Автоматизация построения оптимального плана дозаправок вдоль автомобильного маршрута с учётом ограничения на число остановок

Д. А. Золотых

Санкт-Петербургский государственный университет dm.zolotykh@gmail.com

А. А. Корепанова

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук

aak@dscs.pro

М. С. Есин

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук

mse@dscs.pro

А. А. Сабреков

Санкт-Петербургский Федеральный исследовательский центр Российской академии наук

aas@dscs.pro

Аннотация. В статье рассматривается концепция сервиса по оценке стоимости поездки, который позволяет минимизировать расходы на топливо путём построения оптимального плана дозаправок вдоль фиксированного маршрута. В основе работы сервиса лежит решение задачи дискретной оптимизации, связанной с поиском глобально оптимального плана дозаправок с учётом местоположения заправочных станций и ограничения на общее число Для построения оптимального остановок. предлагается использовать методы трёхмерного динамического программирования с пересчётом состояний динамики. В исследовании проведён асимптотический анализ построенного полиномиального алгоритма, а также замеры производительности алгоритма, показывающие высокую степень практической применимости результатов.

Ключевые слова: оценка стоимости поездки, искусственный интеллект в логистике и промышленности, динамическое программирование, дискретная оптимизация, алгоритм пересчёта динамики, асимптотическая оценка сложности

I. Введение

За период с 2000 по 2020 год общая протяжённость автомобильных дорог в России увеличилась на 71 %, достигнув 1540 тысяч километров, из которых примерно 70 % — дороги с твёрдым покрытием [1]. При этом на автотуризм приходится до 60 % существующих внутренних туристических маршрутов [2]. Автомобильный транспорт занимает наибольшую долю (71 %) в перевозке грузов по объёму¹.

Одной из релевантных в этом контексте задач является оптимизация выбора заправочных станций с

Работа выполнена в рамках проекта по государственному заданию СПБ ФИЦ РАН СПИИРАН № FFZF-2022-0003

целью эффективного управления расходами на топливо во время поездки. Данная оптимизация расходов актуальна не только для тех, кто планирует дальнее путешествие на автомобиле и хочет заранее рассчитать свои расходы на топливо, но и для работников транспортной сферы: таксистов, дальнобойщиков или экспедиторов. Из-за разницы в цене за литр топлива в России, которая может достигать 15 рублей в зависимости от марки, региона и фирмы заправочной станции², нельзя не рассматривать выбор бюджетных заправочных станций вдоль маршрута как способ снижения расходов на топливо. Так, в статье [3] упоминается, что в Европе до 78 % грузовых перевозок осуществляется автомобильным транспортом, при этом оптимизация расходов большой доли перевозок может достигаться за счёт выбора более дешёвых заправочных станций.

Подход к выбору заправок, основанный на локальной оптимизации, может быть неэффективным в глобальном масштабе. Кроме того, чрезмерно высокое число остановок для дозаправки хоть и приводит к глобально оптимальному решению, подразумевает высокий риск мелких ДТП и потери времени в очередях. Поэтому в рамках задачи оптимизации расходов актуально развитие интеллектуальных автоматизированных систем, способных предложить глобально оптимальные решения для водителей с учётом ограничения на число остановок.

На базе лаборатории теоретических и междисциплинарных проблем информатики (ТиМПИ) СПб ФИЦ РАН развивается логистический портал Cargotime.ru³, на котором разрабатывается сервис по оценке стоимости поездки, позволяющий по параметрам автомобиля и начальной и конечной точкам строить экономически выгодный маршрут с учётом остановок

¹ Транспорт и логистика: переориентация направлений и изменения в структуре: http://raexpert.ru/researches/traffic 2023/

² Опубликован рейтинг регионов по ценам на бензин АИ-92: https://dzen.ru/a/ZMfMwPfpOHtoNmq-

³ Логистический портал Cargotime.ru: https://cargotime.ru/

для дозаправок [4]. В перспективе сервис может стать уникальным на российском рынке, поскольку другие сервисы, предоставляющие данные о трафике и заправках, такие как $Waze^4$ и $FuelUP^5$, не способны автоматически строить экономически эффективные маршруты.

В статье приведена постановка задачи оптимизации плана дозаправок с учётом ограничения на число дозаправок. Проведён сравнительный анализ различных графовых и комбинаторных подходов, в том числе методов линейного и динамического программирований. Предложен полиномиальный алгоритм, основанный на пересчёте состояний трёхмерной динамики, а также приведены результаты замеров производительности, говорящие о высокой степени практической применимости алгоритма.

II. Обзор литературы

Задача минимизации затраченных ресурсов для совершения поездки является актуальным предметом исследований. В наиболее близком к теме исследовании [3] поднимается вопрос выбора заправочной станции между двумя соседними терминалами. Предлагается метод, учитывающий стоимость топлива на доступных заправках, расстояние до них и объем заправленного топлива. Однако, подобный метод нельзя использовать для глобальной оптимизации маршрутов, подразумевающих несколько дозаправок.

В исследовании [5] поднимается вопрос оптимизации автономного движения автомобиля с учётом дорожной обстановки, знаков и светофоров. Авторы утверждают, что на реальном маршруте с помощью разработанных методов глобальной оптимизации возможно снизить требуемую энергию на 54 % при сокращении времени в пути на 38 %. Однако, приведённые алгоритмы, как и в исследованиях [6, 7], рассчитаны на короткие дистанции и не подразумевают дозаправки.

Задачу оптимизации расходов на топливо часто сводят к задаче оптимизации расхода топлива. Так, в исследованиях [8] и [9] описываются прогнозирования и оптимизации расхода топлива на основе машинного обучения и метода роя частиц. Построенные модели основываются на данных о расходе топлива у кораблей и БПЛА соответственно. Технические характеристики автомобиля вполне можно учесть при оптимизации, но влияние индивидуальной манеры вождения, погодных и дорожных условий спрогнозировать сложно. Более близкие к теме исследования [10, 11] исследуют факторы, влияющие на расход топлива или заряд автомобиля на фиксированном маршруте. Однако, авторы никак не учитывают остановки для дозаправки и в принципе не ставят себе задачу оптимизации расходов в контексте выбора топлива.

Приведённые исследования показывают высокую степень актуальности задачи оптимизации ресурсов при логистике, при этом зачастую используются

фундаментально разные подходы к оптимизации. Однако, исследования, косвенно связанные с минимизацией расходов на топливо, либо не учитывают глобальный характер оптимизации, либо вовсе не берут во внимание протяжённость маршрута и необходимость дозаправок. Цель данной работы заключается в построении полиномиального алгоритма глобальной оптимизации расходов, учитывающего не только необходимость остановок, но и их частоту с целью минимизации потраченного времени и рисков ДТП.

III. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Предположим, что мы имеем кратчайший маршрут без самопересечений от начальной до конечной точки, представленный как конечное упорядоченное множество равноотстоящих узлов мощности N. Расстояние между соседними узлами не превышает расстояние, которое может пройти автомобиль на полном баке.

Сопоставим каждой известной нам заправочной станции ближайший узел маршрута, находящийся в окрестности экспертно заданной величины. Допустимо, что некоторым узлам маршрута будет сопоставлено сразу несколько станций. При этом также допустимо, что некоторым узлам не будет сопоставлено ни одной станции, поскольку узел может не входить в окрестность ни одной из станций. Для каждого узла известна цена самого дешёвого топлива на сопоставленных ему заправочных станциях. В случае, если узлу не сопоставлена ни одна из станций, то цена топлива для них считается бесконечно большой.

Помимо данных о маршруте, известны объем бака автомобиля V_{max} , начальный объем топлива V_{cur} , фиксированный расход топлива на преодоление расстояния между двумя соседними узлами v, а также максимальное число заправок на маршруте T_{max} . Для упрощения постановки задачи будем считать, что v литров равно одному делению бака, при этом v делит v_{max} и v_{cur} нацело. В дальнейшем описании постановки задачи и работы алгоритма нотация v использоваться не будет. Вместо этого будем говорить, что v_{max} и v_{cur} равны некоторому числу делений, а v_{cur} равно минимальной стоимости заправки одного деления v_{cur} узле.

Планом дозаправок будем называть вектор \vec{F} размерности N, i-ая ячейка которого отвечает за число делений топлива, заправленных в i-ом узле. Среди планов, имеющих не более T_{max} ненулевых компонент, требуется найти план, минимизирующий следующую целевую функцию:

$$f(\vec{F}) = \sum_{n=0}^{N-1} (F_i \cdot C_i)$$

В данной постановке не будет учитываться объем топлива, потраченный на съезд с маршрута для дозаправки, так как он несущественен. Также для любого узла недопустим нулевой объем бака, чтобы не допускать поломок автомобиля.

⁴ Waze – направление движения, дорожные условия и пробки: https://www.waze.com/ru/live-map/

⁵ FuelUP – технологический топливный онлайн-сервис: https://fuelup.ru/

IV. Анализ методов решения

Оптимизацию плана дозаправок можно рассматривать как анализ взвешенного графа, где веса рёбер определяются стоимостью топлива. Более того, графовые методы часто используются в задачах оптимизации маршрутов. Так, в исследовании [12] представлено описание трёхмерной оптимизации алгоритма Дейкстры, который способен генерировать глобально оптимальный маршрут судна с учётом расхода топлива. В работах [11, 13] представлены построения модификаций алгоритма Дейкстры с целью энергоэффективной маршрутизации.

Основным недостатком использования графовых методов в данной задаче является слишком простая структура используемого графа. Помимо отсутствия возможности задания разных объёмов топлива в узлах (что в общем случае препятствует получению оптимального решения), нет корректного способа ограничить число остановок.

Линейность целевой функции позволяет рассматривать задачу оптимизации как задачу линейного программирования. Благодаря различным модификациям сиплекс-метода, рандомизированный симплекс-метод [14], возможно решать задачу за полиномиальное от числа ограничений время. Однако, высокое число требуемых ограничений, в частности, для ограничения числа ненулевых компонент плана, снижает степень практической применимости алгоритма. С точки зрения получения решений сразу для нескольких похожих входных данных, отличающихся объёмом оставшегося топлива в баке в конце пути, предпочтительнее кажутся алгоритмы динамического программирования.

Методы многомерной восходящей динамики решают проблему излишней простоты графовой структуры, а также проблему пересчёта значений для похожих входных данных. При этом они позволяют получать точные полиномиальные по времени алгоритмы решения.

V. ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА ВОСХОДЯЩЕЙ ДИНАМИКИ

Состоянием динамики будем называть кортеж из четырёх целых неотрицательных чисел, первое из которых отвечает за последний пройденный узел, второе — за оставшееся число делений бака, третье — за число совершенных остановок, а четвёртое — за то, остановились ли мы в текущем узле или нет. Пространством состояний динамики будем считать следующее декартово произведение:

$$Z^+ \times Z^+ \times Z^+ \times \{0,1\}$$

Переходом между состояниями будем считать либо атомарное передвижение от одного узла к соседнему, при котором расходуется ровно одно деление, либо дозаправку в одном из узлов на одно деление. При этом будем считать, что переход первого вида бесплатный, поскольку мы не тратим деньги на заправку, а второй будет равен стоимости заправки одного деления в узле.

Значением состояния динамики dp[i][j][k][p] будем считать минимальную суммарную стоимость переходов, нужную для попадания в это состояние. Будем считать,

что начальная точка маршрута — это узел с номером i=0. Заправка в стартовом узле не предполагается, поэтому будем считать $C_0=+\infty$. Изначально мы обладаем информацией только о стартовом узле, поэтому $dp[0][V_{cur}][0][0]=0$. Значения остальных состояний динамики будут равны $+\infty$.

Покажем корректность применения метода динамического программирования для поставленной задачи. Для получения оптимального значения любого состояния динамики (кроме начальных) достаточно знать оптимальные значения для всех состояний, из которых можно совершить переход в исходное состояние, а также стоимость каждого такого перехода, поскольку оптимальность полученного значения будет сохраняться за счёт оптимального выбора одного из доступных переходов.

Определим, как вычислять значение состояния динамики dp[i][j][k][p]. Для этого нужно понять, из каких состояний мы можем туда перейти. Рассмотрим два случая, отличающихся наличием дозаправки в узле i.

А. Без дозаправки в i-ом узле (p = 0)

В этом случае нужно вычислить dp[i][j][k][0] так, если бы мы не заправлялись в i-ом узле. Попасть в узел i можно только из узла i-1. При этом попасть в него с j оставшимися делениями можно только при наличии ровно j+1делений в i-1 узле. Таким образом, искомые состояния, из которых можно было перейти в текущее состояние, должны быть связаны только с i-1 узлом и j+1 делениями.

Так как мы не заправляемся в i-ом узле по предположению, то количество совершенных заправок не изменится, то есть будет равным k. Значит, нужно рассматривать только состояния, в которых число остановок равно k. При этом нам не важно, была ли совершена остановка в предыдущем состоянии, то есть значение р у него может быть любым. Поэтому формула пересчёта значения состояния выглядит так:

$$dp[i][j][k][0] = min \begin{cases} dp[i-1][j+1][k][0] \\ dp[i-1][j+1][k][1] \end{cases}$$

В. C дозаправкой в i-ом узле (p = 1)

В этом случае мы обязательно должны заправиться в i-ом узле. Чтобы заправиться в нем, нужно было сначала оптимально до него доехать. Это значит, нужно рассматривать только состояния для i-ого узла, поскольку нельзя совершить переход из состояния для i-1-ого узла сразу в состояние с совершенной заправкой для i-ого узла.

Таким образом, будем рассматривать два возможных взаимоисключающих случая: если на предыдущем переходе мы заправлялись в i-ом узле и если на предыдущем переходе мы перемещались из i-1-ого узла. В первом случае число совершенных заправок не изменится, поскольку мы уже увеличили его ранее и продолжаем заправляться. Во втором случае мы только начинаем заправляться, поэтому после текущего перехода число остановок должно увеличиться до k, то есть до перехода число остановок было равно k-1.

Таким образом, для вычисления dp[i][j][k][1] нужно рассмотреть два состояния, отвечающих двум случаям, и учесть стоимости заправки одного деления. Формула пересчёта значения исходного состояния выглядит так:

$$dp[i][j][k][1] = C_i + min \begin{cases} dp[i][j-1][k-1][0] \\ dp[i][j-1][k][1] \end{cases}$$

После описания процедуры пересчёта значений состояний динамики приведём псевдокод, позволяющий вычислить все значения, используя только начальные:

$$\begin{split} &\text{for } i \text{ in } \{1,2,\dots N\} \\ &\text{for } j \text{ in } \{1,2,\dots V_{max}\} \\ &\text{for } k \text{ in } \{1,2,\dots T_{max}\} \\ &\text{dp}[i][j][k][0] = \min \begin{cases} dp[i-1][j+1][k][0] \\ dp[i-1][j+1][k][1] \end{cases} \\ &\text{dp}[i][j][k][1] = C_i + \min \begin{cases} dp[i][j-1][k-1][0] \\ dp[i][j-1][k][1] \end{cases} \end{split}$$

В данном псевдокоде не учитываются граничные случаи при обращении, например, к значениям вида $dp[-1][\dots][\dots][\dots]$. В этом и подобных случаях полагаем, что значение состояния динамики равно $+\infty$. Кроме того, значения состояний, в которых заполненность бака нулевая, не рассматривается.

Значение целевой функции задачи можно вычислить как минимум значений состояний динамики вида $dp[N-1][\dots][\dots][\dots]$. Однако, для получения оптимального плана, то есть непосредственно вектора \vec{F} длины N, требуются дополнительные построения.

VI. АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОТВЕТА

В представленном ранее алгоритме не учитывалась необходимость находить для оптимального плана не только суммарную стоимость переходов, но ещё и узлы, в которых совершались остановки. Для восстановления плана будем запоминать выбор оптимального перехода с помощью массива ссылок prev. Размерности и области определения для массивов prev и dp совпадают. В ячейке prev[i][j][k][p] будет храниться ссылка на состояние, из которого был совершён оптимальный переход. Иными словами, prev[i][j][k][p] = (i',j',k',p') такое, что:

$$\begin{split} &dp[i'][j'][k'][p'] \\ &= \begin{cases} &\min \begin{cases} dp[i-1][j+1][k][0] \\ dp[i-1][j+1][k][1] \end{cases} & \pi p \mu \ p = 0 \\ &C_i + \min \begin{cases} dp[i][j-1][k-1][0] \\ dp[i][j-1][k][1] \end{cases} & \pi p \mu \ p = 1 \end{cases} \end{split}$$

Приведём обновленный псевдокод алгоритма поиска оптимального плана дозаправок:

$$\begin{split} &\text{for } i \text{ in } \{1,2,\dots n\} \\ &\text{for } j \text{ in } \{1,2,\dots V_{max}\} \\ &\text{for } k \text{ in } \{1,2,\dots T_{max}\} \\ &\text{ if } dp[i-1][j+1][k][0] < dp[i-1][j+1][k][1]: \\ &\text{ } prev[i][j][k][0] = (i-1,j+1,k,0) \\ &\text{ } else: \\ &\text{ } prev[i][j][k][0] = (i-1,j+1,k,0) \end{split}$$

$$\begin{split} & \text{if } dp[i][j-1][k-1][0] < dp[i][j-1][k][1]: \\ & \text{prev}[i][j][k][0] = (i,j-1,k-1,0) \\ & \text{else:} \\ & \text{prev}[i][j][k][0] = (i,j-1,k,1) \\ & dp[i][j][k][0] = \min \begin{cases} dp[i-1][j+1][k][0] \\ dp[i-1][j+1][k][1] \end{cases} \\ & dp[i][j][k][1] = C_i + \min \begin{cases} dp[i][j-1][k-1][0] \\ dp[i][j-1][k][1] \end{cases} \end{split}$$

Восстановление оптимального плана состоит в анализе последовательности состояний, полученной в результате последовательного перемещения по ссылкам в массиве prev. Подпоследовательности состояний длины, большей 1, связанные с одним узлом, отвечают за число заправленных в этом узле делений.

VII. ТЕСТИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ

Оценим асимптотическую сложность представленного алгоритма. Так как вложенные циклы алгоритма выполняются для каждого узла, для каждого значения количества бензина и для каждого значения количества дозаправок, асимптотическая сложность алгоритма составляет $O(N \cdot V_{max} \cdot T_{max})$, где N- количество узлов маршрута, $V_{max}-$ максимальный объем бензобака в делениях и $T_{max}-$ максимальное количество дозаправок. Эта оценка является весьма приемлемой для большинства практических случаев.

Для оценки производительности алгоритма был проведён набор синтетических тестов на случайных маршрутах с разным числом узлов, на разных объёмах бака и числе остановок. Для каждого класса тестов было проведено 100 независимых замеров, для каждого из которых стоимость бензина генерировалась случайно. Результаты тестирования на сервере с 8-ми ядерным процессором Intel Core i9-14900K, с 16 Гб оперативной памяти типа DDR5 и операционной системой Ubuntu 22.04 представлены в таблице:

ТАБЛИЦА І. РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕСТИРОВАНИЯ АЛГОРИТМА

N	V_{max}	T _{max}	Время (мс)
100	50	20	<1
1000	100	10	5,98
1000	1000	10	72.7
10000	10	100	371,5
10000	100	100	3855,4

VIII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье была рассмотрена задача оптимизации плана дозаправок с учётом ограничений на количество дозаправок и полиномиальный алгоритм для её решения на основе методов динамического программирования. Приведены результаты замеров производительности, которые свидетельствуют о высокой эффективности алгоритма. В дальнейшем планируется использовать приведённые алгоритмы минимизации расходов на построения топливо В задаче многозвенных логистических цепочек, минимизирующих стоимость доставки путём анализа нескольких возможных маршрутов через разные транспортные хабы [15, 16].

Список литературы

- [1] Кононов А.Ю., Макарова Ю.В. Перспективы развития автомобильного туризма (на примере Приморского края) // Вестник Владивостокского государственного университета экономики и сервиса. 2022. №1. С. 58-75. doi: 10.24866/VVSU/2073-3984/2022-1/058-075.
- [2] Кузнецова А.Р. Предпосылки для развития придорожного сервиса и внутреннего туризма в Российской Федерации // Уфимский гуманитарный научный форум. 2021. №. 1. С. 35-45. – doi: 10.47309/2713-2358_2021_1_35.
- [3] Kovács G. Optimization method and software for fuel cost reduction in case of road transport activity // Acta Polytechnica. 2017. 57. doi: doi: 10.14311/AP.2017.57.0201.
- [4] Корепанова А.А., Есин М.С., Сабреков А.А. Подходы к разработке сервиса учет расходов на топливо и маршрутной адаптации с учетом пользовательских параметров // Региональная информатика и информационная безопасность: Сборник трудов. 2023. №12. С. 294-297.
- [5] Pulvirenti L., Tresca L., Rolando L., Millo F. Eco-driving Optimization Based on Dynamic Programming and Vehicle Connectivity in a Real-World Scenario // Preprints of MDPI–2023. – doi: 10.20944/preprints202304.0417.v1.
- [6] Zhang Y., Cao W., Zhao H., Gao S.. Route planning algorithm based on dynamic programming for electric vehicles delivering electric power to a region isolated from power grid // Artif Life Robotics 28. 2023. pp. 583-590. – doi: 10.1007/s10015-023-00879-7.
- [7] Gwang-Hyeok Choi, Wonhee Lee, Tae-wan Kim Voyage optimization using dynamic programming with initial quadtree based route // Journal of Computational Design and Engineering. Vol. 10. 2023. pp. 1185–1203. – doi: 10.1093/jcde/qwad055.
- [8] Su M., Shengli C., Park Keun-Sik, Bae Sung-Hoon Fuel Consumption Prediction and Optimization Model for Pure Car/Truck Transport Ships // Journal of Marine Science and Engineering. No. 11 (6). 2023. doi: 10.3390/jmse11061231.

- [9] Roberge V., Labonte G., Tarbouchi M. Minimizing Fuel Consumption for Surveillance Unmanned Aerial Vehicles Using Parallel Particle Swarm Optimization // Sensors. No. 24. 2024. – doi: 10.3390/s24020408.
- [10] Alsaadi N. Comparative Analysis and Statistical Optimization of Fuel Economy for Sustainable Vehicle Routings // Sustainability. No. 14. 2021. – doi: 10.3390/su14010064.
- [11] Abousleiman R., Rawashdeh O. A Bellman-Ford approach to energy efficient routing of electric vehicles// IEEE Transportation Electrification Conference and Expo (ITEC), Dearborn, USA. 2015. pp. 1-4. doi: 10.1109/ITEC.2015.7165772.
- [12] Helong Wang, Wengang Mao, Eriksson L. A Three-Dimensional Dijkstra's algorithm for multi-objective ship voyage optimization // Ocean Engineering. Vol. 186. 2019. doi: 10.1016/j.oceaneng.2019.106131.
- [13] Hossain M.A., Ahmedy I. Zaid Harith M.Z., Idris M., Tey K.S., Md. Noor R, Sumiani Y. Route Optimization by using Dijkstra's Algorithm for the Waste Management System // 2020 The 3rd International Conference on Information Science and System. Cambridge, United Kingdom. 2020. – doi: 10.1145/3388176.3388186.
- [14] Kelner J.A., Spielman D.A. A randomized polynomial-time simplex algorithm for linear programming // STOC '06: Proceedings of the thirty-eighth annual ACM symposium on Theory of Computing. 2006. pp. 51–60. doi: 10.1145/1132516.1132524.
- [15] Есин М.С., Корепанова А.А., Сабреков А.А. Агрегация и анализ сведений логистических компаний для построения сложного маршрута перевозки груза // Программные продукты и системы. 2023. № 2. С. 309–319. doi: 10.15827/0236-235X.142.309-319.
- [16] Сабреков А.А., Есин М.С. Подходы к построению многозвенных маршрутов для перевозки грузов по данным логистических компаний // Региональная информатика и информационная безопасность: Сборник трудов XVIII Санкт-Петербургской международной конференции, Санкт-Петербург. 2022. С. 545– 547.