Робастное иерархическое управление в скользящем режиме сложным нелинейным электромеханическим объектом в условиях неопределенности и неизвестных внешних возмущений

Зуи Хань Нгуен, В. В. Путов, В. Н. Шелудько, Т. Л. Русяева

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

khanhnguyen.mta@gmail.com

Аннотация. **В статье рассматривается задача синтеза робастного иерархического управления в скользящем режиме движением упругой двухмассовой системы, рассматриваемой как модель сложного нелинейного электромеханического объекта, в условиях неопределенности модели и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений. Строится математическая модель двухмассового объекта с учетом упругой связи, зазора, сухого трения и внешних возмущений и синтезируется наблюдатель для оценивания неизвестных возмущений и неопределенностей модели, вызываемых нелинейными факторами (зазор, сухое трение) и неопределенными параметрами объекта. Далее на основе иерархического управления в скользящем режиме и построенного наблюдателя возмущения синтезируется робастный регулятор, компенсирующий влияние неопределенности модели и не удовлетворяющих условию согласованности неизвестных внешних возмущений. Методом функций Ляпунова доказывается робастность разработанной системы. Результаты моделирования в программной среде MATLAB/Simulink демонстрируют эффективность предлагаемой стратегии управления.**

Ключевые слова: сложные нелинейные электромеханические объекты; упругая двухмассовая система; зазор; сухое трение; не удовлетворяющие условию согласованности неизвестные внешние возмущения; параметрическая и функциональная неопределенности; наблюдатель возмущения; иерархическое управление в скользящем режиме; метод функций Ляпунова; компьютерное моделирование

I. Введение

В настоящее время задача точного управления движением сложных нелинейных электромеханических объектов высокого порядка занимает важное место в прецизионной промышленности. На практике во многих электромеханических системах соединение с валом двигателя не является полностью жестким, и такие объекты известны как двухмассовые упругие системы. Задача управления двухмассовыми системами с упругостью, как правильно, решается с помощью традиционных алгоритмов, таких как модальный либо линейно-квадратичный регуляторы [1], а также управление с прогнозирующей моделью [2]. Однако при наличии зазора в редукторе, сухого трения в подшипниках и внешних возмущений эти методы управления не могут удовлетворить растущим требованиям к динамике и точности. Поэтому задача синтеза эффективного управления двухмассовой системой при одновременном действии упругости, зазора, сухого трения, неопределенностей модели и неизвестных внешних возмущений, является актуальной.

Компенсация влияния таких факторов, как неопределенности модели и внешние возмущения, на двухмассовую систему сталкивается с препятствиями при синтезе алгоритма управления, поскольку они не удовлетворяют условию согласованности. Эти препятствия можно преодолеть, используя метод обхода интегратора (backstepping) [3, 4], однако синтез управления сложными нелинейными объектами высокого порядка представляется достаточно громоздким и требует большого объема вычислений, а если внешние возмущения неизвестны, необходимо также построить наблюдатель возмущений. Поэтому в этой статье рассматривается более простой подход к решению поставленной задачи, а именно в статье предлагается новый робастный регулятор, синтезированный на основе иерархического управления в скользящем режиме, наблюдателя возмущения и метода функций Ляпунова, работоспособный при одновременном действии упругости, зазора, сухого трения и не удовлетворяющий условию согласованности неопределенностей и неизвестных внешних возмущений. Затем эффективность синтезируемого робастного регулятора демонстрируется сравнительным исследованием с обычным линейным управлением с обратной связью по состоянию.

II. Математическое описание упругой двухмассовой электромеханической системы

Нелинейная математическая модель упругой двухмассовой электромеханической системы описывается следующей системой уравнений [5, 6]:

$$\begin{cases} \dot{i}_m = -T_i^{-1} i_m + K_i T_i^{-1} u_r;\ M = c_m i_m; \\ J_1 \ddot{\varphi}_1 + c_{21}(\varphi_1 - \varphi_2) + b_{21}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = M - M_{f1}(\dot{\varphi}_1) - M_y; \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - c_{21}(\varphi_1 - \varphi_2) - b_{21}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) = -M_c - M_{f2}(\dot{\varphi}_2) + M_y, \end{cases} \quad (1)$$

где i_m, u_r – соответственно ток и напряжение статора двигателя; K_i, T_i – коэффициент передачи и постоянная времени пропорционально-интегрального (ПИ) регулятора; c_m – структурный коэффициент двигателя; J_1, J_2 – моменты инерции первой и второй масс; b_{21}, c_{21} – коэффициенты жесткости и демпфирования; φ_1, ω_1, φ_2, ω_2 – угловые положения и скорости первой и второй масс соответственно; M – электромагнитный момент двигателя; M_{f1}, M_{f2} – моменты сухого трения в подшипниках первой и второй масс, где $M_{fi}(\omega_i) = M_{f0i}\mathrm{sign}(\omega_i)$; $\omega_i = \dot{\varphi}_i$; M_{f0i} – максимальный момент трения покоя ($i = 1, 2$); M_c – момент внешнего возмущения; $M_y = M_{y21} - M_{21}$, где $M_{21} = c_{21}(\varphi_1 - \varphi_2)$ – момент упругой деформации без учета зазора; M_{y21} – момент упругой деформации между первой и второй массами с учетом зазора величиной 2δ,

$$M_{y21} = \begin{cases} M_{21} - c_{21}\delta, & \text{если } \varphi_1 - \varphi_2 \ge \delta; \\ 0, & \text{если } |\varphi_1 - \varphi_2| < \delta; \\ M_{21} + c_{21}\delta, & \text{если } \varphi_1 - \varphi_2 \le -\delta. \end{cases}$$

Таким образом, получили математическое описание (1) сложной нелинейной электромеханической системы высокого порядка, включающей в себя упругость, зазор, сухое трение и внешние возмущения.

III. Синтез робастного иерархического управления в скользящем режиме

В этом разделе спроектируем робастный регулятор для устойчивого и точного управления движением второй массы φ_2 с одновременной компенсацией влияния упругости, зазора, сухого трения, неопределенностей модели и неизвестных возмущений. Заметим, что контур тока с ПИ-регулятором имеет высокое быстродействие $(T_i \approx 0)$, поэтому первое уравнение в системе (1) может быть упрощено как $i_m = K_i u_r$, или $u_r = M/(c_m K_i)$. Тогда перепишем систему (1) в следующем виде:

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_1 = a_1(\varphi_1 - \varphi_2) + a_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + a_3 u_r + d_1; \\ \ddot{\varphi}_2 = a_4(\varphi_1 - \varphi_2) + a_5(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + d_2, \end{cases} \quad (2)$$

где $a_1 = -J_1^{-1} c_{21}$; $a_2 = -J_1^{-1} b_{21}$; $a_3 = J_1^{-1} c_m K_i$; $a_4 = J_2^{-1} c_{21}$; $a_5 = J_2^{-1} b_{21}$; $d_1 = J_1^{-1}\left(-M_{f1}(\dot{\varphi}_1) - M_y + \Delta_1\right)$; $d_2 = J_2^{-1}\left(-M_c - M_{f2}(\dot{\varphi}_2) + M_y + \Delta_2\right)$; Δ_1 и Δ_2 – ограниченные неопределенности модели системы.

Стоит отметить, что суммарные возмущения d_1 и d_2 включают в себя неизвестные внешние возмущения и неопределенности модели, вызываемые нелинейными факторами (зазор, сухое трение) и неопределенными параметрами объекта, причем нетрудно увидеть, что d_2 представляет собой не удовлетворяющее условию согласованности неизвестное суммарное возмущение.

Пусть $x_1 = \varphi_2$; $x_2 = \dot{\varphi}_2$; $x_3 = \varphi_1$; $x_4 = \dot{\varphi}_1$. Тогда система (2) преобразуется к следующему виду:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u_r + \mathbf{d}(\mathbf{x}, t), \quad (3)$$

где $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор переменных состояния; $\mathbf{d}(\mathbf{x}, t) = \begin{bmatrix} 0 & d_2 & 0 & d_1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор суммарного возмущения;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a_4 & -a_5 & a_4 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & a_1 & a_2 \end{bmatrix}; \ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ a_3 \end{bmatrix}.$$

В матричном уравнении (3) вектор $\mathbf{d}(\mathbf{x}, t)$ неизвестен, поэтому для его оценки необходимо построить наблюдатель возмущения.

A. Синтез наблюдателя возмущения

Построим наблюдатель возмущения следующего вида [7, 8]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}} = -\mathbf{L}(\mathbf{p} + \mathbf{L}\mathbf{x}) - \mathbf{L}(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u_r); \\ \hat{\mathbf{d}} = \mathbf{p} + \mathbf{L}\mathbf{x}, \end{cases} \quad (4)$$

где $\mathbf{L} \in \Re^{4\times4}$ – положительно определенная числовая матрица ($\mathbf{L} > 0$); $\mathbf{p} \in \Re^{4\times1}$ – вектор переменных состояния наблюдателя; $\hat{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} 0 & \hat{d}_2 & 0 & \hat{d}_1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \in \Re^{4\times1}$ – оценка вектора суммарного возмущения.

Предположим, что вектор $\dot{\mathbf{d}}$ ограничен, т.е. $\|\dot{\mathbf{d}}\| \le D$ – положительная постоянная величина. Пусть $\mathbf{e}_d = \mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}}$ – ошибка оценивания вектора суммарного возмущения. Рассмотрим функцию Ляпунова вида $V_0 = \mathbf{e}_d^{\mathrm{T}} \mathbf{e}_d$. Учитывая (4), ее производная по времени имеет вид

$$\dot{V}_0 = \mathbf{e}_d^{\mathrm{T}} \dot{\mathbf{e}}_d = \mathbf{e}_d^{\mathrm{T}}\left(-\mathbf{L}\mathbf{e}_d + \dot{\mathbf{d}}\right) \le -\left[\lambda_{\min}(\mathbf{L}) - \frac{1}{2\varepsilon}\right] V_0 + \frac{\varepsilon D}{2}, \quad (5)$$

где $\varepsilon > 0$; $\lambda_{\min}(\mathbf{L})$ – минимальное собственное значение матрицы $\mathbf{L}$. Из (5) видно, что если выбрать достаточно малое число $\varepsilon > 0$ и матрицу $\mathbf{L} > 0$ так, что $\lambda_{\min}(\mathbf{L}) > \varepsilon/2$, то $\mathbf{e}_d$ будет ограничена и стремится к окрестности нуля $(\mathbf{e}_d(t) \approx 0)$ за конечное время.

B. Синтез робастного управления

Пусть заданы $\varphi_{2d}, \dot{\varphi}_{2d}, \ddot{\varphi}_{2d}$ – желаемое положение второй массы и его производные. Тогда, учитывая (2) и (4), спроектируем желаемое положение первой массы и его производные как $\varphi_{1d} = H(s)[g_1]$; $\dot{\varphi}_{1d} = \dfrac{g_1 - a_4\varphi_{1d}}{a_5}$; $\ddot{\varphi}_{1d} = H_1(s)[\dot{\varphi}_{1d}]$, где $g_1 = \ddot{\varphi}_{2d} + a_4\varphi_{2d} + a_5\dot{\varphi}_{2d} - \hat{d}_2$; $H(s) = \dfrac{1}{a_5 s + a_4}$ и $H_1(s) = \dfrac{s}{\tau s + 1}$ – фильтры первого порядка ($\tau > 0$ – малое постоянное число).

Предполагая $z_1 = \varphi_1 - \varphi_{1d}$; $z_2 = \dot{z}_1$; $z_3 = \Delta\varphi - \Delta\varphi_d$; $z_4 = \dot{z}_3$; $\Delta\varphi = (\varphi_1 - \varphi_2)$; $\Delta\varphi_d = (\varphi_{1d} - \varphi_{2d})$, из (2) получаем следующую систему:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2; \\ \dot{z}_2 = a_1 z_3 + a_2 z_4 + f_1 + a_3 u_r; \\ \dot{z}_3 = z_4; \\ \dot{z}_4 = (a_1 - a_4) z_3 + (a_2 - a_5) z_4 + f_2 + a_3 u_r, \end{cases} \tag{6}$$

где $f_1 = f_{1d} + d_1$; $f_{1d} = a_1\Delta\varphi_d + a_2\Delta\dot{\varphi}_d - \ddot{\varphi}_{1d}$; $f_2 = f_{2d} + (d_1 - d_2)$; $f_{2d} = (a_1 - a_4)\Delta\varphi_d + (a_2 - a_5)\Delta\dot{\varphi}_d - \Delta\ddot{\varphi}_d$.

Таким образом, исходная система (2) с неудовлетворяющим условию согласованности суммарным возмущением преобразуется в новую систему с одним входом и несколькими выходами, состоящую из двух подсистем с удовлетворяющими условию согласованности возмущениями. Теперь цель управления эквивалентна синтезу регулятора таким образом, чтобы система (6) была асимптотически устойчива. Задача синтеза управления для системы вида (6) с одним входом и несколькими выходами может быть решена с использованием иерархического управления в скользящем режиме [9, 10]. Иерархическая структура поверхностей скольжения показана на рис. 1.

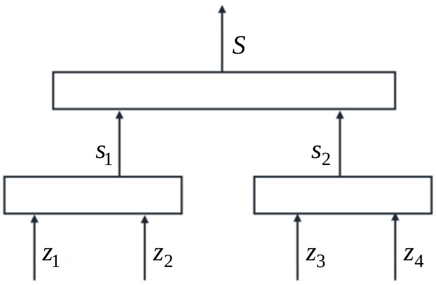

Рис. 1. Иерархическая структура поверхностей скольжения

Уровень 1. Рассмотрим следующие поверхности скольжения для двух подсистем:

$$\begin{cases} s_1 = c_1 z_1 + z_2; \\ s_2 = c_2 z_3 + z_4, \end{cases} \tag{7}$$

где $c_1, c_2 > 0$ – положительные числа.

Далее найдем эквивалентное управление для каждой подсистемы, исходя из условия $\dot{s}_1 = \dot{s}_2 = 0$. Учитывая (6) и (7), получим следующие выражения:

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = c_1 z_2 + a_1 z_3 + a_2 z_4 + f_1 + a_3 u_r; \\ \dot{s}_2 = (a_1 - a_4) z_3 + (c_2 + a_2 - a_5) z_4 + f_2 + a_3 u_r. \end{cases} \tag{8}$$

Тогда, учитывая (8), эквивалентные управления двух подсистем имеют вид

$$\begin{cases} u_{eq1} = -a_3^{-1}\left(c_1 z_2 + a_1 z_3 + a_2 z_4 + \hat{f}_1\right); \\ u_{eq2} = -a_3^{-1}\left[(a_1 - a_4) z_3 + (c_2 + a_2 - a_5) z_4 + \hat{f}_2\right], \end{cases} \tag{9}$$

где $\hat{f}_1 = f_{1d} + \hat{d}_1$; $\hat{f}_2 = f_{2d} + \left(\hat{d}_1 - \hat{d}_2\right)$.

Уровень 2. Поверхность скольжения второго уровня представляется в виде линейной комбинации поверхностей скольжения первого уровня как

$$S = \alpha s_1 + s_2, \ \alpha > 0. \tag{10}$$

Закон управления для системы (6) имеет вид

$$u_r = u_{eq1} + u_{eq2} + u_{sw}, \tag{11}$$

где u_{sw} – составляющая управления, обеспечивающая асимптотическую устойчивость замкнутой системы. Рассмотрим функцию Ляпунова вида $V = S^2/2$. Учитывая (8), (9), (10) и (11), получим ее производную по времени следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S\dot{S} = S\left(\alpha\dot{s}_1 + \dot{s}_2\right) \\ &= Sa_3\left[\left(\alpha u_{eq2} + u_{eq1}\right) + (\alpha + 1) u_{sw}\right]. \end{aligned} \tag{12}$$

Пусть $\dot{S} = -kS - \eta\,\mathrm{sign}(S)$, $k, \eta > 0.$ Тогда получим

$$u_{sw} = \frac{-a_3\left(\alpha u_{eq2} + u_{eq1}\right) - kS - \eta\,\mathrm{sign}(S)}{a_3(\alpha + 1)}; \tag{13}$$

$$u_r = \frac{a_3\left(\alpha u_{eq1} + u_{eq2}\right) - kS - \eta\,\mathrm{sign}(S)}{a_3(\alpha + 1)}. \tag{14}$$

Теперь исследуем устойчивость замкнутой системы. Учитывая (12), (13) и (14) получим $\dot{V} = -kS^2 - \eta|S| < 0.$ Исходя из этого следует, что $S \to 0$ при $t \to \infty.$ Нетрудно увидеть, что $S, \dot{S} \in L_\infty$, тогда из (10) и (12) имеем $s_1, s_2 \in L_\infty$ и $\dot{s}_1, \dot{s}_2 \in L_\infty$. Стоит также отметить, что $S \in L_2$, т.е.

$$\int_0^\infty S^2 dt = \int_0^\infty \left(\alpha^2 s_1^2 + 2\alpha s_1 s_2 + s_2^2\right) dt < \infty. \tag{15}$$

Поскольку $2\alpha s_1 s_2 \le \alpha^2 s_1^2 + s_2^2$, можно легко получить

$$0 < \int_0^\infty 4\alpha s_1 s_2 dt < \int_0^\infty S^2 dt < \infty. \tag{16}$$

Учитывая (15) и (16), имеем $\int_0^\infty s_1^2 dt < \infty$ и $\int_0^\infty s_2^2 dt < \infty$. В результате получаем $s_1, s_1 \in L_2 \cap L_\infty$ и $\dot{s}_1, \dot{s}_2 \in L_\infty$, следовательно, согласно лемме Барбалата, при $t \to \infty$, $s_1, s_2 \to 0$, т. е. $z_1, z_2, z_3, z_4 \to 0$.

IV. Результаты компьютерного моделирования

Компьютерное моделирование проводится в среде MATLAB/Simulink при следующих параметрах: $2\delta = 6^0$; $J_{1n} = 6.4 \cdot 10^{-6}$ кгм^2; $J_{2n} = 1.712 \cdot 10^{-6}$ кгм^2; $b_{12n} = 4 \cdot 10^{-6}$ Нмс; $c_{12n} = 0.00336$ Нм; $M_{f01} = 10^{-4}$; $M_{f02} = 10^{-5}$; $M_c = 10^{-4} \cdot \left(1.5\sin(3\pi t) + 0.5\right)$ Нм.

Параметры иерархического регулятора в скользящем режиме и наблюдателя возмущения выбираются следующим образом: $c_1 = c_2 = \alpha = k = 25$; $\eta = 10^4$; $\mathbf{L} = 10^4 \cdot \mathrm{diag}\left(\begin{bmatrix}1.5 & 1.5 & 1.5 & 1.5\end{bmatrix}\right)$.

Сравниваемое линейное управление с обратной связью по состоянию имеет вид: $u_{rl} = k_n \varphi_{2d} - \mathbf{Kx}$; $k_n = 0.1032$; $\mathbf{K} = \begin{bmatrix}-0.0843 & 0.0035 & 0.1875 & 0.0019\end{bmatrix}$.

Результаты моделирования представлены на рисунках 2-4, где «Desired» – желаемый выходной сигнал, «Linear Control» – линейное управление с обратной связью по состоянию, «RHSMC» – робастное иерархическое управление в скользящем режиме.

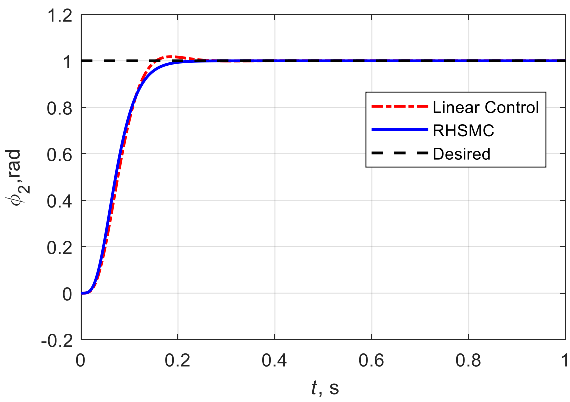

Рис. 2. График движения второй массы с разными регуляторами при отсутствии зазора, трения и внешних возмущений

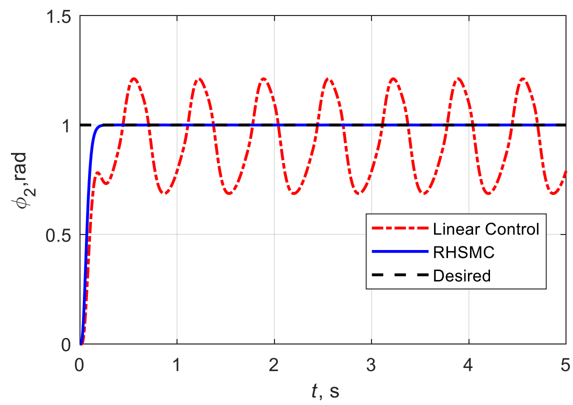

Рис. 3. График движения второй массы с разными регуляторами при действии упругости, зазора, трения и внешних возмущений

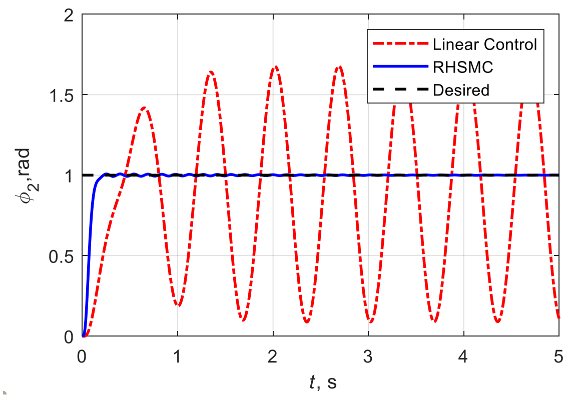

Рис. 4. График движения второй массы с разными регуляторами при действии упругости, зазора, трения, внешних возмущений и неопределенности параметров $\left(c_{12} = c_{12n}/3; J_2 = 3 \cdot J_{2n}\right)$

Из результатов моделирования видно, что линейный регулятор с обратной связью по состоянию работает удовлетворительно только при номинальных параметрах объекта и отсутствии внешних возмущений и нелинейных факторов, таких как зазор, сухое трение. Однако при одновременном воздействии упругости, нелинейных факторов и внешних возмущений система с линейным регулятором становится неустойчивой и сильно вибрирует, а при сильном изменении параметров в вышеуказанных условиях вибрация в системе усиливается так, что может привести к разрушению системы электропривода. Во всех вышеперечисленных случаях предлагаемый в статье робастный регулятор работает, удовлетворяя высоким требованиям к динамике и точности и обеспечивая устойчивость и робастность.

V. Заключение

В статье рассматривается новый подход к синтезу управления упругой двухмассовой системой при одновременном действии упругости, зазора, сухого трения и не удовлетворяющих условию согласованности неопределенностей и неизвестных внешних возмущений. Построен наблюдатель возмущения для оценивания неизвестных внешних возмущений и неопределенностей модели, вызываемых нелинейными факторами и неопределенными параметрами объекта. Для решения поставленной задачи предлагается робастный регулятор, синтезируемый на основе иерархического управления в скользящем режиме и построенного наблюдателя возмущения, преобразуя математическое описание исходной системы с одним входом и одним выходом в новую систему с одним входом и несколькими выходами, состоящую из двух подсистем. Предлагаемый робастный регулятор имеет простую структуру и удобен для практической реализации, что является преимуществом по сравнению с backstepping-методом. Робастная устойчивость разработанной системы доказывается методом функций Ляпунова. Эффективность предлагаемого робастного управления продемонстрирована компьютерным исследованием.

Список литературы

[1] D. Janiszewski. Real-time control of drive with elestic coupling based on motor position measured only. 2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, Gdansk, Poland, 2011, pp. 1931-1936, doi: 10.1109/ISIE.2011.5984453.

[2] C. Wang, M. Yang, W. Zheng, J. Long and D. Xu. Vibration Suppression with Shaft Torque Limitation Using Explicit MPC-PI Switching Control in Elastic Drive Systems. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, no. 11, pp. 6855-6867, Nov. 2015, doi: 10.1109/TIE.2015.2438055.

[3] Krstic M., Kanellakopoulos I. and Kokotovic, P. Nonlinear and Adaptive Control Design. Wiley-Interscience, New York, 592p (1995).

[4] M. Mola, A. Khayatian and M. Dehghani. Backstepping position control of two-mass systems with unknown backlash. 2013 9th Asian Control Conference (ASCC), Istanbul, Turkey, 2013, pp. 1-6, doi: 10.1109/ASCC.2013.6606181.

[5] J. Ju, Y. Liu, C. Zhang. Stability Analysis of Electromechanical Coupling Torsional Vibration for Wheel-Side Direct-Driven Transmission System under Transmission Clearance and Motor Excitation. World Electr. Veh. J. 2022, 13(3):46. doi: 10.3390/wevj13030046.

[6] X. Li, D. Shang, H. Li, F. Li. Resonant Suppression Method Based on PI control for Serial Manipulator Servo Drive System. Science Progress. 2020;103(3). doi:10.1177/0036850420950130.

[7] Yang J., Zolotas A., Chen W. H., Michail K., Li S. H. Robust control of nonlinear MAGLEV suspension system with mismatched uncertainties via DOBC approach. ISA Trans 2011;50(3):3, pp. 89–96, doi: 10.1016/j.isatra.2011.01.006.

[8] Wen-Hua Chen. Disturbance observer based control for nonlinear systems. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 9, no. 4, pp. 706-710, Dec. 2004, doi: 10.1109/TMECH.2004.839034.

[9] Qian Dianwei, Yi Jianqiang, and Zhao Dongbin. Hierarchical sliding mode control for a class of SIMO under-actuated systems. Control and Cybernetics, 37.1 (2008): 159-175.

[10] Qian Dianwei, Yi Jianqiang. Hierarchical Sliding Mode Control for Under-actuated Cranes. Springer Berlin, Heidelberg, 199p (2015).