

Адаптивное робастное управление формацией мультиагентных систем

Вэньжань Сюй

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет
«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)

xuwenran@yandex.ru

Аннотация. В данной статье предлагается структура адаптивного робастного граничного кооперативного управления для мультиагентных систем второго порядка при наличии неизвестных возмущений. Для реализации крупномасштабного кооперативного управления дискретные ошибки отображаются в поле ошибок дифференциального уравнения в частных производных, а для генерации сигналов граничного управления применяется метод бэкстеппинга. Разработан распределенный закон адаптивного робастного управления, который в сочетании с законом адаптации, использующим оператор проектирования, позволяет в реальном времени оценивать и компенсировать суммарные возмущения. Анализ на основе составного функционала Ляпунова доказывает, что замкнутая система является устойчивой по отношению к входу и состоянию, при этом ошибка слежения оказывается равномерно ограниченной в конечном счете и сходится к настраиваемой малой окрестности. Результаты моделирования подтверждают высокое быстродействие слежения и хорошую устойчивость предложенного подхода к возмущениям.

Ключевые слова: мультиагентные системы, дифференциальные уравнения в частных производных, метод бэкстеппинга, адаптивное робастное управление

I. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы, в связи с бурным развитием таких технологий, как кластеры беспилотных летательных аппаратов, автономные автотранспортные колонны и робототехнические формации, задача согласованного управления мультиагентными системами (МАС) превратилась в одно из наиболее актуальных направлений теории управления [1]. В рамках согласованного управления МАС ключевая цель состоит в формировании коллективного макроповедения за счёт локальных взаимодействий между агентами, причём синтез соответствующих законов управления, как правило, приходится осуществлять в условиях сложной нелинейной динамики и неопределённости внешней среды [2]. По сравнению с согласованным управлением, рассматриваемым в идеализированных предпосылках, адаптивно-робастное управление обеспечивает более сильные гарантии практической работоспособности [3, 4].

Несмотря на стремительное развитие согласованного управления мультиагентными системами, существующие результаты по-прежнему с трудом отвечают требованиям, обусловленным наличием сосредоточенных возмущений и немоделируемой динамики, широко распространённых в крупномасштабных мехатронных системах. Адаптивное управление является мощным инструментом для учёта

параметрической неопределённости, однако при его прямом применении к мультиагентным системам, подверженным непрерывным неизвестным внешним возмущениям, как правило, возникает проблема дрейфа параметров: адаптивные оценки неограниченно возрастают со временем [5]. Кроме того, в рамках традиционных дискретных сетевых структур увеличение размера кластера нередко приводит к резкому росту коммуникационной и вычислительной нагрузки, что указывает на недостаточную масштабируемость таких подходов [6].

Для крупномасштабных мультиагентных систем непрерывно-средовое моделирование предоставляет эффективный путь к обеспечению масштабируемости. Отображение дискретной сети агентов в поле ошибок, описываемое дифференциальными уравнениями в частных производных (ДУЧП), позволяет проводить макроскопический пространственно-временной анализ коллективного поведения средствами ДУЧП. Разработанный первоначально для граничного управления распределёнными параметрическими системами, метод ДУЧП-бэкстеппинга, трактующий ошибки формации как непрерывный процесс пространственной эволюции, демонстрирует значительный потенциал расширения идей бэкстеппинга на задачи граничного согласованного управления крупномасштабными МАС [7]. Вместе с тем существующие схемы ДУЧП-управления либо опираются на точное знание микродинамики отдельных агентов, либо не содержат эффективных механизмов подавления локальных высокочастотных неизвестных возмущений, что существенно ограничивает их применимость в реальных условиях.

Постановка задачи. На основе приведённого анализа в настоящей работе предлагается адаптивно-робастная схема граничного согласованного управления для мультиагентной системы типа «лидер-последователи» второго порядка при наличии неизвестных возмущений. Путём построения составного функционала Ляпунова показано, что замкнутая система обладает свойством входо-состояниеустойчивости, что обеспечивает в конечном итоге равномерную ограниченность ошибки слежения и её сходимости к сколь угодно малой настраиваемой окрестности нуля.

II. ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ И ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

A. Динамика агентов и цель построения формации

Рассматривается крупномасштабная мультиагентная система, состоящая из одного лидера и N ведомых. Предполагается, что коммуникационная топология имеет вид одномерного неориентированного

цепочечного графа. Каждый ведомый описывается неопределённой мехатронной динамикой второго порядка. В практических задачах группового управления беспилотными летательными аппаратами $q_i, v_i, u_i \in R^m$; при этом предлагаемое в работе распределённое управление реализуется независимо по осям, и все выводы выполняются покомпонентно (для краткости далее полагается:

$$\dot{q}_i(t) = v_i(t), \dot{v}_i(t) = u_i(t) + d_i(t). \quad (1)$$

Здесь q_i, v_i — соответственно положение и скорость; u_i — локальный управляющий вход; d_i — неизвестное внешнее сосредоточенное возмущение.

Пусть r_i обозначает требуемое смещение ведомого i относительно лидера в заданной формации. Введём ошибку слежения:

$$e_{1i}(t) = q_i(t) - q_0(t) - r_i, e_{2i}(t) = v_i(t) - v_0(t).$$

Цель управления состоит в синтезе распределённого закона $u_i(t)$, обеспечивающего ограниченность всех сигналов замкнутой крупномасштабной системы, а также предельную равномерную ограниченность ошибок $\{e_{1i}(t), e_{2i}(t)\}$ и их сходимости в малую окрестность нуля.

Предположение 1 (ограниченность сигналов и измеримость). Траектории лидера $q_0(t), v_0(t), \dot{v}_0(t)$ ограничены, причём ускорение $\dot{v}_0(t)$ доступно всем ведомым как глобальный сигнал прямой связи. Неизвестные возмущения $d_i(t)$ кусочно непрерывны и ограничены, т.е. существует неизвестная константа $\theta_i^* > 0$ такая, что $|d_i(t)| \leq \theta_i^*$.

В. Континуальная аппроксимация и поле ошибок

Для описания макроскопического коллективного поведения при $N \rightarrow \infty$ введём нормированную пространственную координату $x_i = \frac{i}{N+1}, i=1, \dots, N, x \in [0, 1]$, и шаг дискретизации $h = \frac{1}{N+1}$. Посредством интерполяции определим макроскопическое поле позиционной ошибки $\psi(x, t)$ по узлам сетки как $\psi(x_i, t) = e_{1i}(t)$.

В динамике (1) система имеет временную динамику второго порядка. Для получения макроскопической диффузионной модели в виде ДУЧП первого порядка по времени вводятся разделение временных масштабов и аппроксимация с демпфированием: при синтезе микрокопического закона управления выбираются достаточно большие коэффициенты по положению и демпфирование по скорости, вследствие чего быстрые состояния, связанные со скользящей поверхностью, за малое время сходятся к квазистационарному режиму. При этом макроскопическая «медленная» динамика в основном определяется лапласовским сопряжением позиционных ошибок.

Чтобы континуальный предел не вырождался, масштаб $1/h^2$ включается в веса рёбер коммуникационного графа; для цепочечной топологии ненулевые веса задаются как $a_{(i, i \pm 1)} = 1/h^2$. В условиях

квазистационарности эволюция позиционной ошибки может быть приближённо записана в виде:

$$\dot{e}_{1i} \approx \kappa \nu \sum_{j \in N_i} a_{ij} (e_{1j} - e_{1i}) \approx \kappa \nu \psi_{xx}(x_i, t).$$

Здесь $\nu > 0$ — коэффициент согласования, $\kappa > 0$ — коэффициент демпфирования. Введём эквивалентный коэффициент диффузии $A = \kappa \nu$. При $N \rightarrow \infty$ макрополе позиционной ошибки $\psi(x, t)$ эволюционирует согласно следующему диффузионному ДУЧП:

$$\psi_t(x, t) = A \psi_{xx}(x, t) + \Delta(x, t), x \in (0, 1).$$

Здесь $\Delta(x, t)$ аккумулирует ошибку континуальной аппроксимации дискретного взаимодействия, немоделируемую быструю динамику в условиях демпфирования, а также возмущения во внешнем распределённом поле.

Граничные условия зададим в виде:

$$\psi(0, t) = 0, \psi(1, t) = U(t),$$

где $U(t)$ — граничный согласующий сигнал, формируемый макроскопической ДУЧП.

III. СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРА

В работе используется регулятор двухуровневой архитектуры: (1) на макроуровне реализуется глобальное граничное управление на основе ДУЧП-бэкстеппинга; (2) на микроуровне применяется распределённое адаптивно-робастное управление для компенсации локальных возмущений и обеспечения согласованной диффузии.

А. ДУЧП-бэкстеппинг граничного управления

Рассмотрим макросистему и введём преобразование Вольтерра бэкстеппинга:

$$w(x, t) = \psi(x, t) - \int_0^x K(x, \xi) \psi(\xi, t) d\xi,$$

такое, что целевая система имеет экспоненциально устойчивую диффузионную динамику $w_t = A w_{xx} - \lambda w$ с однородными граничными условиями $w(0, t) = w(1, t) = 0$. Ядро $K(x, \xi)$ должно удовлетворять уравнению ядра:

$$A K_{xx}(x, \xi) - A K_{\xi\xi}(x, \xi) = \lambda K(x, \xi). \quad (2)$$

Здесь граничные условия для ядра задаются как $K(x, 0) = 0$ и $K(x, x) = \frac{\lambda}{2A} x$. Отметим, что аналитическое выражение для $K(x, \xi)$ в общем случае получить затруднительно; однако при практической реализации $K(x, \xi)$ может быть вычислено численно из (2), например, методом конечных разностей либо спектральными методами.

Тогда граничный согласующий сигнал может быть получен в виде:

$$U(t) = \int_0^1 K(1, \xi) \psi(\xi, t) d\xi \approx h \sum_{i=1}^N K(1, x_i) e_{1i}(t). \quad (3)$$

Примечание 1. Для инъекции сформированного на макроуровне сигнала $U(t)$ в сеть ведомых в конце цепочечной топологии вводится виртуальный узел $i = N + 1$, которому принудительно задаётся состояние позиционной ошибки $e_{1,N+1}(t) = U(t)$, а также выбирается соответствующий вес связи $a_{N,N+1} = 1/h^2$. Благодаря такому физически интерпретируемому эквивалентному воздействию достигается реализация граничного условия Дирихле $\psi(1,t) = U(t)$ для наблюдаемой ДУЧП-модели на дискретной сети.

Лемма 1 (сходимость макромодел).

1. Экспоненциальная устойчивость. Если $\Delta = 0$, то при выборе $U(t)$ по (3) целевая ДУЧП-система является строго экспоненциально устойчивой в пространстве $L^2(0,1)$.

2. Оценка на основе входе-состояниеовой устойчивости. Если распределённое возмущение ограничено и $\Delta(x,t) \neq 0$, то замкнутая ДУЧП-система обладает свойством входе-состояниеовой устойчивости, и $\psi(x,t)$ является в конечном итоге равномерно ограниченной; при этом верхняя оценка установившейся нормы определяется величиной $\sup_{t \geq 0} \|\Delta(\cdot,t)\|_{L^2(0,1)} < \infty$.

В. Адаптивно робастное локальное управление

Для выполнения сформулированных выше предположений и подавления внешних возмущений отдельных агентов для ведомого i введём составную скользящую переменную:

$$s_i(t) = ce_{1i}(t) + e_{2i}(t), \quad (4)$$

Выберем параметр $c > 0$. Тогда, дифференцируя (4), получаем $\dot{s}_i(t) = ce_{2i}(t) + u_i(t) + d_i(t) - \dot{v}_0(t)$.

Сконструируем наблюдательный адаптивный закон с нормированными весами Лапласа в виде:

$$u_i(t) = -ce_{2i}(t) + \nu \sum_{j \in N_i} a_{ij} (e_{1j}(t) - e_{1i}(t)) - k_i s_i(t) - \hat{\theta}_i(t) \tanh\left(\frac{s_i(t)}{\varepsilon}\right) + \dot{v}_0(t),$$

где $k_i > 0$; ν — коэффициент согласования; $\varepsilon > 0$ — параметр сглаженного граничного слоя, подавляющий дрожание; $\hat{\theta}_i(t)$ — динамическая оценка неизвестной верхней границы внешнего возмущения.

Чтобы приближение по разделению временных масштабов и демпфированию было корректным, параметры настройки должны удовлетворять условию $c, k_i \gg \nu |\lambda_{\max}(L)|$, что обеспечивает, что динамика подпространства s_i существенно быстрее, чем эволюция ошибки e_{1i} .

Построим неотрицательный адаптивный закон проекционного типа.

Чтобы избежать появления отрицательной оценки верхней границы возмущения в процессе адаптации и предотвратить дрейф оценки, используем оператор

проекции с ограничением, и зададим закон обновления в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_i(t) &= \text{Proj}(\gamma_i | s_i(t) | -\sigma_i \hat{\theta}_i(t)) \\ &= \begin{cases} \max\{0, \gamma_i | s_i(t) | -\sigma_i \hat{\theta}_i(t)\}, & \hat{\theta}_i(t) = 0, \\ \gamma_i | s_i(t) | -\sigma_i \hat{\theta}_i(t), & \hat{\theta}_i(t) > 0, \end{cases} \end{aligned}$$

где коэффициенты усиления $\gamma_i, \sigma_i > 0$ подбираются так, что при $\hat{\theta}_i(0) \geq 0$ обеспечивается $\hat{\theta}_i(t) \geq 0$ для всех $t \geq 0$.

На основе стандартного анализа по Ляпунову, с учётом сглаживающей функции $\tanh(\cdot)$ и члена утечки в адаптивном законе, замкнутая система также обладает свойством предельной равномерной ограниченности; тем самым получаемые оценки согласуются с выводами Леммы 1.

IV. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ

Доказательство. Введём составную функцию Ляпунова следующего вида:

$$V(t) = V_w + V_s + V_\theta,$$

где энергия макроуровневого целевого ДУЧП-поля $V_w = \frac{1}{2} \int_0^1 w^2(x,t) dx$, энергия микроскопических

скользящих переменных $V_s = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N s_i^2$, и энергия ошибки параметрической оценки $V_\theta = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \gamma_i^{-1} \tilde{\theta}_i^2$. При этом ошибка оценки определяется как $\tilde{\theta}_i(t) = \theta_i^* - \hat{\theta}_i(t)$.

A. Анализ энергии макроуровневого ДУЧП-поля

$$\begin{aligned} \dot{V}_w &\leq -\lambda \|w\|_L^2 + \frac{\lambda}{2} \|w\|_L^2 + \frac{1}{2\lambda} \|\Phi(\cdot,t)\|_L^2 \\ &= -\lambda V_w + \frac{1}{2\lambda} \|\Phi(\cdot,t)\|_L^2. \end{aligned} \quad (5)$$

B. Обработка микроскопической скользящей поверхности и лапласовского сопряжения

$$\dot{V}_s \leq \sum_{i=1}^N (-(k_i - \eta) s_i^2 + |s_i| |\tilde{\theta}_i + 0.2785 \varepsilon \hat{\theta}_i|) + C_1 V_w. \quad (6)$$

C. Ошибка параметрической оценки и член адаптивной утечки

$$\dot{V}_\theta \leq -\sum_{i=1}^N \tilde{\theta}_i |s_i| - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sigma_i \gamma_i^{-1} \tilde{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sigma_i \gamma_i^{-1} (\theta_i^*)^2. \quad (7)$$

D. Комплексный анализ устойчивости

Складывая оценки (5), (6) и (7), видим, что ключевой перекрёстный член сопряжения ошибок $\sum |s_i| |\tilde{\theta}_i|$ взаимно компенсируется, и в результате получаем:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &\leq -(\lambda - C_1) V_w - \sum_{i=1}^N (k_i - \eta) s_i^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sigma_i \gamma_i^{-1} \tilde{\theta}_i^2 + \bar{\Delta}. \end{aligned} \quad (8)$$

Выбирая достаточно большой параметр задания целевой системы $\lambda > C_1$, а также локальные демпфирующие усиления $k_i > \eta$, введём глобальную скорость убывания энергии замкнутой системы: $\alpha = \min\{\lambda - C_1, 2 \min_i(k_i - \eta), \min_i(\sigma_i)\} > 0$. Тогда из (8) следует стандартная диссипативная оценка:

$$\dot{V}(t) \leq -\alpha V(t) + \bar{\Delta}.$$

В силу стандартного сравнения следует, что замкнутая система, включающая макроуровневую ДУЧП-часть и микродинамику мультиагентов, обладает свойством входо-состояниеовой устойчивости, а полный функционал энергии $V(t)$ экспоненциально убывает и в конечном итоге попадает в остаточное множество $\Omega = \{V(t) \leq \bar{\Delta} / \alpha\}$. Доказательство завершено.

V. МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ

Для подтверждения эффективности предложенного адаптивно-робастного метода управления мультиагентной системой на основе ДУЧП нами проведена систематическая верификация на платформе численного моделирования MATLAB.

На рис. 1 показаны результаты позиционного слежения в условиях неизвестных возмущений. Под действием граничного согласующего сигнала все ведомые точно отслеживают траекторию движения лидера и устойчиво сохраняют требуемую формацию. Тем самым подтверждается эффективность континуальной аппроксимации и метода бэкстеппинга для управления групповым движением.

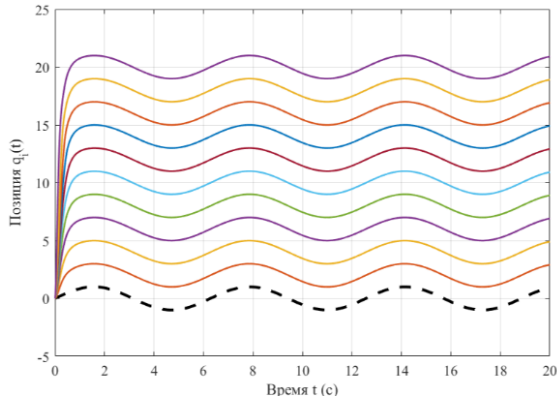


Рис. 1. Качество слежения формации

На рис. 2 приведены кривые эволюции ошибок позиционного слежения $e_{i_i}(t)$. Благодаря предложенному адаптивно-робастному закону управления начальные ошибки всех агентов за весьма малое время быстро сходятся и в установившемся режиме остаются в чрезвычайно малой окрестности нуля. Это подтверждает выполнение свойства входо-состояниеовой устойчивости замкнутой системы.

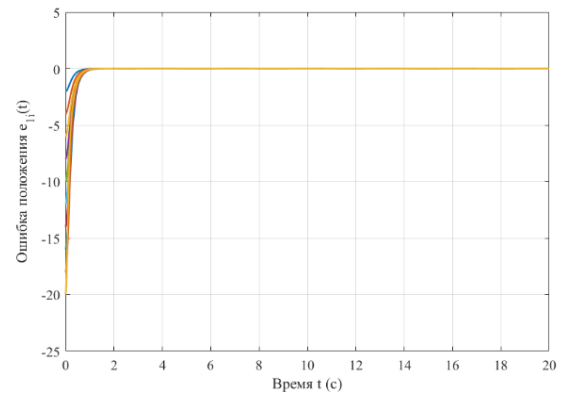


Рис. 2. Сходимость ошибок слежения

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложена адаптивно-робастная структура граничного управления, ориентированная на крупномасштабные сценарии согласованного управления и обеспечивающая предельную равномерную ограниченность ошибок слежения. Для учёта неизвестных сосредоточенных возмущений и немоделируемой быстропеременной динамики, возникающей при аппроксимации в режиме сверхдемпфирования, использовано сочетание граничного управления на основе ДУЧП-бэкстеппинга и локального адаптивно-робастного управления с проекционным оператором. Эффективность предложенной стратегии обоснована посредством построения составного функционала Ляпунова. Результаты моделирования дополнительно подтверждают работоспособность и практическую применимость полученных выводов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Jia Y. Distributed Coordination Control System: Application Scenarios and Countermeasures. Singapore: Springer Singapore, 2025, pp. 15–29. DOI: 10.1007/978-981-96-0365-7_3.
- [2] Gong X., Zhang Z., Shen J. Data-driven leader-following consensus for nonlinear multi-agent systems against composite attacks: A twins layer approach. Journal of the Franklin Institute, 2024, vol. 361, no. 14, 107067. DOI: 10.1016/j.jfranklin.2024.107067.
- [3] Das A., Lewis F. L. Distributed adaptive control for synchronization of unknown nonlinear networked systems. Automatica, 2010, vol. 46, no. 12, pp. 2014–2021. DOI: 10.1016/j.automatica.2010.08.008.
- [4] Su Y.-H., Bhowmick P., Lanzon A. A robust adaptive formation control methodology for networked multi-UAV systems with applications to cooperative payload transportation. Control Engineering Practice, 2023, vol. 138, 105608. DOI: 10.1016/j.conengprac.2023.105608.
- [5] Mohammed T. K., Asfaw W. A., Abdissa C. M., Lemma L. N. Constrained robust adaptive control design for fixed wing UAV under parameter uncertainties and external disturbances. Engineering Research Express, 2025, vol. 7, no. 2, 025254. DOI: 10.1088/2631-8695/add643.
- [6] Ghanavati M. PDE-based modeling and control of multi-agent systems. Ph.D. dissertation, Wichita State University, July 2018.
- [7] Wang S., Qi J., Diagne M. Adaptive boundary control of reaction–diffusion PDEs with unknown input delay. Automatica, 2021, vol. 134, 109909. DOI: 10.1016/j.automatica.2021.109909.