

Обработка линейных ускорений с применением системы кватернионов

В. Мамыкова

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

mamvik4@yandex.ru

Аннотация. Клиническая биомеханика представляет собой раздел медицины, который анализирует структуру и функции человеческого тела в условиях нормы и патологии, ориентируясь на принципы механики. Анализ походки представляет собой метод, который используется для количественной и качественной оценки функционального состояния опорно-двигательного аппарата. Наиболее важной задачей является разработка информационно-измерительной системы, которая позволит объективно оценить результативность мер реабилитации. Данный доклад посвящен способу получения количественной оценки состояния походки в результате обработки сигналов, получаемых с микромеханических измерительных преобразователей, с применением математического аппарата кватернионов.

Ключевые слова: реабилитация; походка; акселерометр; кватернионы

I. ВВЕДЕНИЕ

Актуальность. Травмы органов опоры значительно влияют на работоспособность человека, а также на качество жизни. Врачи-ортопеды заинтересованы в том, чтобы реабилитация пациента прошла без негативных последствий и за как можно меньший срок. Однако основная проблема заключается в том, что оценка результативности лечения зачастую является субъективной, а нахождение объективных оценок, например, с помощью электродов или видеофиксации, как это описано в [1], не всегда представляется возможным. Применение информационно-измерительной системы для получения объективной оценки описано в [2, 3], а данные, которые исследуются по данной методике, проанализированы в [4, 5].

При обработке сигналов, получаемых в ходе применения данного метода, существует дополнительная погрешность, которую необходимо минимизировать. При написании программы для обработки данных используются матрицы поворота, применение которых обосновано в [6], а также система кватернионов. Ключевым критерием, по которому производится выбор наилучшего метода обработки сигналов, является равенство площади выше и ниже кривой при ее пересечении с осью абсцисс.

Данные, по которым будет производиться анализ вышеуказанных методов, получены с помощью системы, описанной в [7], и были записаны при передвижении пациента вверх и вниз по лестнице. Шаг дискретизации составляет 3 мс. Присутствует шумовая составляющая с частотой порядка 500 Гц и амплитудой 0,01 В.

II. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРИМЕНЯЕМЫХ МЕТОДОВ

A. Матрицы поворота

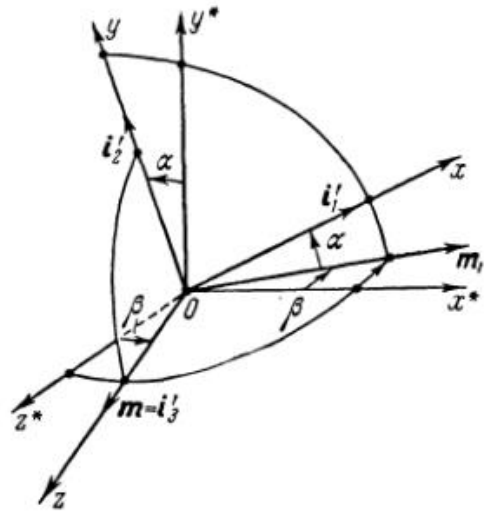


Рис. 1. Демонстрация поворота плоскости осей Oxz относительно Oy

Любое вращение в трехмерном пространстве может быть представлено как композиция поворотов вокруг трех ортогональных осей (например, вокруг осей декартовых координат). Этой композиции соответствует матрица, равная произведению соответствующих трех матриц поворота [8]:

$$M_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$
$$M_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}$$
$$M_z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$M = M_x(\alpha) * M_y(\beta) * M_z(\gamma),$$

где α, β, γ – углы относительно осей x, y, z соответственно; M – матрица поворота. В результате совместной обработки данных будет получена матрица, состоящая из ускорений по трем осям – произведение матрицы исходных ускорений и матрицы поворота M .

В. Кватернионы

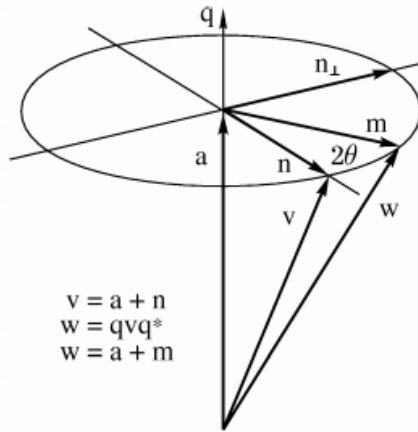


Рис. 2. Демонстрация поворота вектора v на двойной угол 2θ относительно оси q

Необходимость введения кватернионов связана с тем, что описание вращения с помощью углов Эйлера принуждает задать основную ось, относительно которой будут идти дальнейшие выводы формул и вычисления [9]. Кватернионы же являются универсальным инструментом, поскольку описываются 4-мя параметрами.

Кватернион представляет собой комплексное число с тремя мнимыми частями, которое также можно представить в виде вектора с четырьмя компонентами [10]:

$$q = q_0 + q_1\vec{i} + q_2\vec{j} + q_3\vec{k}$$

$$q = (q_0, (q_1, q_2, q_3))$$

Компоненты кватерниона в общем случае зависят от угла поворота Ω относительно оси $e = (e_x, e_y, e_z)$ [11]:

$$q_0 = \cos \frac{\Omega}{2}; q_1 = e_x \sin \frac{\Omega}{2};$$

$$q_2 = e_y \sin \frac{\Omega}{2}; q_3 = e_z \sin \frac{\Omega}{2}$$

Скорость перемещения связывает текущее положение и угловую скорость движения. Она определяется половиной произведения кватернионов:

$$\Delta q_{ti} = \frac{1}{2} [q_{ti}] [q_{\omega ti}],$$

где $\omega x_i \dots \omega z_i$ – поворот вокруг соответствующей оси в i -й момент времени.

Кватернион для следующего положения объекта в пространстве определяется с учётом скорости перемещения и шага дискретизации по формуле Эйлера:

$$q_{t(i+1)} = q_{ti} + \Delta t \cdot \Delta q_{ti}$$

Во избежание накопления ошибок кватернион нормируется по величине, которая определяется аналогично норме вектора:

$$q_{t(i+1)} = \frac{q_{t(i+1)}}{\sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}}$$

По положению датчика в пространстве и проекции ускорения в данный момент времени, определяется кватернион, который соответствует величинам проекций ускорения относительно расположения осей датчика. Таким образом, найдены значения с учётом поворота измерительного модуля:

$$q_{\text{new}_{ti}} = [q_{ti}] [q_{\omega ti}] [q_{ti}]^{-1}$$

Особый вид операции, которая используется в данной формуле, называется умножением Грассмана. Результатом этой операции является кватернион, компоненты которого вычисляются перемножением компонент множителей в следующем порядке:

$$s = [s_a, \vec{a}] [s_c, \vec{c}] = (s_a s_c - \vec{a} \cdot \vec{c}, (s_a \vec{c} + s_c \vec{a} + \vec{a} \times \vec{c}))$$

$$S_0 = s_a s_c - x_a x_c - y_a y_c - z_a z_c$$

$$S_1 = s_a x_c + s_c x_a + y_a z_c - y_c z_a$$

$$S_2 = s_a y_c + s_c y_a + z_a x_c - z_c x_a$$

$$S_3 = s_a z_c + s_c z_a + x_a y_c - x_c y_a$$

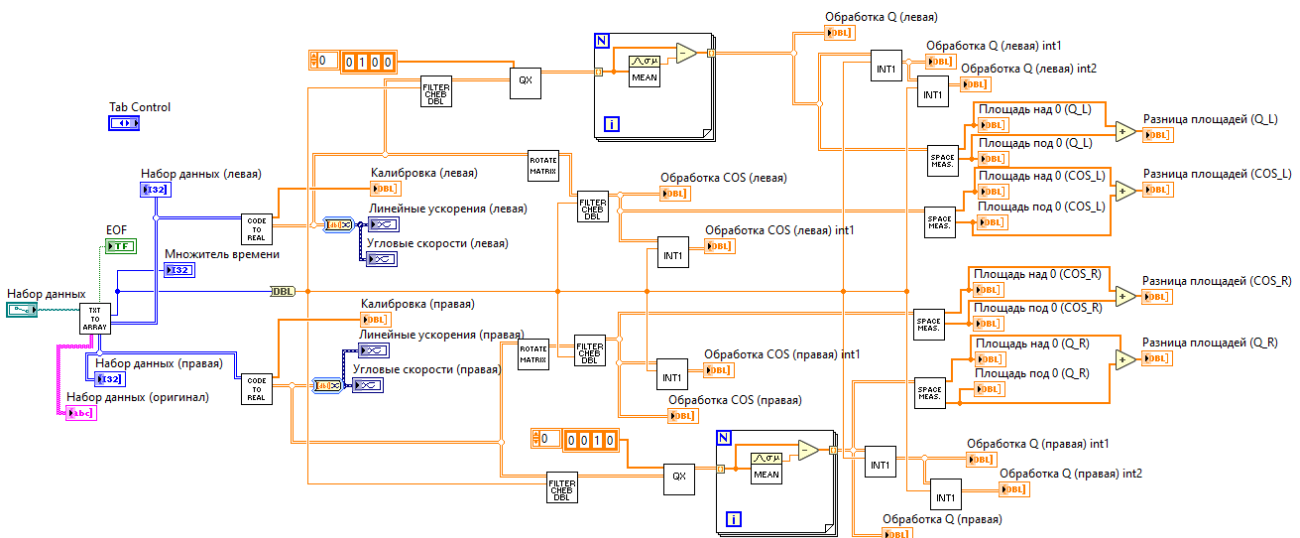


Рис. 3. Блок-схема виртуального инструмента для обработки сигналов по методам матриц косинусов и кватернионов

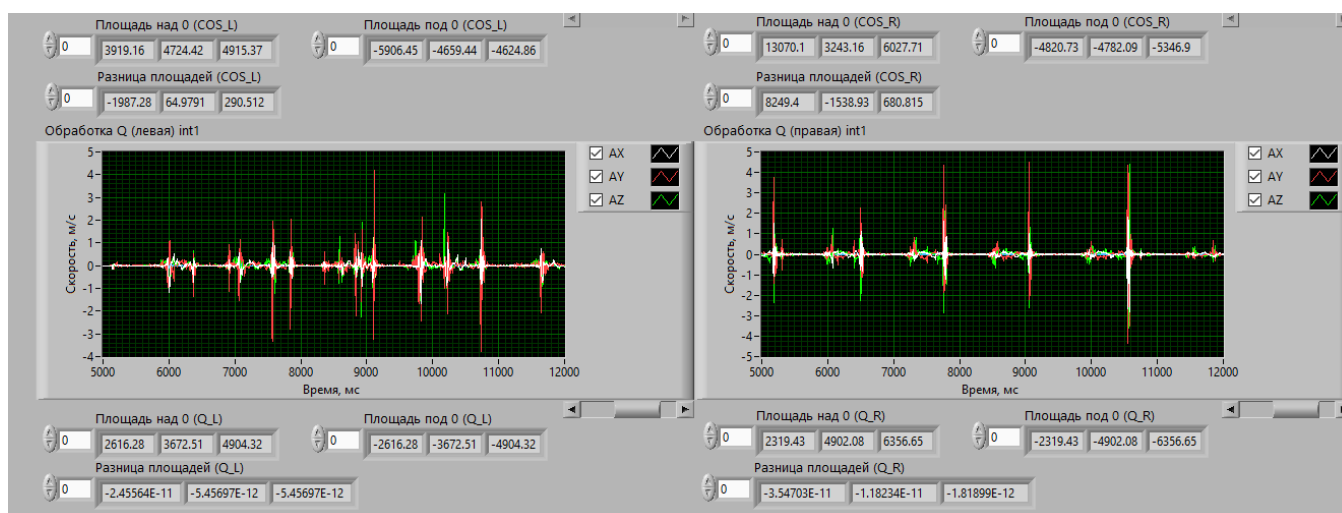


Рис. 4. Лицевая панель виртуального инструмента с первыми интегралами и значениями площадей

III. РЕЗУЛЬТАТ ОБРАБОТКИ

В среде программирования NI LabVIEW 2016 разработана программа для обработки сигналов. Данные для каждого эксперимента загружаются отдельно. На выходе отображаются результаты обработки по методам, описанным ранее, а также интегралы и площади каждого сигнала над и под осью абсцисс.

ТАБЛИЦА I. ЗНАЧЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ ПОСЛЕ ПРИМЕНЕНИЯ МАТРИЦ ПОВОРОТА

Проекция ускорения и модуль	Площадь над горизонтальной осью	Площадь под горизонтальной осью	Разница
AX (COS) Левая нога	3919,16	-5906,45	-1987,28
AY (COS) Левая нога	4724,42	-4659,44	64,98
AZ (COS) Левая нога	4915,37	-4624,86	290,50
AX (COS) Правая нога	13070,10	-4820,73	8249,40
AY (COS) Правая нога	3243,16	-4782,09	-1538,93
AZ (COS) Правая нога	6027,71	-5346,90	680,80

ТАБЛИЦА II. ЗНАЧЕНИЯ ПЛОЩАДЕЙ ПОСЛЕ ПРИМЕНЕНИЯ КВАТЕРНИОНОВ

Проекция ускорения и модуль	Площадь над горизонтальной осью	Площадь под горизонтальной осью	Разница
AX (Q) Левая нога	2616,28	-2616,28	-2,46E-11
AY (Q) Левая нога	3672,51	-3672,51	-5,46E-12
AZ (Q) Левая нога	4904,32	-4904,32	-5,46E-12
AX (Q) Правая нога	2319,43	-2319,43	-3,55E-11
AY (Q) Правая нога	4902,08	-4902,08	-1,18E-11
AZ (Q) Правая нога	6356,65	-6356,65	-1,82E-12

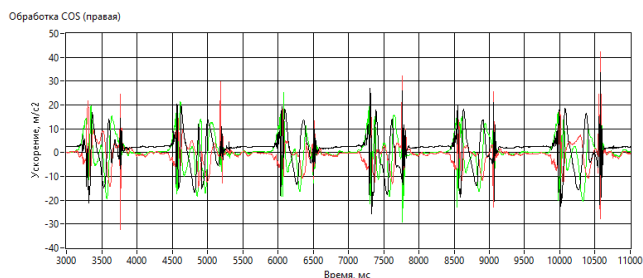


Рис. 5. Результат обработки по методу матриц поворота

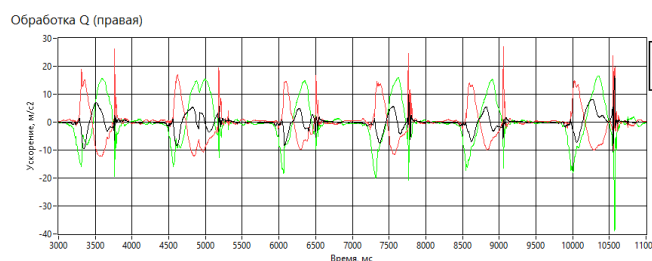


Рис. 6. Результат обработки по методу кватернионов

Из графиков заметно, что обработка по системе кватернионов сгладила графики. Стала различима форма каждого сигнала, уменьшилось влияние шума. Также результат обработки соответствует критерию равенства площадей над и под осью абсцисс.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен сравнительный анализ двух способов обработки сигналов линейных ускорений, характеризующих движения нижних конечностей человека при движении по лестнице вверх и вниз. По критерию равенства площадей наиболее эффективным является способ обработки сигналов по системе кватернионов, как и предполагалось при постановке задачи анализа. Предлагается использовать математический аппарат кватернионов в дальнейших работах по разработке информационно-измерительной системы для анализа кинематики человека.

БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор выражает признательность доценту кафедры информационно-измерительных систем и технологий СПбГЭТУ «ЛЭТИ» Царевой А.В., канд. техн. наук, за оказанную помощь при проведении данного исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Скворцов Д.В. Клинический анализ движений. Анализ походки. Иваново: Издательство НПП – «Стимул», 1996. 344 с.
- [2] Арешко Е.О., Заболотская Н.К., Королев П.Г. Системы исследования кинематики движений. Структурные решения // 2017 XX IEEE Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM'2017), с. 593-595, СПб, ЛЭТИ, 24–26 Мая 2017.

- [3] Anna V. Tsareva, Oleg A. Mikus, Sergei A. Kuk, "Systems design for movement kinematics research. determination of parameters for describing linear movements of the lower limbs" // Proceedings of the 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, ElConRus 2018-January. P. 1008-1010.
- [4] Movement kinematics research systems. Analysis of linear accelerations signals / Alekseev V.V., Zhurbilo P.G., Korolev P.G., Minchev N.V. // Proceedings of the 2018 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, ElConRus 2018-January. P. 857-860.
- [5] Movement kinematics research systems. The measuring experiment organization / Korolev P.G., Romantsova N.V., Galimullina E.E., Akolzin A.I. // Proceedings of the 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, ElConRus 2019. 8656718, с. 553-555.
- [6] Царева А.В. Алгоритмическое обеспечение информационно-измерительной системы определения временных параметров шага человека: дис. ...канд. техн. наук. / СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2020, 195 с.
- [7] Коновалова В.С., Королев П.Г., Мамыкова В. "Анализ структуры шага при движении по лестнице по сигналам линейных ускорений" // 2023 XXVI Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям (SCM'2023), с. 10-12, СПб, ЛЭТИ, 24–26 Мая 2023.
- [8] Лурье А.И. Аналитическая механика. Москва: Физматлит. 1961. 824 с.
- [9] Wittenburg J. Dynamics of Systems of Rigid Bodies. Stuttgart: B.G. Teubner; 1977.
- [10] Quaternions and rotation sequences / Jack B. Kuipers. Department of Mathematics, Calvin College.
- [11] Rotations, Quaternions, and Double Groups / Altmann, Simon L. Mineola: Dover Publications, 1986.