

Управление синхронным приводом с постоянными магнитами с гарантией нахождения регулируемой переменной в заданном множестве

И. Р. Гогорев

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
ilmirgogorev@yandex.ru

П. В. Соколов

Санкт-Петербургский государственный
электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)
pvsokolov@etu.ru

Аннотация. Синхронный двигатель с возбуждением от постоянных магнитов является ключевым элементом многих промышленных систем, например, станков или промышленных роботов. Он отличается широким диапазоном значений частоты вращения, мощности и крутящего момента. Наличие нелинейностей в модели динамики такого двигателя создаёт сложности в построении алгоритмов управления, обеспечивающих заданные качества переходных процессов переменных, описывающих динамику двигателя, а неучёт нелинейностей в реальности вытекает в снижение эффективности двигателя и неоптимальному его использованию, из-за увеличения пульсации момента. В данной работе предлагается алгоритм управления синхронным двигателем с возбуждением от постоянных магнитов, гарантирующий нахождение регулируемой переменной в множестве, ограниченном двумя временными функциями, и тем самым обеспечивающий желаемые качества переходного процесса.

Ключевые слова: СДМП; гарантирующее управление; заданное множество

I. МОДЕЛЬ ОБЪЕКТА

Моделью синхронного привода с возбуждением от постоянных магнитов (далее СДМП), передающей все динамические свойства такого привода, при этом удобной для анализа, является модель в подвижных осях, связанных с ротором, $dq[1]$:

$$\begin{aligned} \dot{I}_d &= \frac{1}{L_d}(U_d - RI_d + \omega_R z_p L_q I_q) \\ \dot{I}_q &= \frac{1}{L_q}(U_q - RI_q - \omega_R z_p L_d I_d - \psi_f \omega_R z_p) \\ M_{em} &= \frac{3z_p}{2}(I_q \psi_f + I_d I_q (L_d - L_q)) \\ \dot{\omega}_R &= \frac{1}{J}(M_{em} - M_c) \end{aligned} \quad (1)$$

где I_d, I_q – составляющие вектора тока по d и q осям соответственно, где L_d, L_q – эквивалентные индуктивности фазной обмотки по d и q осям, R –

сопротивление фазной обмотки, z_p – число пар полюсов, ω_R – угловая скорость вращения ротора двигателя, ψ_f – магнитное потокоцепление одного магнита, J – момент инерции ротора привода, M_{em} – электромагнитный момент привода, развиваемый под воздействием токов, M_c – момент сопротивления.

Пусть момент сопротивления описывается только моментом трения. В качестве модели трения выберем релейный закон:

$$M_c = M_{mp} \text{sign}(\omega_R) \quad (2)$$

Введём замену: $I_d = x_1, I_q = x_2, \omega_R = x_3$. Тогда уравнения (1)–(2) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 x_1 + a_2 x_2 x_3 + b_1 u_1 \\ \dot{x}_2 &= -a_3 x_2 - a_4 x_1 x_3 - a_5 x_3 + b_2 u_2 \\ \dot{x}_3 &= a_6 x_2 + a_7 x_1 x_2 - b_3 \text{sign}(x_3) \end{aligned} \quad (3)$$

По уравнениям видно, что в системе присутствуют нелинейности типа умножения, а с учётом момента сопротивления ещё и нелинейность релейного типа. Такие условия накладывают ограничения на контроль характеристик переходных процессов переменных состояния даже при наличии возможности обеспечения их устойчивости.

II. СИНТЕЗ ЗАКОНА УПРАВЛЕНИЯ

Метод формирования закона управления, обеспечивающего желаемый переходный процесс путём обеспечения устойчивости вспомогательной переменной, введён в работе [2]. Далее данный подход был развит в метод “плотностных систем” [3]. Его суть заключается во введении вспомогательной функции – функции плотности, которая при наличии в правой части дифференциального уравнения задаёт области знакоопределённости функции Ляпунова, описывающей качественное поведение данного дифференциального уравнения.

Пусть управляемыми переменными являются составляющие тока: x_1, x_2 . Также предположим, что все переменные состояния доступны для измерения.

Согласно [3] введём функции плотности: $\rho_1(x_1, t)$, $\rho_2(x_2, t)$, – для переменных x_1 и x_2 соответственно. Введём законы управления в виде:

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{1}{b_1}((a_1 - \rho_1)x_1 - a_2x_2x_3) \\ u_2 &= \frac{1}{b_2}((a_5 - a_6)x_3 + (a_4 - a_7)x_1x_3 + (a_3 - \rho_2)x_2) \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим при таких законах управления функцию Ляпунова:

$$V = 0.5(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \quad (5)$$

её производная по времени:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_1\dot{x}_1 + x_2\dot{x}_2 + x_3\dot{x}_3 = \\ &= x_1(-a_1x_1 + a_2x_2x_3 + b_1u_1) \\ &+ x_2(-a_3x_2 - a_4x_1x_3 - a_5x_3 + b_2u_2) \\ &+ x_3(a_6x_2 + a_7x_1x_2 - b_3\text{sign}(x_3)) \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (4) в (6), получим:

$$\dot{V} = -\rho_1x_1^2 - \rho_2x_2^2 - b_3x_3\text{sign}(x_3) \quad (7)$$

В силу того, что:

$$b_3 = \frac{M_{mp}}{J} \geq 0 \quad (8)$$

и

$$x_3\text{sign}(x_3) \geq 0 \quad (9)$$

получим, что:

$$\dot{V} \leq -\rho_1x_1^2 - \rho_2x_2^2 \quad (10)$$

Выбрав в качестве функций плотности:

$$\rho_1 = -\alpha_1 \ln \frac{w_1(t) - x_1(t)}{x_1(t) - \bar{w}_1(t)} \quad (11)$$

$$\rho_2 = -\alpha_2 \ln \frac{w_2(t) - x_2(t)}{x_2(t) - \bar{w}_2(t)} \quad (12)$$

согласно [3] получим, что управление (4) обеспечивает нахождение траекторий системы в области, определяемой:

$$\begin{aligned} w_1(t) &< x_1(t) < \bar{w}_1(t) \\ w_2(t) &< x_2(t) < \bar{w}_2(t) \end{aligned} \quad (13)$$

при выполнении данных условий для начальных значений x_1 и x_2 . При этом $w_1(t)$, $\bar{w}_1(t)$, $w_2(t)$, $\bar{w}_2(t)$ – некоторые временные функции, характер которых определяется видом переходного процесса управляемой переменной.

III. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ АЛГОРИТМА

Зададим ограничения для переходных процессов для токов:

$$\begin{aligned} \bar{w}_1(t) &= -0.99e^{-0.4t} + 1 \\ \underline{w}_1(t) &= -1.05e^{-0.35t} + 1 \\ \bar{w}_2(t) &= 2\sin(\omega_q t) + 0.1 \\ \underline{w}_2(t) &= 2\sin(\omega_q t) - 0.1 \end{aligned} \quad (14)$$

Система (1) моделировалась со следующими параметрами: $L_d = 0.0022$ Гн, $L_q = 0.0027$ Гн, $z_p = 64$, $R = 2.5$ Ом, $\psi_f = 0.0568$ Вб, $J = 0.327$ кг*м², $M_{mp} = 1$ Н*м.

Параметры функция плотности были выбраны: $\omega_q = 1.2566$ рад/с, $\alpha_1 = 50$, $\alpha_2 = 100$. Результаты работы представлены на рисунках 1 и 2.

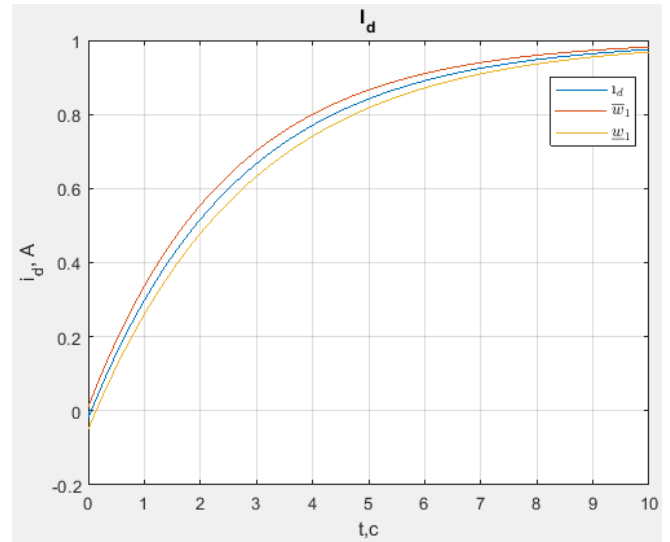


Рис. 1. Переходной процесс d-составляющей тока и её функции ограничения

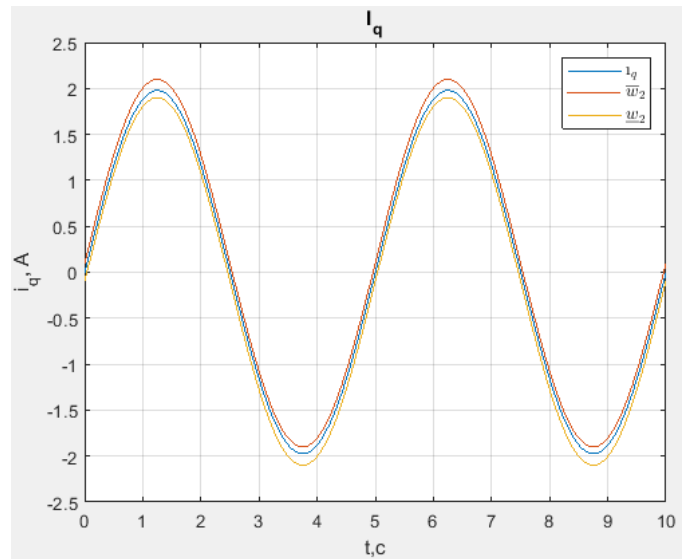


Рис. 2. Переходной процесс q-составляющей тока и её функции ограничения

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ АЛГОРИТМА СОВМЕСТНО С НАБЛЮДАТЕЛЕМ

Исследуем работу системы, когда составляющие тока недоступны измерению, а измеряемой переменной является только скорость. Для работы синтезированного алгоритма построим наблюдатель со скользящим режимом, который описывается дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{I}}_d &= \frac{1}{L_d}(U_d - R\hat{I}_d) + k_1 \text{sign}(\omega_R - \hat{\omega}_R) \\ \dot{\hat{I}}_q &= \frac{1}{L_q}(U_q - R\hat{I}_q - \psi_f \hat{\omega}_R z_p) + k_2 \text{sign}(\omega_R - \hat{\omega}_R) \\ \dot{\hat{\omega}}_R &= \frac{3\psi_f z_p}{2J} \hat{I}_q + k_3 \text{sign}(\omega_R - \hat{\omega}_R)\end{aligned}\quad (15)$$

где $\hat{I}_d$, $\hat{I}_q$ – оценки составляющих тока, $\hat{\omega}_R$ – оценка скорости, ω_R – измеренная скорость поворота ротора, k_1 , k_2 , k_3 – коэффициенты наблюдателя.

Из (15) видно, что оценка строится по линейной части уравнений (1). Все нелинейности и возмущения будем считать неопределённостью, которую должен компенсировать наблюдатель. Так как оценки строим по линейной части, мы можем использовать стандартную методику, изложенную например в [4].

Матрица динамики линейной части будет иметь вид:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L_q} & -\psi_f z_p \\ 0 & \frac{3\psi_f z_p}{2J} & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Матрица управления:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Матрица измерения будет иметь вид:

$$C = [0 \quad 0 \quad 1] \quad (16)$$

Дополнительная матрица, описывающая неизмеримые выходы системы, необходимая для дальнейших построений:

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Сформируем матрицу преобразования:

$$T = \begin{bmatrix} C \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Применив преобразование (18) к линейной части системы (1), можно её описать в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{y} &= A_{11}y + A_{12}x + B_1u \\ \dot{x} &= A_{21}y + A_{22}x + B_2u\end{aligned}\quad (19)$$

где:

$$A_{11} = 0 \quad (20)$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{3\psi_f z_p}{2J} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\psi_f z_p \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_d} & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L_q} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$B_1 = [0 \quad 0] \quad (24)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Тогда уравнение для наблюдателя можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{y}} &= A_{11}\hat{y} + A_{12}\hat{x} + B_1u + K_1 \text{sign}(\Delta y) \\ \dot{\hat{x}} &= A_{21}\hat{y} + A_{22}\hat{x} + B_2u + K_2 \text{sign}(\Delta y)\end{aligned}\quad (26)$$

где Δy – невязка между измеренным и оцененным выходом.

Коэффициенты K_1 выбираются как диагональная положительно-определённая матрица, диагональные элементы которой выбираются как размах значений, внутри которых может лежать суммарная ошибка наблюдения по измеряемым и неизмеряемым выходам в силу системы. В примере взято:

$$K_1 = 60 \quad (27)$$

K_2 выбирается исходя из желаемого расположения собственных чисел матрицы замкнутой динамики ошибок наблюдения неизмеряемых выходов:

$$(A_{22} - K_2 A_{12}) \quad (28)$$

Собственные числа настраивались на корни полинома Баттерворта 2-го порядка с центральной частотой:

$$\omega_0 = \frac{10R}{L_d} \quad (29)$$

с целью, чтобы ошибка наблюдения затухала быстрее, чем протекают самые быстрые линейные составляющие процессов в (1).

Коэффициенты наблюдателя в (15) находятся следующим образом:

$$\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}^T = T^{-1} \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 K_1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Моделирование показало, что разница между процессами токов при полностью измеримом векторе

состояния и при использовании наблюдателя состояния не превышает 0.07 мА.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе был исследован метод обеспечения нахождения заданной переменной на выбранном множестве, задаваемом двумя функциями времени. Данный алгоритм показал свою работоспособность для модели СДМП даже при наличии нелинейности типа умножения и релейного типа. В дальнейшем планируется исследование данного алгоритма для стабилизации на множестве скорости вращения ротора двигателя и угла поворота.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Борцов Ю.А., Соколовский Г.Г. Автоматизированный электропривод с упругими связями. 2-е изд. перераб. и доп. СПб.: Энергоатомиздат. Санкт-Петербург. отд-ние, 1992. 288 с.
- [2] Фуртат И.Б., Гушин П.А. Методы анализа и синтеза линейных и нелинейных систем управления при наличии возмущений и запаздывания //Ижевск: Институт компьютерных технологий. 2021.
- [3] Фуртат И.Б. Плотностные системы. Анализ и управление // Автоматика и телемеханика. 2023. № 11. С. 55-76.
- [4] Путов В.В. Методические указания по компьютерным исследованиям по дисциплине "Нелинейное и адаптивное управление в технических системах". СПбГЭТУ «ЛЭТИ». СПб., 2018. 62 с.