m_0 + m_1 + m_2 = 1$ выражает тот факт, что мы в секторе I.

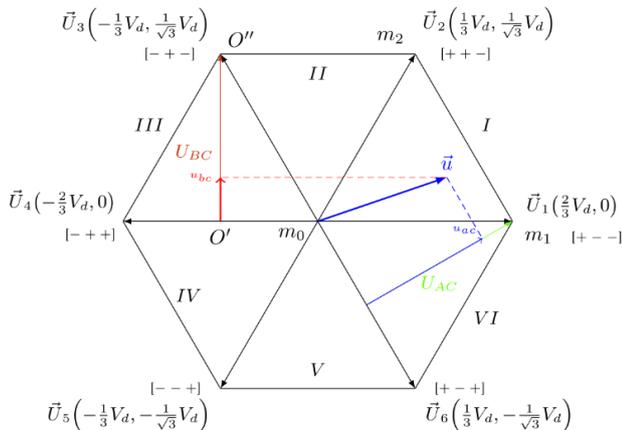


Рис. 6. Изображающий вектор линейного напряжения в секторе I

Выводы из системы (3) сведены в табл. I.

	ТАБЛИЦА I. ВЕСА КОМБИНАЦИЙ $U_i, i = 0, \dots, 7$					
	I	II	III	IV	V	VI
m_1	u_{ab}	u_{ac}	u_{bc}	u_{ba}	u_{ca}	u_{cb}
m_2	u_{bc}	u_{ba}	u_{ca}	u_{cb}	u_{ab}	u_{ac}

Хотя этот результат представлен в литературе [5] мы вывели этот результат, не пользуясь декартовой системой координат и комплексной плоскостью, координаты которой тоже является декартовыми координатами.

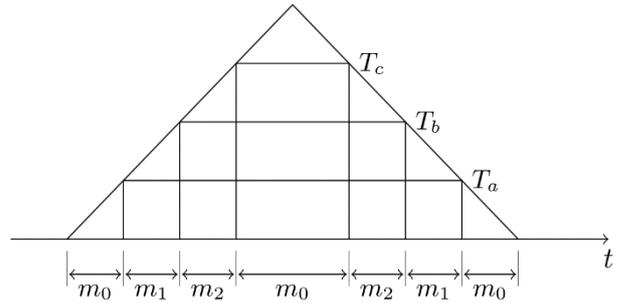


Рис. 7. Установки таймеров в непрерывном режиме, сектор I, $1 - T_a = T_c$

Для ШИМ в непрерывном режиме для сектора I скважности T_a, T_b, T_c подчиняются системе уравнений

$$\begin{cases} 1 - T_a + T_c = 1 - (m_1 + m_2) \\ T_a - T_b = m_1 \\ T_b - T_c = m_2 \end{cases} \quad (4)$$

Первое уравнение линейно зависимо и может быть заменено уравнением, которое выражает факт, что часть нулевого вектора U_7 , когда все полумосты соединены с положительной шиной, равна нулевому вектору U_0 , когда все полумосты соединены с отрицательной шиной:

$$1 - T_a = T_c.$$

Мы получаем систему уравнений в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_a \\ T_b \\ T_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Введем переменные для скважностей ШИМ, где T'_i изменяется от -1 до 1, в то время как T_i изменяется от 0 до 1.

Окончательно получаем для сектора I:

$$\begin{aligned} T'_a &= u_{ac} \\ T'_b &= -u_{ac} + 2u_{bc} \\ T'_c &= -u_{ac} \end{aligned}$$

Скважности ШИМ в непрерывном режиме для всех секторов приведены в табл. II.

ТАБЛИЦА II. СКВАЖНОСТИ ШИМ В НЕПРЕРЫВНОМ РЕЖИМЕ, $T_i \in [-1,1]$

	I	II	III	IV	V	VI
T'_a	u_{ac}		$-u_{ba}$	$-u_{ca}$		u_{ab}
T'_b		u_{bc}	u_{ba}		$-u_{cb}$	$-u_{ab}$
T'_c	$-u_{ac}$	$-u_{bc}$		u_{ca}	u_{cb}	

Мы можем заменить первое уравнение в (4) различными уравнениями, также мы можем заменить второе или третье уравнение. Заменяем первое уравнение в (4) условием, что все полумосты преимущественно соединены с отрицательной шиной $T_c = 0$ в секторе I. Полумост фазы С никогда не будет соединен с положительной шиной в секторе I. Установки таймера для сектора I показаны на рис. 8.

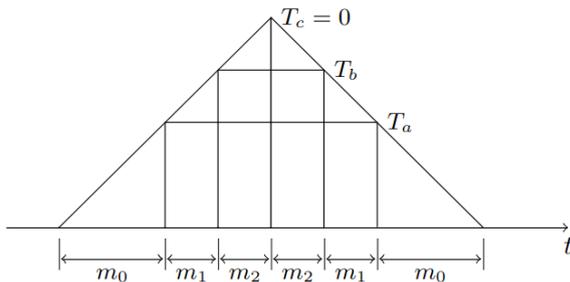


Рис. 8. Установки таймера для прерывистого режима, $T_c = 0$

Скважности $T_i \in [0,1]$ для всех секторов представлены в табл. III. Графики для прерывистого и непрерывного режимов с амплитудой модуляции равной единице, представлены на рис. 9–11.

В прерывистом режиме с амплитудой модуляции много меньше единицы в случае, когда ключи полумостов преимущественно на отрицательной шине мы приложим последовательно относительно небольшое напряжение к фазам U_A, U_B, U_C , чтобы запустить мотор вплоть до номинального режима. На практике нам не удалось запустить асинхронный мотор, когда ключи преимущественно на положительной шине.

ТАБЛИЦА III. СКВАЖНОСТИ ДЛЯ СЕКТОРОВ, $T_i \in [0,1]$

	I,II	III,IV	V,VI
T_a	u_{ac}	0	u_{ab}
T_b	u_{bc}	u_{ba}	0
T_c	0	u_{ca}	u_{cb}

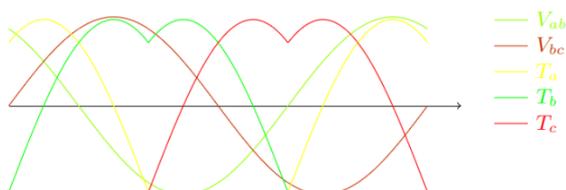


Рис. 9. Графики ШИМ, когда ключи преимущественно на отрицательной шине

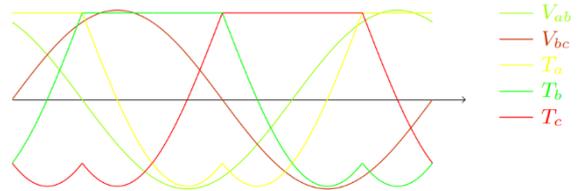


Рис. 10. Графики ШИМ, когда ключи преимущественно на положительной шине

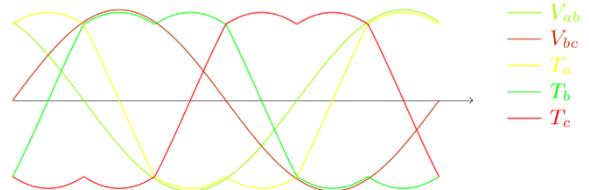


Рис. 11. Графики ШИМ в непрерывном режиме

III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение предложенного алгоритма в непрерывном режиме с алгоритмами, предлагаемыми Texas Instruments, STMicroelectronics, НПФ Мехатроника-Про, Русским электротехническим обществом [6–10] показал: оригинальность алгоритма, алгоритм базируется на измеряемых физических величинах, предложенный алгоритм имеет вдвое меньше операций, если не принимать во внимание вспомогательный алгоритм определения сектора.

Предложенный алгоритм показал 20 % уменьшение времени вычисления коэффициентов заполнения по сравнению с алгоритмами Texas Instruments и STMicroelectronics.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Авторы выражают благодарность Генеральному директору ООО Русского электротехнического общества, Александру Николаевичу Ильинцеву за помощь, предложенную при проведении данного исследования.

Мы выражаем нашу благодарность студентам группы 1421 Санкт-Петербургского электротехнического университета, в особенности Софье Богма, Людмиле Глазуновой, Кириллу Яговдику, Татьяне Леоновой, Смирновой Маргарите за проверку и тестирование алгоритма на микроконтроллере с программой для инвертора с ШИМ в прерывистом режиме с асинхронным мотором.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Инж. В. Скирль Измерения мощности переменного тока. Энергетическое издательство, 1932.
- [2] Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения / 2-е изд., перераб. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986.(на русском)
- [3] Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления / 3-е изд. М.: Высшая школа, 1966 (на русском)
- [4] О.А. Али Альмушреки, Н.С. Обама, А.Н. Прокшин и др. Измерение тока и напряжения в косоугольных координатах в трехфазной обобщенной электрической машине // XXIV

- Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM-2021) (на русском). С.113-115.
- [5] Olorunfemi Ojo. The Generalized Discontinuous PWM Scheme for Three-Phase Voltage Source Inverters, // IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 51, No. 6, December 2004, DOI: 10.1109/TIE.2004.837919
- [6] The Digital Motor Control Software Library – <http://www.ti.com/lit/ug/spru485a/spru485a.pdf>.
- [7] Space Vector Generator With Quadrature Control «NPF Mechatronica-Pro» https://mechatronica-pro.com/sites/default/files/content/product/35/iqsvgen_dq_eng.pdf
- [8] STM32 Motor Control Software Development Kit Rev 5 STMicroelectronics, 2019 file pwm_curr_fdbk.c
- [9] Файл на языке C для генерации ШИМ в прерывистом режиме https://gitbranch.ru/git/trot/0421/src/master/ElCon_stm_acbc.c
- [10] STM32 Motor Control Software Development Kit с модифицированными алгоритмами <https://gitbranch.ru/git/trot/bala>