

Разработка нелинейных систем управления для сложного подвижного электромеханического объекта с подвешенным на тросе грузом

Е. В. Илатовская
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

З. Х. Нгуен
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

Д. П. Михайлов
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

E-mail: evilatovskaia@etu.ru

А. А. Кузнецов
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

В. В. Ковалев
СПбГЭТУ «ЛЭТИ»

Аннотация. В докладе рассмотрено управление сложным подвижным электромеханическим объектом с подвешенным на тросе грузом с помощью двух систем управления: 1. модифицированный ПИД-регулятор, 2. нелинейный регулятор со скользящим режимом. Моделирование проводится в программном обеспечении matlab simulink. Делается вывод о характеристиках, полученных разными методами.

Ключевые слова: ПИД-регулятор, скользящий режим, метод скоростного градиента, подвижный объект

1. ВВЕДЕНИЕ

Сложные подвижные электромеханические объекты часто используются для транспортировки подвешенных на тросе грузов. Как правило для управления такими объектами используется ПИД-регулятор, он прост в реализации, его коэффициенты легко настроить. Однако он эффективен только в простых задачах, когда все параметры системы известны и постоянны, а задание объекту не изменяется. Существуют подходы [1–3] к синтезу параметров ПИД-регулятора с целью расширить область его применения, например, метод Ляпунова. В этом докладе предлагается настройка коэффициентов методом скоростного градиента, что значительно проще.

Доклад посвящен разработке ПИД-регулятора, где вместо ошибки используется функция скольжения, а законы настройки параметров (коэффициентов) управления получаются методом скоростного градиента. Модифицированный ПИД-регулятор используется для контроля координат y и z , для управления каналом ориентации объекта используется ПД-регулятор, угол отклонения груза стабилизируется в своем положении равновесия. Предлагаемый самонастраивающийся ПИД-регулятор сравнивается с управлением в скользящих режимах.

II. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Пусть m_q – масса сложного подвижного электромеханического объекта, m_p – масса груза, I_{qxx} – момент инерции объекта, I_{pxx} – момент инерции груза, y и z – координаты центра масс объекта, ϕ – угол ориентации объекта, α – угол отклонения подвешенного груза, l – длина троса, F_l – сила тяги,

τ_ϕ – крутящий момент, g – ускорение свободного падения, F_D – сила сопротивления воздуха. Будем сокращать \sin до s и \cos до c .

Продольное движение объекта с подвешенным грузом будем описывать системой уравнений

$$\begin{cases} (m_p + m_q)\ddot{y} + m_p l(c\alpha\ddot{\alpha} - s\alpha\dot{\alpha}^2) = -F_l s\phi; \\ (m_p + m_q)\ddot{z} + m_p l(s\alpha\ddot{\alpha} + c\alpha\dot{\alpha}^2) + (m_q + m_p)g = F_l c\phi; \\ I_{qxx}\ddot{\phi} = \tau_\phi; \\ m_p l c\alpha\ddot{y} + m_p l s\alpha\ddot{z} + (m_p l^2 + I_{pxx})\ddot{\alpha} + m_p g l s\alpha = -F_D. \end{cases}$$

Или в компактном виде

$$\begin{cases} \ddot{y} = -d_1 [u_1 + m_p l(c\alpha\ddot{\alpha} - s\alpha\dot{\alpha}^2)]; \\ \ddot{z} = d_1 [u_2 - m_p l(s\alpha\ddot{\alpha} + c\alpha\dot{\alpha}^2)] - g; \\ \ddot{\phi} = d_2 \tau_\phi; \\ \ddot{\alpha} = -d_3 (l c\alpha\ddot{y} + l s\alpha\ddot{z} + g l s\alpha) - d_0 \dot{\alpha}|\dot{\alpha}|, \end{cases}$$

где $u_1 = F_l s\phi$ и $u_2 = F_l c\phi$ – законы управления, которые надо найти, d_0 – коэффициент сопротивления воздуха,

$$d_1 = \frac{1}{(m_p + m_q)} > 0, \quad d_2 = \frac{1}{I_{qxx}} > 0 \quad \text{и}$$

$$d_3 = \frac{m_p}{(m_p l^2 + I_{pxx})} > 0 \quad \text{– положительные константы.}$$

III. МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ПИД-РЕГУЛЯТОР

A. Синтез управления для канала y

Пусть y_d – желаемая координата по оси y , $e_1 = y - y_d$ – ошибка, $s_1 = \dot{e}_1 + k_1 e_1$ – функция скольжения, $k_1 > 0$ – положительная константа. Если $s_1 \rightarrow 0$, то $e_1 \rightarrow 0, \dot{e}_1 \rightarrow 0$.

Выбираем модифицированный закон ПИД-управления:

$$u_1 = k_{P1}(t)s_1 + k_{I1}(t) \int_0^t s_1(t_1) dt_1 + k_{D1}(t)\dot{s}_1,$$

где k_{P1}, k_{I1}, k_{D1} – искомые параметры регулятора.

В качестве целевой функции выбираем следующее выражение:

$$Q_1 = \frac{1}{2} s_1^2.$$

Производная целевой функции

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= s_1 \dot{s}_1 = s_1 (\ddot{e}_1 + k_1 \dot{e}_1) = s_1 (\ddot{y} + k_1 \dot{e}_1 - \ddot{y}_d) = \\ &= s_1 \left[-u_1 d_1 - d_1 m_p l (c \alpha \ddot{\alpha} - s \alpha \dot{\alpha}^2) + k_1 \dot{e}_1 - \ddot{y}_d \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{Q}_1 &= -d_1 s_1 \left[k_{P1} s_1 + k_{I1} \int_0^t s_1(t_1) dt_1 + k_{D1} \dot{s}_1 \right] + \\ &+ s_1 (-d_1 m_p l (c \alpha \ddot{\alpha} - s \alpha \dot{\alpha}^2) + k_1 \dot{e}_1 - \ddot{y}_d). \end{aligned}$$

Найдем градиент производной целевой функции

$$\begin{cases} \nabla_{k_{P1}} \dot{Q}_1 = \frac{\partial \dot{Q}_1}{\partial k_{P1}} = -d_1 s_1^2; \\ \nabla_{k_{I1}} \dot{Q}_1 = \frac{\partial \dot{Q}_1}{\partial k_{I1}} = -d_1 s_1 \int_0^t s_1(t_1) dt_1; \\ \nabla_{k_{D1}} \dot{Q}_1 = \frac{\partial \dot{Q}_1}{\partial k_{D1}} = -d_1 s_1 \dot{s}_1, \end{cases}$$

где $d_1 > 0$ – неизвестный коэффициент.

По методу скоростного градиента [4] получаем закон настройки параметров ПИД-регулятора:

$$\begin{cases} \dot{k}_{P1} = \gamma_{P1} s_1^2; \\ \dot{k}_{I1} = \gamma_{I1} s_1 \int_0^t s_1(t_1) dt_1; \\ \dot{k}_{D1} = \gamma_{D1} s_1 \frac{P}{\tau p + 1} [s_1]. \end{cases}$$

Во избежание вычисления производной переменной s_1 предлагается закон управления переписать следующим образом:

$$u_1 = k_{P1} s_1 + k_{I1} \int_0^t s_1(t_1) dt_1 + k_{D1} \frac{P}{\tau p + 1} [s_1],$$

где $\frac{P}{\tau p + 1} [s_1]$ – фильтр 1-го порядка, $\dot{s}_1 \approx \frac{P}{\tau p + 1} [s_1]$;

$\gamma_{P1}, \gamma_{I1}, \gamma_{D1} > 0$ – параметры регулятора (выбираются разработчиком); τ – малая постоянная времени фильтра.

В. Синтез управления для канала z

Пусть z_d – желаемая координата по оси z . Движение объекта по оси z описывается уравнением

$$\ddot{z} = d_1 \left[u_2 - m_p l (s \alpha \ddot{\alpha} + c \alpha \dot{\alpha}^2) \right] - g.$$

Аналогично синтезу управления для канала y найдем закон управление для z .

Пусть $e_2 = z - z_d$ – ошибка, $s_2 = \dot{e}_2 + k_2 e_2$ – функция скольжения, $k_2 > 0$ – положительная константа, тогда закон управления имеет вид

$$u_2 = k_{P2} s_2 + k_{I2} \int_0^t s_2(t_2) dt_2 + k_{D2} \frac{P}{\tau p + 1} [s_2]$$

с законом настройки параметров вида

$$\begin{cases} \dot{k}_{P2} = -\gamma_{P2} s_2^2; \\ \dot{k}_{I2} = -\gamma_{I2} s_2 \int_0^t s_2(t_2) dt_2; \\ \dot{k}_{D2} = -\gamma_{D2} s_2 \frac{P}{\tau p + 1} [s_2], \end{cases}$$

где $\frac{P}{\tau p + 1} [s_2]$ – фильтр 1-го порядка, $\dot{s}_2 \approx \frac{P}{\tau p + 1} [s_2]$,

$\gamma_{P2}, \gamma_{I2}, \gamma_{D2} > 0$ – параметры регулятора (выбираются разработчиком), τ – малая постоянная времени фильтра.

С. Синтез управления для канала ориентации ϕ

Пусть ϕ_d – желаемый угол ориентации объекта ϕ . Движение объекта по оси ϕ описывается уравнением

$$\ddot{\phi} = d_2 \tau_\phi.$$

Этот канал неявно зависит от угла α , а d_2 – известный параметр, поэтому используем обычный ПД-регулятор. Из $u_1 = F_l \cos \phi$ и $u_2 = F_l \sin \phi$ получим выражения для силы и желаемой ориентации ϕ_d :

$$\begin{cases} F_l = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}; \\ \phi_d = \arcsin \left(\frac{u_2}{F_l} \right) = \arcsin \left(\frac{u_2}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}} \right). \end{cases}$$

Пусть $e_\phi = \phi - \phi_d$ – ошибка. Выбираем выражение для ПД-регулятора $\tau_\phi = -I_{qxx} (k_3 e_\phi + k_4 \dot{e}_\phi - \ddot{\phi}_d)$.

Тогда $\ddot{\phi} = -k_3 e_\phi - k_4 \dot{e}_\phi + \ddot{\phi}_d$. Следовательно, $\ddot{e}_\phi + k_4 \dot{e}_\phi + k_3 e_\phi = 0$ и ХП имеет вид $p^2 + k_4 p + k_3 = 0$.

Если выбираем $k_3, k_4 > 0$ так, чтобы ХП имел отрицательные корни, то $e_\phi \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Д. Канал угла отклонения α

Канал угла отклонения подвешенного груза α описывается уравнением

$$\ddot{\alpha} = -d_3(lc\alpha\dot{y} + ls\alpha\dot{z} + gls\alpha) - d_0\dot{\alpha}|\dot{\alpha}|.$$

Угол α при синтезированном управлении стабилизируется в своем устойчивом положении равновесия.

IV. УПРАВЛЕНИЕ В СКОльзящем РЕЖИМЕ [5]

A. Синтез управления для канала y

Движение объекта по оси y описывается уравнением

$$\ddot{y} = -d_1 \left[u_1 + m_p l (c\alpha\ddot{\alpha} - s\alpha\dot{\alpha}^2) \right].$$

Пусть $e_1 = y - y_d$ – ошибка, $s_1 = \dot{e}_1 + k_1 e_1$ – функция скольжения, $k_1 > 0$ – положительная константа. Найдем производную функции скольжения:

$$\dot{s}_1 = \ddot{e}_1 + k_1 \dot{e}_1 = \ddot{y} - \ddot{y}_d + k_1 \dot{e}_1.$$

Подставляя выражение для \ddot{y} в это уравнение, получим

$$\dot{s}_1 = -d_1 u_1 - d_1 m_p l (c\alpha\ddot{\alpha} - s\alpha\dot{\alpha}^2) - \ddot{y}_d + k_1 \dot{e}_1.$$

Выберем $\dot{s}_1 = -k_5 \text{sign}(s_1) - k_6 s_1$, тогда закон управления в скользящем режиме имеет вид

$$u_1 = \frac{1}{d_1} (k_5 \text{sign}(s_1) + k_6 s_1 - \ddot{y}_d + k_1 \dot{e}_1),$$

где $k_5, k_6 > 0$ – положительные константы, $k_5 > \left| d_1 m_p l (c\alpha\ddot{\alpha} - s\alpha\dot{\alpha}^2) \right|$.

При этом управлении $s_1 \rightarrow 0$, следовательно, $e_1 \rightarrow 0, \dot{e}_1 \rightarrow 0$.

B. Синтез управления для канала z

Движение объекта по оси z описывается уравнением

$$\ddot{z} = d_1 \left[u_2 - m_p l (s\alpha\ddot{\alpha} + c\alpha\dot{\alpha}^2) \right] - g.$$

Пусть $e_2 = z - z_d$ – ошибка, $s_2 = \dot{e}_2 + k_2 e_2$ – функция скольжения, $k_2 > 0$ – положительная константа. Найдем производную функции скольжения:

$$\dot{s}_2 = \ddot{z} - \ddot{z}_d + k_2 \dot{e}_2.$$

Подставляя выражение для \ddot{z} в это уравнение, получим

$$\dot{s}_2 = d_1 \left[u_2 - m_p l (s\alpha\ddot{\alpha} + c\alpha\dot{\alpha}^2) \right] - g - \ddot{z}_d + k_2 \dot{e}_2.$$

Выберем $\dot{s}_2 = -k_7 \text{sign}(s_2) - k_8 s_2$, тогда закон управления в скользящем режиме имеет вид

$$u_2 = \frac{1}{d_1} (g + \ddot{z}_d - k_2 \dot{e}_2 - k_7 \text{sign}(s_2) - k_8 s_2),$$

где $k_7, k_8 > 0$ – положительные константы,

$$k_7 > \left| d_1 m_p l (s\alpha\ddot{\alpha} + c\alpha\dot{\alpha}^2) \right|.$$

C. Каналы ориентации ϕ и α

Для управления углом ориентации объекта ϕ будем использовать разработанный в прошлом разделе ПД-регулятор. Угол α будет стабилизироваться в своем устойчивом положении равновесия.

V. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Эффективность системы управления исследована в программном обеспечении Matlab Simulink.

Параметры объекта:

$$m_q = 14 \text{ кг}, m_p = 2.5 \text{ кг}, I_{qxx} = 10 \text{ кг} \cdot \text{м}^2,$$

$$I_{pxx} = 0.3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2, l = 1 \text{ м}, g = 9.81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Параметры управления с модифицированным ПИД-регулятором:

$$k_1 = 10, k_i = 25, k_d = 100, k_4 = 100,$$

$$\gamma_{P1} = 35, \gamma_{I1} = 15, \gamma_{D1} = 25,$$

$$\gamma_{P2} = 30, \gamma_{I2} = 5, \gamma_{D2} = 20.$$

Параметры управления со скользящим режимом:

$$k_1 = 10, k_i = 10, k_d = 100, k_4 = 100,$$

$$k_5 = 5, k_6 = 10, k_7 = 5, k_8 = 10.$$

На рис. 1 приведены графики переходных процессов при управлении с модифицированным ПИД-регулятором (сплошные красные линии) и при управлении в скользящем режиме (штрихпунктирные черные линии) соответственно.

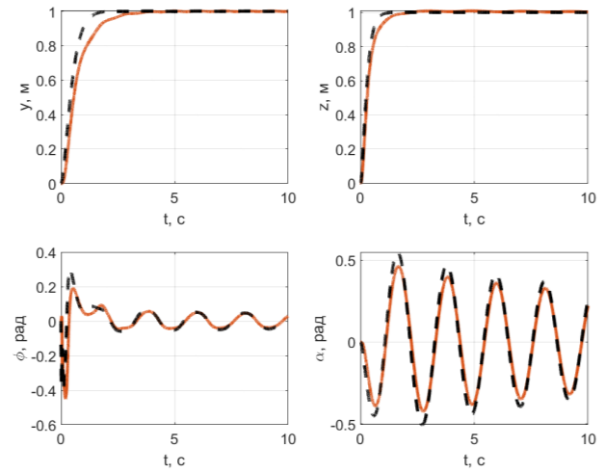


Рис. 1. Графики переходных процессов при номинальных параметрах.

Можно сделать вывод, что предложенный ПИД-регулятор проигрывает в быстродействии при управлении координатами y и z , но амплитуда затухающих колебаний угла отклонения груза α меньше.

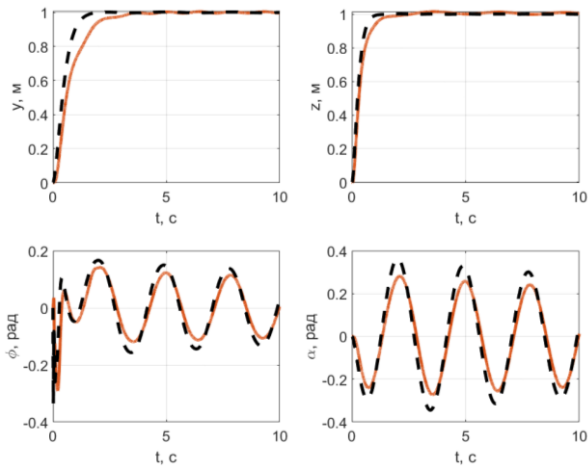


Рис. 2. Графики переходных процессов при увеличенной массе груза и длине троса в 2 раза.

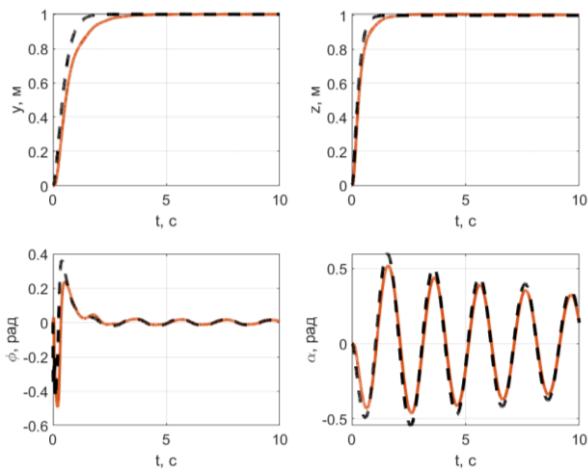


Рис. 3. Графики переходных процессов при уменьшенной массе груза и длине троса в 2 раза.

При увеличенной массе груза и длине подвеса в 2 раза видно, что амплитуда колебаний объекта и подвешенного груза выросла. При уменьшенных параметрах модели изменения незначительны. При этом у модифицированного ПИД-регулятора амплитуда этих колебаний все еще меньше.

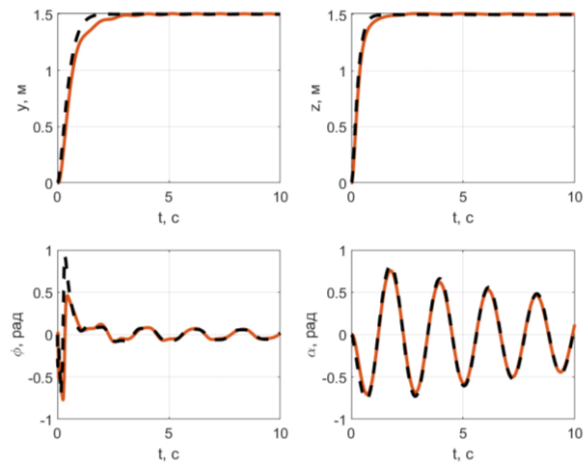


Рис. 4. Графики переходных процессов при увеличении желаемых координат z и y в 1,5 раза.

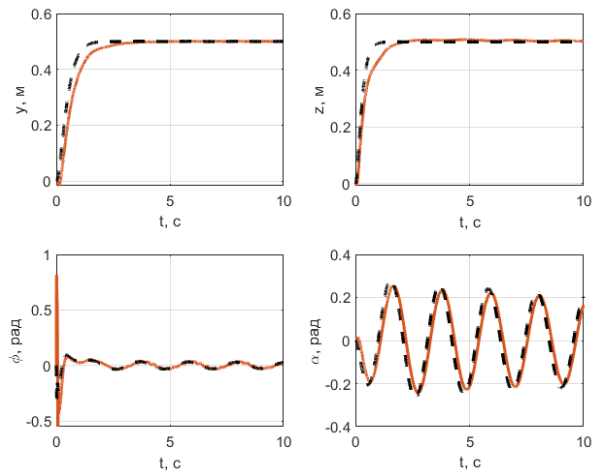


Рис. 5. Графики переходных процессов при уменьшении желаемых координат z и y до 0,5.

При увеличении желаемых координат y и z в 1,5 раза или уменьшении до 0,5 переходные процессы рассматриваемых управлений практически совпадают.

Тем не менее во всех приведенных исследованиях можно сделать вывод, что разработанный ПИД-регулятор меньше раскачивает груз во время его транспортировки.

VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследования получилось разработать управление сложным подвижным электромеханическим объектом с подвешенным на тросе грузом. Для каналов y и z были разработаны ПИД-регуляторы со скользящим режимом, коэффициенты которого настраивались с помощью метода скоростного градиента. Для канала ориентации объекта ϕ был настроен ПД-регулятор, угол отклонения груза при разработанном управлении стабилизируется в устойчивом положении равновесия при $t \rightarrow \infty$ быстрее, чем при управлении в скользящем режиме. Предложенная процедура синтеза настройки параметров ПИД-регулятора на основе метода скоростного градиента значительно проще по сравнению с другими подходами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] B. Andrievsky, A. Fradkov and D. Peaucelle, "Adaptive control experiments for LAAS "helicopter" benchmark," Proceedings. 2005 International Conference Physics and Control, 2005., St. Petersburg, Russia, 2005, pp. 760-766, doi: 10.1109/PHYCON.2005.1514087.
- [2] M. Sedighzadeh, A. Rezazadeh and M. Khatibi, "A self-tuning PID control for a wind energy conversion system based on the Lyapunov approach," 2008 43rd International Universities Power Engineering Conference, Padua, Italy, 2008, pp. 1-4, doi: 10.1109/UPEC.2008.4651560.
- [3] Y. Su, Q. Yu and L. Zeng, "Parameter Self-Tuning PID Control for Greenhouse Climate Control Problem," in IEEE Access, vol. 8, pp. 186157-186171, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3030416.
- [4] Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб: Наука, 2000. 549 с.
- [5] Уткин, Вадим Иванович. Скользящие режимы и их применение в системах с переменной структурой [Текст]. Москва: Наука, 1974. 272 с. (Теоретические основы технической кибернетики).